

Document de recherche

Étalonnage des rendements des instruments à revenu fixe aux fins du calcul du passif des fonds distincts

Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie

Avril 2014

Document 214034

This document is available in English

© 2014 Institut canadien des actuaires

Les documents de recherche ne représentent pas nécessairement l'opinion de l'Institut canadien des actuaires. Les membres devraient connaître les documents de recherche. Les documents de recherche ne constituent pas des normes de pratique et sont donc de caractère non exécutoire. Il n'est pas obligatoire que les documents de recherche soient conformes aux normes de pratique. Le mode d'application de normes de pratique dans un contexte particulier demeure la responsabilité des membres.

Note de service

- À :** Tous les Fellows, affiliés, associés et correspondants de l'Institut canadien des actuaires
- De :** Bruce Langstroth, président
Direction de la pratique actuarielle
Alexis Gerbeau, président
Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie
Président du Groupe désigné
- Date :** Le 11 avril 2014
- Objet :** **Document de recherche : Étalonnage des rendements des instruments à revenu fixe aux fins du calcul du passif des fonds distincts**

La Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie (CRFCAV) a rédigé le présent document pour appuyer la promulgation d'une version à jour des critères d'étalonnage des rendements des placements aux fins de l'évaluation des garanties de fonds distincts.

Aucun critère d'étalonnage des rendements des instruments à revenu fixe aux fins de l'évaluation des garanties de fonds distincts n'avait été établi jusqu'à présent. De nouveaux critères d'étalonnage des rendements des instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et américains sont précisés dans le présent rapport.

La structure des critères d'étalonnage indique les valeurs maximales des facteurs d'accumulation du rendement total des indices d'instruments à revenu fixe pour les 2,5^e, 5^e et 10^e percentiles sur des horizons d'un an, cinq ans, 10 ans et 20 ans. Cette structure est la même que celle utilisée pour les critères d'étalonnage du rendement des actions. Les critères d'étalonnage présentent également les valeurs minimales des facteurs d'accumulation pour les 90^e, 95^e et 97,5^e percentiles sur un horizon d'un an. Des critères sont indiqués pour chacun des trois rendements de référence initiaux, soit 3,95 %, 5,60 % et 8,80 %. Les trois rendements initiaux ont pour objectif de garantir que les modèles sont bien étalonnés pour être utilisés dans des contextes de rendement initial faible, moyen et élevé.

Enfin, les auteurs donnent des conseils qualitatifs pour modéliser les indices d'instruments à revenu fixe autres que les indices d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et américains.

La CRFCAV a l'intention de revoir de temps à autre l'expérience mise à jour, et ainsi, les critères d'étalonnage pourraient dans l'avenir être révisés en conséquence.

La CRFCAV tient à souligner la contribution du groupe de travail et à remercier les personnes qui en faisaient partie au moment de la publication — Alexis Gerbeau, Lynn Guo, Sara Lang, Martin Labelle, Michael McDonald, Brock McEwen, Ricardo Mitchell, Steven Prince, Jim Snell, Dean Stamp, Maxime Turgeon-Rhéaume, Anthony Vaz, Chen Xing et Chong Zheng pour leurs efforts. De nombreuses autres personnes ont contribué aux diverses étapes du projet.

Conformément à la Politique sur le processus officiel d’approbation de matériel d’orientation autre que les normes de pratique de l’ICA, le document de recherche a été préparé par la Commission des rapports financiers des compagnies d’assurance-vie et a été approuvé par la Direction de la pratique actuarielle à des fins de diffusion le 31 mars 2014.

Pour toute question ou commentaire à propos du présent document de recherche, veuillez communiquer avec Alexis Gerbeau, président du Groupe désigné, à l’adresse indiquée dans le répertoire électronique de l’ICA, alexis.gerbeau@standardlife.ca.

BL, AG

TABLE DES MATIÈRES

1. OBJECTIF	6
2. RÉSUMÉ	6
2.1 Critères d'étalonnage pour l'extrémité gauche	7
2.2 Critères d'étalonnage pour l'extrémité droite	7
3. MÉTHODE	8
4. DONNÉES	9
4.1 Sources	9
4.1.1 Rendement total de l'indice d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens	9
4.1.2 Rendements et écarts des titres du gouvernement du Canada	9
4.1.3 Rendement total de l'indice des instruments à revenu fixe diversifiés américains... ..	10
4.1.4 Rendements et écarts des titres du gouvernement des É.-U.	10
4.2 Périodes historiques	10
4.2.1 Étalonnage des rendements de référence	10
4.2.2 Étalonnage des rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe <i>diversifiés</i>	11
5. CHOIX DES RENDEMENTS DE RÉFÉRENCE (Étape 1)	11
5.1 Canada	11
5.1.1 Choix du rendement des titres du gouvernement	11
5.1.2 Choix de l'écart de crédit	11
5.2 É.-U.	11
5.2.1 Choix du rendement des titres du gouvernement	11
5.2.2 Choix de l'écart de crédit	11
6. ÉTALONNER LES MODÈLES DES RENDEMENTS DE RÉFÉRENCE (Étape 2a)	12
6.1 Choix des modèles pour les taux d'intérêt et les écarts de crédit	12
6.2 Points de référence pour les rendements des titres du gouvernement	12
6.3 Étalonnage des rendements de référence	13
6.3.1 Étalonnage des modèles du rendement des titres du gouvernement	14
6.3.2 Étalonnage des modèles de l'écart de crédit	14
6.3.3 Étalonnage des paramètres de corrélation	15
7. ÉTALONNER LES MODÈLES DES RENDEMENTS TOTAUX DES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE (Étape 2b)	15
7.1 Canada	16
7.2 É.-U.	16
8. SIMULATION DES COEFFICIENTS DE CAPITALISATION DES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE (Étape 3)	17
8.1 Choix des rendements initiaux des titres du gouvernement et des écarts	17
8.2 Canada	18
8.3 É.-U.	19
9. CRITÈRES POUR LES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE DIVERSIFIÉS (Étape 4)	20
9.1 Critères applicables à l'extrémité gauche	20
9.2 Critères applicables à l'extrémité droite	21
9.3 Application des critères	21
10. AUTRES ESSAIS	23
11. CONSEILS AU SUJET DES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE DIVERSIFIÉS AUTRES QUE CANADIENS ET AMÉRICAINS	23

ANNEXE A : MODÈLES STOCHASTIQUES POUR LES TAUX D'INTÉRÊT	24
ANNEXE B : CRITÈRES D'ÉTALONNAGE DES TAUX D'INTÉRÊT.....	25
ANNEXE C : RÉSULTATS DE LA SIMULATION DE L'ÉTALONNAGE DES RENDEMENTS DE RÉFÉRENCE	26
Résultats de la simulation au Canada.....	26
Résultats de la simulation aux É.-U.....	28
RÉFÉRENCES	31

1. OBJECTIF

Les critères d'étalonnage des rendements des actions aux fins de l'évaluation des garanties de fonds distincts existent depuis 2002 et une version à jour des critères a été promulguée par le Conseil des normes actuarielles (CNA) en juillet 2012. Aucun critère d'étalonnage des rendements des instruments à revenu fixe aux fins de l'évaluation des garanties de fonds distincts n'a jusqu'à présent été établi. Étant donné que les actifs à revenu fixe sont réputés être moins volatils et risqués que les rendements des actions, il n'était pas prioritaire de déterminer des critères d'étalonnage pour ces actifs au moment où des conseils aux fins de l'évaluation des fonds distincts ont été préparés pour la première fois. Cependant, la croissance des produits de fonds distincts et la tendance vers des produits à plus long terme et des mécanismes de rachat supplémentaires font croître le besoin de diffuser des conseils à propos de la modélisation des actifs à revenu fixe.

Voici la portée du document de recherche :

- Établir des critères d'étalonnage pour l'extrémité gauche des rendements totaux des instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et américains pour les percentiles 2,5 %, 5 % et 10 % sur des horizons d'un an, cinq ans, 10 ans et 20 ans à l'égard de chacun des trois rendements initiaux, soit 3,95 %, 5,60 % et 8,80 %.
- Établir des critères d'étalonnage pour l'extrémité droite des rendements totaux des instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et américains sur un horizon d'un an pour chacun des trois rendements initiaux, soit 3,95 %, 5,60 % et 8,80 %.
- Donner des conseils aux fins de la modélisation des instruments à revenu fixe autres que les indices d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et américains.

Le présent document est diffusé après la publication par les organismes canadiens de réglementation de critères d'étalonnage du rendement des placements applicables aux fins du calcul des exigences de capital à l'égard des fonds distincts à l'aide d'un modèle interne. On rappelle à l'actuaire que les critères des organismes de réglementation canadiens s'appliquent au calcul des exigences de capital seulement et que les critères énoncés dans le présent document de recherche s'appliquent au calcul du passif des contrats d'assurances. Cependant, l'actuaire pourrait s'en tenir aux critères des organismes canadiens pour calculer le passif des contrats d'assurances quand ces critères sont plus exigeants que ceux indiqués dans le présent document de recherche.

2. RÉSUMÉ

Les critères ont été déterminés en utilisant les rendements totaux mensuels entre décembre 1979 et décembre 2012 pour l'indice obligataire universel DEX et entre janvier 1976 et décembre 2012 pour le *Barclays Capital U.S. Aggregate Bond Index*. Les rendements des titres du gouvernement entre janvier 1956 et décembre 2012 ont été utilisés pour le Canada et pour les É.-U. Des ajustements ont été faits pour garantir la cohérence avec les conseils applicables à la modélisation stochastique des taux d'intérêt sans risque prodigués par l'Institut canadien des actuaires.

La méthode pour déterminer les critères d'étalonnage consiste à choisir des rendements de référence appropriés, à étalonner des modèles statistiques pertinents, puis à utiliser ces modèles pour simuler les facteurs d'accumulation des indices d'instruments à revenu fixe. Des détails sur la méthode figurent à la section 3.

2.1 Critères d'étalonnage pour l'extrémité gauche

Deux séries de critères d'étalonnage ont été établies pour l'extrémité gauche des distributions des rendements des instruments à revenu fixe : une applicable aux indices d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et une autre applicable aux indices d'instruments à revenu fixe diversifiés américains.

Des critères d'étalonnage des percentiles de l'extrémité gauche ont été établis pour les 2,5^e, 5^e et 10^e percentiles des coefficients de capitalisation sur un horizon d'un an, cinq ans, 10 ans et 20 ans à l'égard de chacun des trois rendements initiaux, soit 3,95 %, 5,60 % et 8,80 %. Les tableaux suivants indiquent les valeurs maximales pour les percentiles de l'extrémité gauche des facteurs d'accumulation.

Indices d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens

Rendement initial	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
3,95 %	0,99	1,00	1,01	1,11	1,13	1,16	1,32	1,35	1,39	1,82	1,90	1,99
5,60 %	0,98	1,00	1,01	1,19	1,21	1,24	1,52	1,57	1,62	2,24	2,35	2,50
8,80 %	1,00	1,02	1,04	1,38	1,42	1,46	2,00	2,06	2,15	3,29	3,53	3,86

Indices d'instruments à revenu fixe diversifiés américains

Rendement initial	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
3,95 %	1,00	1,01	1,02	1,16	1,17	1,19	1,38	1,41	1,43	1,90	1,95	2,02
5,60 %	1,00	1,01	1,02	1,24	1,25	1,27	1,58	1,61	1,64	2,27	2,37	2,49
8,80 %	1,02	1,03	1,05	1,44	1,46	1,49	2,03	2,08	2,16	3,21	3,43	3,77

2.2 Critères d'étalonnage pour l'extrémité droite

Des critères d'étalonnage des percentiles de l'extrémité droite ont été établis pour les 90^e, 95^e et 97,5^e percentiles des facteurs d'accumulation sur un horizon d'un an, à l'égard des trois rendements initiaux, soit 3,95 %, 5,60 % et 8,80 %. Le tableau suivant indique les valeurs minimales pour les percentiles de l'extrémité droite des facteurs d'accumulation.

Indices d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens

Rendement initial	1 an		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
3,95 %	1,07	1,08	1,09
5,60 %	1,10	1,11	1,12
8,80 %	1,15	1,17	1,18

Indices d'instruments à revenu fixe diversifiés américains

Rendement initial	1 an		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
3,95 %	1,05	1,06	1,06
5,60 %	1,08	1,09	1,10
8,80 %	1,13	1,14	1,16

3. MÉTHODE

Les rendements des actifs à revenu fixe sont fortement tributaires des fluctuations des taux d'intérêt. Les données sur les rendements des instruments à revenu fixe diversifiés canadiens ne remontent qu'à décembre 1979. Depuis décembre 1979, les taux d'intérêt ont suivi une tendance à la baisse, ce qui a contribué à gonfler les rendements des actifs à revenu fixe depuis cette date. Le rendement moyen pendant cette période n'est donc pas un repère approprié pour établir le rendement prévu prospectif des actifs à revenu fixe. Cela illustre qu'il est impossible d'appliquer les techniques statistiques aux rendements des instruments à revenu fixe pendant une période historique sans tenir compte du cheminement sous-jacent des taux d'intérêt pendant cette période. Ainsi, la méthode utilisée pour déterminer les critères d'étalonnage des rendements des actions, soit ajuster les modèles directement selon les rendements des actions observés pendant une certaine période historique, ne peut être appliquée aux rendements des instruments à revenu fixe.

Il faut plutôt simuler les taux d'intérêt sans risque sous-jacents et les utiliser pour projeter les rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe à l'aide de modèles étalonnés selon les données historiques. Dans le présent document de recherche, trois composantes du rendement total des indices d'instruments à revenu fixe ont été modélisées :

- les rendements totaux de référence, estimés à l'aide des rendements de référence simulés (c.-à-d., la somme des rendements des titres du gouvernement et des écarts de crédit corrélés) et un paramètre de durée fixe;
- d'autres facteurs systématiques, au moyen d'un paramètre fixe;
- le bruit résiduel en simulant un terme de bruit.

Voici les étapes détaillées de l'élaboration des critères d'étalonnage des indices d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et américains.

- 1) Choisir un rendement de référence qui convient à l'indice, le rendement de référence étant la somme du rendement d'un titre du gouvernement et d'un écart de crédit.
- 2) Étalonner les modèles.
 - a. Étalonner les modèles des rendements de référence.
 - i. Choisir des modèles stochastiques pour le rendement des titres du gouvernement et des écarts de crédit.
 - ii. Appliquer des techniques statistiques pour estimer des paramètres en fonction des données historiques.
 - iii. Ajuster les paramètres afin de garantir la cohérence avec les critères d'étalonnage promulgués pour les taux d'intérêt sans risque.
 - b. Étalonner les modèles de rendement total des indices d'instruments à revenu fixe : exécuter une régression pour estimer la durée, les facteurs systématiques et les paramètres de volatilité du bruit résiduel à l'aide des données historiques sur le rendement total des instruments à revenu fixe et des données historiques sur les rendements de référence.
- 3) Simuler le rendement total des instruments à revenu fixe et calculer les percentiles des facteurs d'accumulation.

- a. Au moyen des modèles mis au point à l'étape 2a, produire des simulations *Monte Carlo* des rendements des titres du gouvernement et des écarts de crédit corrélés (combinés pour former les rendements de référence).
 - b. Au moyen des rendements de référence simulés à l'étape 3a comme intrants et des modèles de rendement total des instruments à revenu fixe développés à l'étape 2b, produire des simulations *Monte Carlo* du rendement total des fonds d'obligations (la simulation additionnelle à cette étape est pour le bruit résiduel).
 - c. Calculer les percentiles des facteurs d'accumulation des fonds d'obligations sur divers horizons.
- 4) Établir les critères d'étalonnage du rendement des instruments à revenu fixe en fonction des résultats générés à l'étape 3.

Le processus serait idéalement exécuté pour divers choix de modèles à l'étape 2a.

4. DONNÉES

4.1 Sources

Les données historiques sur le rendement des titres du gouvernement et les écarts de crédit sont nécessaires pour étalonner le modèle des rendements de référence et les données historiques sur le rendement total des indices d'instruments à revenu fixe sont essentielles pour étalonner le modèle du rendement total des instruments à revenu fixe.

4.1.1 Rendement total de l'indice d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens

On se sert de l'indice obligataire universel DEX pour représenter l'indice canadien diversifié des obligations afin de définir les critères. Il s'agit d'un indice diversifié d'obligations à revenu fixe et de qualité, de gouvernements et de sociétés canadiens dont l'échéance résiduelle est d'au moins un an. L'indice obligataire universel DEX est calculé tous les jours par PC Bond Analytics (auparavant par Scotia Capital). En date de décembre 2011, l'indice comportait environ 1 150 titres émis pour une valeur nominale totalisant un peu plus de 1 000 milliards de dollars (à raison de plus ou moins 45 % de titres fédéraux, 28 % de titres provinciaux/municipaux et 27 %, de sociétés). Les données concernant l'indice obligataire universel DEX remontent à décembre 1979. De plus amples renseignements se trouvent à l'adresse <http://www.canadianbondindices.com>.

Les données mensuelles pour la période de décembre 1979 à décembre 2005 proviennent du document *Annual Handbook of Debt Market Indices* publié par Scotia Capital en janvier 2006 et celles pour la période de janvier 2006 à décembre 2012, de Bloomberg.

4.1.2 Rendements et écarts des titres du gouvernement du Canada

Le rendement mensuel des obligations de référence du gouvernement du Canada d'une échéance de dix ans a été utilisé dans l'étalonnage. Les données sont disponibles depuis décembre 1934.

Pour calculer l'écart moyen du DEX, on a soustrait du rendement moyen du DEX le rendement moyen des obligations du gouvernement fédéral de l'indice. Le rendement moyen de l'indice obligataire universel DEX total et celui des obligations fédérales de l'indice total ont été enregistrés une fois par mois entre décembre 1979 et décembre 2012 d'après la même source que pour les rendements du DEX. Il y a certains mois pour lesquels le rendement moyen des titres fédéraux n'a pas été saisi; les données manquantes ont été obtenues par interpolation linéaire.

4.1.3 Rendement total de l'indice des instruments à revenu fixe diversifiés américains

Le *Barclays Capital U.S. Aggregate Bond Index* est utilisé pour représenter l'indice américain diversifié des obligations afin de déterminer les critères. Il s'agit d'un indice de référence diversifié qui mesure le marché américain des obligations de qualité, libellées en dollars US, imposables à taux fixe, y compris les bons du Trésor, les titres de sociétés et d'apparentés au gouvernement, les titres adossés à des créances hypothécaires, les titres adossés à des actifs et les titres adossés à des prêts hypothécaires commerciaux avec échéance résiduelle d'au moins un an. L'indice *Barclays Capital U.S. Aggregate* a été créé par Lehman Brothers en 1986, les données remontant jusqu'au 1^{er} janvier 1976. C'est un indice à moyen terme. Au 30 avril 2012, l'indice comportait approximativement 7 900 titres.

Les données mensuelles pour la période entre janvier 1976 et décembre 2012 proviennent de Bloomberg.

4.1.4 Rendements et écarts des titres du gouvernement des É.-U.

Le *seven-year Federal Reserve Constant Maturity Treasury Rate* a été utilisé dans l'étalonnage. Les données sont disponibles depuis avril 1941.

L'*Option Adjusted Spread* (OAS ou écart de rémunération corrigé des effets de la clause de remboursement anticipé) mesure l'écart de rendement par rapport aux bons du Trésor américain pour une obligation ou un portefeuille. L'OAS tient compte des variations possibles dans les flux monétaires prévus des obligations en raison de la fluctuation des taux d'intérêt. Les données concernant l'OAS aux fins du *Barclays Capital U.S. Aggregate Bond Index* ont été recueillies une fois par mois pour la période entre août 1988 et décembre 2012 auprès de Bloomberg.

4.2 Périodes historiques

4.2.1 Étalonnage des rendements de référence

Le rendement de référence correspond à la somme du rendement et de l'écart de crédit des titres du gouvernement.

On a choisi la période de janvier 1956 à décembre 2012 pour estimer les paramètres initiaux des modèles stochastiques à l'égard des rendements des titres du gouvernement. Cette période est conforme à celle utilisée pour déterminer les critères d'étalonnage du rendement des actions. Les paramètres sont ensuite ajustés en fonction du document de recherche *Étalonnage des modèles stochastiques de taux d'intérêt sans risque aux fins de l'évaluation selon la MCAB* de 2013, dont les données s'appuient sur la période historique de janvier 1936 à décembre 2012.

La période choisie aux fins de l'estimation des paramètres des modèles stochastiques pour les écarts est la période la plus longue pour laquelle des données sont disponibles.

Pour estimer les paramètres de corrélation des modèles stochastiques, on a utilisé la plus longue période commune de données disponibles.

Le tableau suivant résume les périodes historiques utilisées aux fins de l'estimation des paramètres.

Étalonnage des rendements de référence

Période	Canada		É.-U.	
	Rendement des titres du gouvernement	Écart	Rendement des titres du gouvernement	Écart
De	Janv. 1956	Déc. 1979	Janv. 1956	Août 1988
À	Déc. 2012	Déc. 2012	Déc. 2012	Déc. 2012

4.2.2 Étalonnage des rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe diversifiés

Les périodes choisies pour estimer les paramètres de la régression entre les rendements de référence et les rendements des indices d'instruments à revenu fixe sont les plus longues périodes disponibles.

Le tableau suivant résume les périodes historiques utilisées.

Étalonnage des indices d'instruments à revenu fixe

Période	Canada	É.-U.
De	Déc. 1979	Août 1988
À	Déc. 2012	Déc. 2012

5. CHOIX DES RENDEMENTS DE RÉFÉRENCE (Étape 1)

Le rendement de référence correspond à la somme d'un rendement des titres du gouvernement et d'un écart de crédit. Les rendements des titres du gouvernement et les écarts de crédit choisis pour déterminer les critères d'étalonnage des instruments à revenu fixe canadiens et américains sont décrits ci-après.

5.1 Canada

5.1.1 Choix du rendement des titres du gouvernement

Tel que déjà mentionné, l'indice obligataire universel DEX est un indice obligataire diversifié canadien. L'échéance résiduelle moyenne des obligations de l'indice se situe entre neuf et 10 ans depuis plusieurs années et ainsi on a choisi une échéance de 10 ans pour le rendement des titres du gouvernement.

5.1.2 Choix de l'écart de crédit

L'écart moyen pour l'indice obligataire universel DEX a été défini comme étant la différence entre le rendement moyen de l'indice obligataire universel DEX total et le rendement moyen des obligations fédérales de l'indice total à la fin de chaque mois.

5.2 É.-U.

5.2.1 Choix du rendement des titres du gouvernement

Le *Barclays Capital Aggregate Bond Index* est un indice obligataire diversifié américain. L'échéance résiduelle des obligations de l'indice est entre six et huit ans depuis plusieurs années avec une moyenne de sept ans. On a donc choisi une échéance de sept ans pour le rendement des titres du gouvernement.

5.2.2 Choix de l'écart de crédit

L'écart de crédit pour le *Barclays Capital Aggregate Bond Index* a été défini comme étant l'OAS à l'égard de l'indice. L'OAS permet de mesurer l'écart de rendement moyen par rapport aux

bons du Trésor américains pour les obligations constituant l'indice, ajusté en fonction des valeurs des options.

6. ÉTALONNER LES MODÈLES DES RENDEMENTS DE RÉFÉRENCE (Étape 2a)

6.1 Choix des modèles pour les taux d'intérêt et les écarts de crédit

Pour modéliser les rendements des titres du gouvernement, nous avons retenu les formes de deux modèles stochastiques qui avaient été utilisées pour déterminer les critères d'étalonnage des taux d'intérêt publiés par l'ICA, soit les modèles Cox-Ingersoll-Ross (CIR) et Brennan-Schwartz (BS). Ces formes de modèles sont présentées à l'Annexe A et de plus amples détails figurent dans le document de recherche [*Étalonnage des modèles stochastiques de taux d'intérêt sans risque aux fins de l'évaluation selon la MCAB*](#) de 2013.

On a retenu le modèle CIR pour modéliser les écarts de crédit car il offre une bonne correspondance avec les données historiques.

6.2 Points de référence pour les rendements des titres du gouvernement

Le document de recherche [*Étalonnage des modèles stochastiques de taux d'intérêt sans risque aux fins de l'évaluation selon la MCAB*](#) de 2013 établit les critères d'étalonnage des taux d'intérêt sans risque à long terme (au moins 20 ans) canadiens sur les horizons de deux ans, 10 ans et 60 ans et les taux d'intérêt sans risque à court terme (un an) canadiens sur les horizons de deux ans et de 60 ans. Ces critères devraient entrer en vigueur en 2014 et sont présentés à l'Annexe B.

D'après les conseils donnés à la page 2 du document de recherche, « Ces critères d'étalonnage sont directement applicables aux taux d'intérêt sans risque canadiens ou aux instruments libellés en dollars canadiens, mais ils pourraient être adaptés pour les États-Unis et d'autres pays industrialisés. »

Il est généralement reconnu que les critères canadiens peuvent être utilisés dans le cadre de l'économie américaine sans ajustement. Nous avons donc utilisé les critères canadiens pour étalonner les produits américains.

Tel que mentionné précédemment, les rendements des titres du gouvernement sur 10 ans et sept ans ont été choisis pour modéliser les indices DEX et Barclays, respectivement. Il n'y a pas de critères d'étalonnage quantitatifs recommandés pour les taux à sept ans et à 10 ans. D'après les conseils fournis pour les taux à moyen terme dans le même document de recherche, nous avons déterminé des points de référence pour les taux à moyen terme en utilisant les critères pour les taux à un an et à 30 ans, avec certains ajustements.

Les points de référence pour les taux à sept ans et à 10 ans correspondent à la moyenne pondérée des critères pour les taux à court terme et à long terme. Pour déterminer les facteurs de pondération, on a effectué une régression sur les données historiques à partir de la plus longue période commune, la somme des facteurs de pondération totalisant un. Les périodes historiques utilisées dans la régression sont de janvier 1985 à décembre 2012 pour le taux à sept ans et de janvier 1980 à décembre 2012 pour le taux à 10 ans. La régression s'impose puisque la courbe de rendement est convexe (p. ex., le taux à 10 ans est habituellement plus près du taux à 30 ans que du taux à un an).

On calcule approximativement le taux à sept ans au moyen des taux à un an et à 30 ans selon la formule :

$$y_7 \approx 0,34 \times y_1 + 0,66 \times y_{30}$$

On calcule approximativement le taux à 10 ans au moyen des taux à un an et à 30 ans selon la formule :

$$y_{10} \approx 0,19 \times y_1 + 0,81 \times y_{30}$$

Pour déterminer les rendements initiaux associés aux points de référence, on a pondéré les taux initiaux pour les critères à long terme et à court terme avec les mêmes coefficients de régression que ci-dessus. Les valeurs des percentiles de l'extrémité gauche et de l'extrémité droite ont ensuite été arrondies à la hausse et à la baisse aux cinq points de base les plus près, respectivement, pour en arriver aux points de référence définitifs. L'approche ci-haut a été appliquée pour calculer les points de référence sur l'horizon de deux ans et sur l'horizon de 60 ans.

En combinant les deux extrémités, on obtient donc les points de référence suivants :

Points de référence pour le rendement des titres du gouvernement canadien à 10 ans					
		Horizon de deux ans			Horizon de 60 ans
Taux initial		3,60 %	5,90 %	8,80 %	5,90 %
Extrémité gauche	2,5	2,50 %	3,90 %	6,10 %	2,30 %
	5	2,65 %	4,20 %	6,50 %	2,45 %
	10	2,85 %	4,50 %	6,95 %	2,65 %
Extrémité droite	90	4,70 %	7,40 %	10,40 %	10,00 %
	95	5,10 %	7,90 %	11,00 %	12,00 %
	97,5	5,40 %	8,30 %	11,45 %	13,50 %

Points de référence pour le rendement des titres du gouvernement américain à sept ans					
		Horizon de deux ans			Horizon de 60 ans
Taux initial		3,30 %	5,65 %	8,65 %	5,65 %
Extrémité gauche	2,5	2,20 %	3,65 %	6,00 %	2,00 %
	5	2,35 %	3,90 %	6,40 %	2,20 %
	10	2,55 %	4,25 %	6,85 %	2,35 %
Extrémité droite	90	4,40 %	7,15 %	10,30 %	10,00 %
	95	4,80 %	7,60 %	10,85 %	12,00 %
	97,5	5,05 %	8,00 %	11,30 %	13,50 %

6.3 Étalonnage des rendements de référence

Le rendement de référence est la somme du rendement d'un titre du gouvernement et d'un écart de crédit. Pour simuler les rendements de référence, les rendements des titres du gouvernement et les écarts de crédit simulés ont été corrélés.

Pour modéliser les rendements des titres du gouvernement, nous avons choisi les formes de modèle CIR et BS. L'estimation de vraisemblance maximale (EVM) a été utilisée pour générer une première estimation des paramètres des formes du modèle CIR. On a ensuite ajusté les paramètres étalonnés pour les formes de modèle CIR et BS afin de tenir compte des points de référence pour les rendements des titres du gouvernement présentés à la section 6.2 ci-haut. Pour ajuster les paramètres, on a d'abord ajusté ceux de la volatilité afin de respecter les points de référence sur l'horizon de deux ans. On a ensuite ajusté celui de la vitesse du retour à la moyenne afin de respecter les points de référence sur l'horizon de 60 ans. On trouvera dans les tableaux

ci-après les paramètres ajustés pour les formes des modèles CIR et BS du rendement des titres du gouvernement CIR et BS pour le Canada et les É.-U.

6.3.1 Étalonnage des modèles du rendement des titres du gouvernement

Paramètres du rendement des titres du gouvernement du Canada à 10 ans

Paramètre annualisé	CIR Ajusté	BS Ajusté
τ	$6,12 \times 10^{-2}$	$5,70 \times 10^{-2}$
α	$4,25 \times 10^{-2}$	$3,55 \times 10^{-2}$
σ	$4,25 \times 10^{-2}$	$1,555 \times 10^{-1}$
Taux du retour à la moyenne ¹	23,5294	28,1690

Paramètres du rendement des titres du gouvernement américain à sept ans

Paramètre annualisé	CIR Ajusté	BS Ajusté
τ	$5,88 \times 10^{-2}$	$5,72 \times 10^{-2}$
α	$4,25 \times 10^{-2}$	$3,50 \times 10^{-2}$
σ	$3,87 \times 10^{-2}$	$1,700 \times 10^{-1}$
Taux du retour à la moyenne	23,5294	28,5714

6.3.2 Étalonnage des modèles de l'écart de crédit

Pour les écarts de crédit, seule la forme du modèle CIR a été utilisée. Les EVM ont été appliquées pour paramétrer les modèles. Les EVM pour les écarts de crédit canadien et américain sont indiquées ci-après.

Paramètres CIR de l'écart moyen de l'indice obligataire universel DEX (Canada) (Déc. 1979–Déc. 2012)

Paramètre annualisé	EVM
τ	$4,1 \times 10^{-3}$
α	0,2657
σ	$2,35 \times 10^{-2}$
Taux du retour à la moyenne	3,7636

Paramètres CIR de l'OAS agrégé de l'indice Barclays (É.-U.) (Août 1988–Déc. 2012)

Paramètre annualisé	EVM
τ	$5,8 \times 10^{-3}$
α	0,3444
σ	$3,02 \times 10^{-2}$
Taux du retour à la moyenne	2,9036

¹ Dans les tableaux ci-haut, le taux du retour à la moyenne (en années) se définit comme étant $1/\alpha$.

6.3.3 Étalonnage des paramètres de corrélation

Les paramètres de corrélation ont été estimés en calculant la corrélation entre les fluctuations du rendement mensuel historique des titres du gouvernement et les fluctuations de l'écart de crédit mensuel historique pendant la période commune. Les paramètres de corrélation estimatifs pour le Canada et les É.-U. sont indiqués ci-après.

Corrélation entre les fluctuations du rendement des titres du gouvernement canadien et de l'écart (Déc. 1979–Déc. 2012)

Paramètre	Estimé
P	-0,21

Corrélation entre les fluctuations du rendement des titres du gouvernement américain et de l'écart (Août 1988–Déc. 2012)

Paramètre	Estimé
ρ	-0,21

Les modèles de rendement des titres du gouvernement et d'écart de crédit et les paramètres de corrélation ont été combinés pour simuler les rendements de référence. Les résultats de la simulation, dont ceux illustrant que les rendements des titres du gouvernement respectent les points de référence mentionnés à la section 6.2, sont présentés à l'Annexe C.

7. ÉTALONNER LES MODÈLES DES RENDEMENTS TOTAUX DES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE (Étape 2b)

Le lien entre les rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe et les rendements totaux de référence est illustré par l'équation de régression suivante ($\Delta t = \frac{1}{12}$) :

$$TR_k^{BF} = s\Delta t + TR_k^{bench}(D) + \varepsilon_k \sqrt{\Delta t}, \text{ où } StdDev(\varepsilon_k) = \sigma_{err}$$

La variable TR_k^{BF} correspond aux rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe au temps k . La variable $TR_k^{bench}(D)$ représente le rendement de référence, qui est une fonction de la durée D .

Les rendements totaux de référence représentent la composante des rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe qui s'explique par la variation du rendement de référence. Les rendements totaux de référence, $TR_k^{bench}(D)$, se calculent à partir des rendements de référence, y_k , au moyen d'une approximation de la durée comme suit :

$$TR_k^{bench}(D) = y_{k-1}\Delta t - D \cdot (y_k - y_{k-1})$$

La composante des rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe qui n'est pas expliquée par la fluctuation du rendement de référence se nomme le rendement résiduel, X_k , et se définit ainsi :

$$X_k = TR_k^{BF} - TR_k^{bench}(D) \sim N(s\Delta t, \sigma_{err} \sqrt{\Delta t})$$

Pour estimer les paramètres s et D , on a réalisé une régression sur le rendement total historique des indices d'instruments à revenu fixe en fonction du rendement de référence pendant la période commune. Le paramètre de la volatilité du rendement résiduel, σ_{err} , a été calculé comme l'écart-type annualisé de X_k ci-haut. Le paramètre D (durée) représente la sensibilité du rendement de

référence aux fluctuations du rendement de référence. Le paramètre s représente l'écart moyen du rendement total des indices d'instruments à revenu fixe attribuable à des facteurs systématiques autres que le rendement de référence. Enfin, l'écart-type, σ_{err} , correspond au bruit dans le rendement total résiduel des indices de titres à revenu fixe.

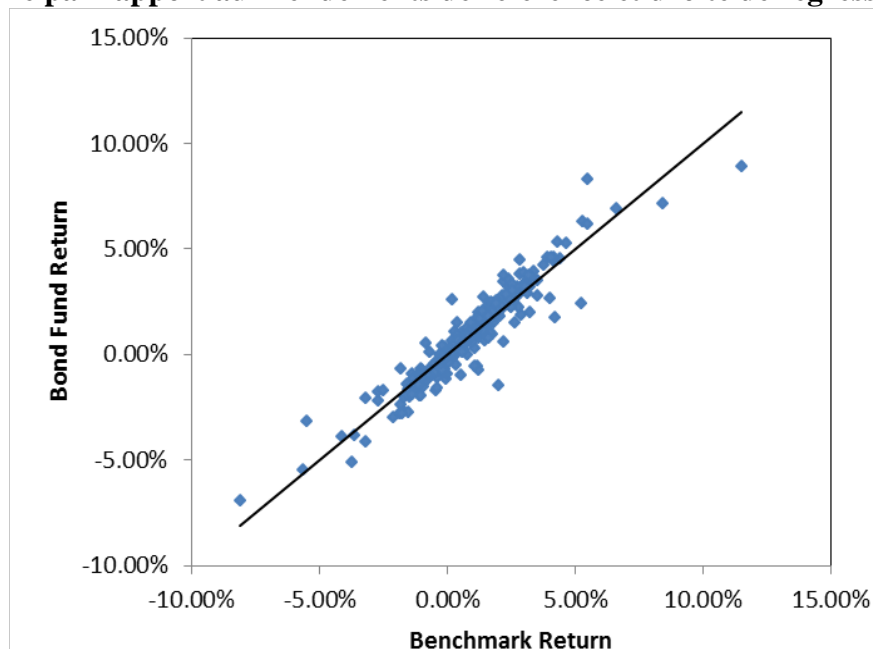
7.1 Canada

Le tableau suivant présente les paramètres de la régression générés par l'analyse de l'EVM :

Indice obligataire universel DEX—Coefficients et volatilité résiduelle (Déc. 1979–Déc. 2012)

Paramètre annualisé	EVM	Unités
s	$1,9 \times 10^{-3}$	1/année
D	4,3571	années
σ_{err}	$2,11 \times 10^{-2}$	$1/(\text{année})^{0,5}$

Nuage de points des rendements totaux mensuels des indices canadiens de titres à revenu fixe par rapport aux rendements de référence et droite de régression



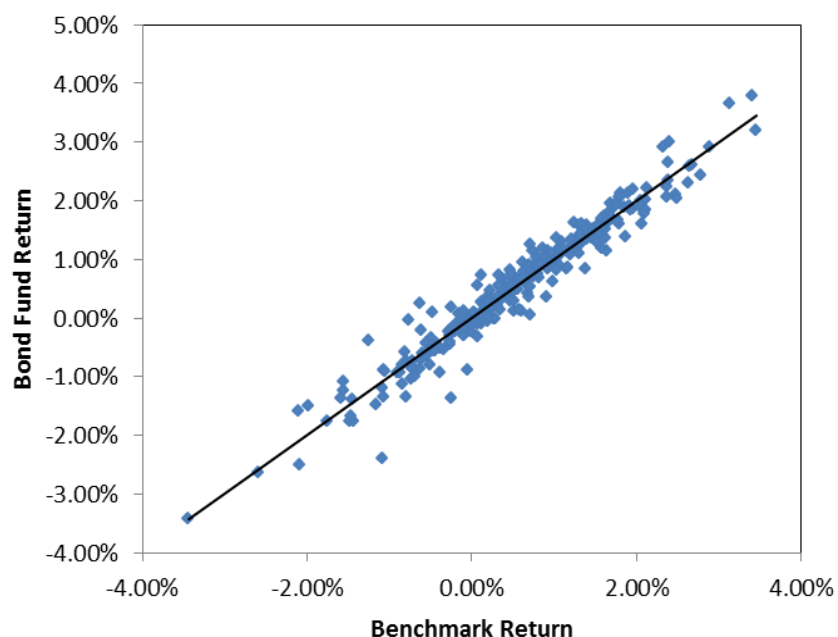
É.-U.

Le tableau suivant présente les paramètres de la régression générés par l'analyse de l'EVM :

Barclays Aggregate—Coefficients et volatilité résiduelle (Août 1988–Déc. 2012)

Paramètre annualisé	EVM	Unités
s	$1,1 \times 10^{-3}$	1/année
D	3,6614	années
σ_{err}	$9,0 \times 10^{-3}$	$1/(\text{année})^{0,5}$

Nuage de points des rendements totaux mensuels des indices américains des instruments à revenu fixe par rapport aux rendements de référence et droite de régression



Les paramètres obtenus par l'analyse de régression ne correspondent pas exactement à ceux attendus d'après leur interprétation physique. Par exemple, on se serait attendu à ce que le paramètre D soit plus près de 6, qui correspond à la durée moyenne de l'indice obligataire universel DEX. Cela s'explique par le fait que le modèle repose sur des hypothèses simplificatrices. Par exemple, le modèle suppose que la sensibilité de l'indice au rendement de référence est constante, alors qu'en réalité cette sensibilité varie dans le temps au fur et à mesure que les composantes de l'indice changent. Un autre exemple de simplification est l'hypothèse que l'indice réagit de façon linéaire aux variations du rendement de référence, alors qu'en réalité l'indice présente une convexité. Il aurait fallu ajouter des paramètres au modèle pour obtenir des paramètres plus intuitifs. Comme c'est le cas de tout exercice de modélisation, nous avons cherché à respecter le principe de parcimonie. D'autres tests ont été réalisés afin de s'assurer que les résultats n'étaient pas trop dépendants des modèles (voir la section 10).

8. SIMULATION DES FACTEURS D'ACCUMULATION DES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE (Étape 3)

8.1 Choix des rendements initiaux des titres du gouvernement et des écarts

Les rendements totaux des indices d'instruments à revenu fixe ont été simulés pour trois niveaux de rendement de référence initiaux.

Les rendements initiaux des titres du gouvernement ont été choisis car ils représentaient des chiffres arrondis convenables entre les rendements initiaux à court terme et à long terme correspondants choisis aux fins de l'étalonnage des taux d'intérêt sans risque dans le document de recherche [Étalonnage des modèles stochastiques de taux d'intérêt sans risque aux fins de l'évaluation selon la MCAB](#) de 2013 (en caractères gras).

Rendements initiaux des titres du gouvernement			
	Court terme	Titres canadiens à 10 ans et titres américains à sept ans	Long terme
Faible rendement	2,00 %	3,00 %	4,00 %
Rendement moyen	4,50 %	5,25 %	6,25 %
Rendement élevé	8,00 %	8,50 %	9,00 %

Pour choisir les écarts de crédit initiaux, on a étudié le lien entre les rendements des titres du gouvernement et les écarts moyens historiques au Canada. Les écarts moyens initiaux et les rendements de référence initiaux qui en découlent sont présentés dans le tableau suivant :

	Rendements initiaux des titres du gouvernement	Écarts initiaux	Rendements de référence initiaux
Faible rendement	3,00 %	0,95 %	3,95 %
Rendement moyen	5,25 %	0,35 %	5,60 %
Rendement élevé	8,50 %	0,30 %	8,80 %

Afin de simplifier les choses, les mêmes rendements initiaux des titres du gouvernement, écarts de crédit initiaux et rendements de référence initiaux ont été appliqués pour les É.-U.

8.2 Canada

Les tableaux suivants montrent les percentiles des facteurs d'accumulation de l'extrémité gauche sur divers horizons et ceux de l'extrémité droite sur l'horizon d'un an générés par les simulations *Monte Carlo* au moyen des modèles stochastiques étalonnés et des régressions dont il est question aux sections 6 et 7, respectivement :

DEX	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
y0 = 3,95 %												
CIR	0,9760	0,9865	0,9993	1,0889	1,1108	1,1352	1,2661	1,3021	1,3446	1,6725	1,7535	1,8574
BS	0,9851	0,9955	1,0069	1,0989	1,1190	1,1436	1,2884	1,3177	1,3565	1,7268	1,8006	1,8945
y0 = 5,60 %												
CIR	0,9778	0,9900	1,0059	1,1709	1,1987	1,2263	1,4762	1,5216	1,5745	2,1074	2,2324	2,4013
BS	0,9793	0,9928	1,0084	1,1655	1,1956	1,2263	1,4877	1,5308	1,5810	2,1463	2,2565	2,4020
y0 = 8,80 %												
CIR	0,9997	1,0145	1,0334	1,3690	1,4050	1,4413	1,9623	2,0292	2,1109	3,1988	3,4387	3,7612
BS	0,9781	0,9976	1,0216	1,3189	1,3662	1,4196	1,9217	1,9951	2,0781	3,0734	3,2944	3,5778

DEX	1 an		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
y0 = 3,95 %			
CIR	1,0858	1,0978	1,1083
BS	1,0812	1,0911	1,1001
y0 = 5,60 %			
CIR	1,1105	1,1256	1,1377
BS	1,1110	1,1239	1,1366
y0 = 8,80 %			
CIR	1,1631	1,1826	1,1976
BS	1,1746	1,1940	1,2109

8.3 É.-U.

Les tableaux suivants montrent les percentiles des facteurs d'accumulation de l'extrémité gauche sur divers horizons et ceux de l'extrémité droite sur l'horizon d'un an générés par les simulations *Monte Carlo* au moyen des modèles étalonnés et des régressions dont il est question aux sections 6 et 7, respectivement :

Barclays	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^{te}	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
y0 = 3,95 %												
CIR	0,9925	1,0001	1,0100	1,1349	1,1493	1,1652	1,3237	1,3478	1,3767	1,7124	1,7760	1,8760
BS	0,9999	1,0082	1,0166	1,1424	1,1556	1,1723	1,3487	1,3705	1,3948	1,8079	1,8581	1,9286
y0 = 5,60 %												
CIR	0,9945	1,0041	1,0158	1,2203	1,2383	1,2586	1,5301	1,5630	1,6050	2,1179	2,2318	2,3977
BS	0,9906	1,0031	1,0163	1,2073	1,2301	1,2563	1,5418	1,5730	1,6073	2,1765	2,2775	2,3943
y0 = 8,80 %												
CIR	1,0167	1,0287	1,0430	1,4216	1,4452	1,4730	1,9987	2,0482	2,1204	3,1165	3,3359	3,6732
BS	0,9877	1,0084	1,0288	1,3592	1,4040	1,4477	1,9544	2,0067	2,0714	3,0039	3,1857	3,4437

Barclays	1 an		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
y0 = 3,95 %			
CIR	1,0715	1,0803	1,0871
BS	1,0670	1,0732	1,0790
y0 = 5,60 %			
CIR	1,0954	1,1055	1,1145
BS	1,0955	1,1048	1,1130
y0 = 8,80 %			
CIR	1,1462	1,1598	1,1713
BS	1,1576	1,1727	1,1849

9. CRITÈRES POUR LES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE DIVERSIFIÉS (Étape 4)

9.1 Critères applicables à l'extrémité gauche

Deux séries distinctes de critères applicables à l'extrémité gauche ont été établies pour les indices canadiens et américains d'instruments à revenu fixe diversifiés, les résultats des deux pays étant suffisamment différents pour justifier un traitement distinct.

Pour déterminer les critères, on a arrondi (à la baisse) le plus élevé des percentiles générés par les modèles CIR et BS et on a ajouté une marge à ces résultats.

La marge a été ajoutée pour tenir compte de l'incertitude du modèle et pour permettre aux actuaires d'utiliser des modèles autres que ceux ayant servi à déterminer les critères. Cette approche est aussi conforme à celle utilisée pour déterminer les critères d'étalonnage des rendements des actions.

Les marges varient selon l'horizon temporel et se présentent ainsi :

	1 an	5 ans	10 ans	20 ans
Marge	0,00	0,01	0,03	0,09

On augmente la marge avec l'horizon temporel pour tenir compte de l'incertitude des estimations des percentiles qui elle aussi augmente avec l'horizon. Les marges correspondent à peu près à l'impact sur les facteurs d'accumulation d'une hausse du rendement annuel de 0,20 %.

Les tableaux suivants indiquent les valeurs maximales pour l'extrémité gauche des facteurs d'accumulation pour les 2,5^e, 5^e et 10^e percentiles sur des horizons d'un an, cinq ans, 10 ans et 20 ans, pour les trois rendements initiaux.

Indices canadiens d'instruments à revenu fixe diversifiés

Rendement initial	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Faible	0,99	1,00	1,01	1,11	1,13	1,16	1,32	1,35	1,39	1,82	1,90	1,99
Moyen	0,98	1,00	1,01	1,19	1,21	1,24	1,52	1,57	1,62	2,24	2,35	2,50
Élevé	1,00	1,02	1,04	1,38	1,42	1,46	2,00	2,06	2,15	3,29	3,53	3,86

Indices américains d'instruments à revenu fixe diversifiés

Rendement initial	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Faible	1,00	1,01	1,02	1,16	1,17	1,19	1,38	1,41	1,43	1,90	1,95	2,02
Moyen	1,00	1,01	1,02	1,24	1,25	1,27	1,58	1,61	1,64	2,27	2,37	2,49
Élevé	1,02	1,03	1,05	1,44	1,46	1,49	2,03	2,08	2,16	3,21	3,43	3,77

9.2 Critères applicables à l'extrémité droite

Deux séries distinctes de critères applicables à l'extrémité droite ont été établies pour les indices canadiens et américains d'instruments à revenu fixe diversifiés, les résultats des deux pays étant suffisamment différents pour justifier un traitement distinct.

Pour déterminer les critères applicables à l'extrémité droite, on a arrondi (à la baisse) le moins élevé des percentiles générés par les modèles CIR et BS et on a soustrait une marge de 0,01 à ces résultats.

Les tableaux suivants indiquent les valeurs minimales pour l'extrémité droite des facteurs d'accumulation pour les 90^e, 95^e et 97,5^e percentiles sur un horizon d'un an, pour les trois rendements initiaux :

Indices canadiens d'instruments à revenu fixe diversifiés

Rendement initial	1 an		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
Faible	1,07	1,08	1,09
Moyen	1,10	1,11	1,12
Élevé	1,15	1,17	1,18

Indices américains d'instruments à revenu fixe diversifiés

Rendement initial	1 an		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
Faible	1,05	1,06	1,06
Moyen	1,08	1,09	1,10
Élevé	1,13	1,14	1,16

9.3 Application des critères

Il y a deux alternatives aux fins de l'application des critères d'étalonnage des instruments à revenu fixe. L'alternative 1 serait retenue quand les rendements des instruments à revenu fixe ne sont pas modélisés en fonction de la modélisation stochastique des taux d'intérêt (par exemple, quand une forme de modèle lognormal à changement de régime est utilisée). On aurait recours à l'alternative 2 quand les rendements des instruments à revenu fixe sont modélisés en fonction de la modélisation stochastique des taux d'intérêt.

Alternative 1

Avec l'alternative 1, une société ferait la preuve que son modèle d'évaluation est conforme aux critères d'étalonnage pour la combinaison rendement des titres du gouvernement et écart en vigueur à la date de chaque évaluation. La société élaborerait d'abord un modèle de critères

conforme aux exigences d'étalonnage pour les trois rendements de référence initiaux spécifiés à la section 8.1. À cette fin, la société vérifierait, pour chacun des trois rendements de référence initiaux, que les percentiles de l'extrémité gauche des scénarios générés par le modèle de critères sont inférieurs ou égaux aux critères de l'extrémité gauche énoncés à la section 9.1 et que les percentiles de l'extrémité droite générés par le modèle de critères sont supérieurs ou égaux aux critères de l'extrémité droite énoncés à la section 9.2. Le modèle de critères pourrait être l'un des deux modèles présentés dans le présent document aux fins de la détermination des critères d'étalonnage (soit le modèle CIR ou BS), mais pas nécessairement.

À la date de chaque évaluation, la société appliquerait une procédure en deux étapes comme suit :

- 1) Générer des scénarios à l'aide du modèle de critères étalonnés en fonction du rendement des titres du gouvernement et de l'écart de crédit en vigueur à la date de l'évaluation comme rendement de référence initial et calculer les percentiles de l'extrémité gauche et ceux de l'extrémité droite qui en découlent.
- 2) Vérifier que les percentiles de l'extrémité gauche des scénarios générés au moyen du modèle d'évaluation sont inférieurs ou égaux à ceux découlant du modèle de critères à l'étape 1 et que les percentiles de l'extrémité droite du modèle d'évaluation sont supérieurs ou égaux à ceux des critères de l'étape 1.

Dans le cadre de l'alternative 1, la vérification de l'étalonnage pour le modèle des critères n'est nécessaire que lorsque les paramètres du modèle sont mis à jour. Pour le modèle d'évaluation, la vérification de l'étalonnage à la date de chaque évaluation est nécessaire.

Alternative 2

Avec l'alternative 2, une société ferait la preuve que son modèle d'évaluation est conforme aux critères d'étalonnage pour chacun des trois rendements de référence initiaux énoncés à la section 8.1.

À cette fin, la société vérifierait, pour chacun des trois rendements de référence initiaux, que les percentiles de l'extrémité gauche des scénarios générés par le modèle d'évaluation sont inférieurs ou égaux aux critères de l'extrémité gauche énoncés à la section 9.1 et que les percentiles de l'extrémité droite générés par le modèle d'évaluation sont supérieurs ou égaux aux critères de l'extrémité droite énoncés à la section 9.2.

Par exemple, pour l'environnement de faible rendement, la société générerait des scénarios avec un rendement initial des titres du gouvernement de 3,00 % et un écart de crédit moyen initial de 0,95 %, pour un rendement de référence initial de 3,95 %. Les résultats du modèle serviraient ensuite à démontrer que les critères d'étalonnage ont été respectés pour l'environnement de faible rendement.

Si une société modélise le rendement des titres du gouvernement, mais non l'écart de crédit, elle vérifierait si le modèle d'évaluation respecte les critères d'étalonnage pour les trois rendements des titres du gouvernement initiaux énoncés à la section 8.1. Par exemple, pour l'environnement de faible rendement, la société générerait des scénarios avec un rendement initial des titres du gouvernement de 3,00 %.

Avec l'alternative 2, la vérification de l'étalonnage n'est nécessaire que lorsque les paramètres du modèle d'évaluation sont mis à jour.

10. AUTRES ESSAIS

L'élaboration des critères d'étalonnage des rendements des instruments à revenu fixe présentés dans le présent document repose sur certains choix au plan de la modélisation et sur l'application de jugement. Il était, à notre avis, souhaitable de procéder à des essais pour voir à ce que les résultats ne soient pas trop fonction des modèles et du jugement.

Les aspects où un jugement a été appliqué ont été cernés et des essais ont été exécutés pour évaluer la sensibilité des résultats. Voici les autres essais réalisés :

- utilisation du jugement pour modifier les paramètres de la régression en fonction de leur interprétation physique;
- utilisation d'une approche fondée sur des principes de base pour modéliser l'impact des variations du rendement de référence sur les rendements des titres à revenu fixe plutôt que la technique de régression décrite à la section 7;
- utilisation du modèle BS au lieu du modèle CIR pour modéliser les écarts de crédit;
- utilisation d'une approche différente pour ajuster les paramètres du modèle de rendement des titres du gouvernement afin de respecter les critères d'étalonnage des taux d'intérêt sans risque;
- divers choix de marge.

Des agencements différents des solutions ci-haut ont été testés. Les essais ont indiqué une certaine variabilité dans les résultats, mais la détermination des critères d'étalonnage n'a pas été jugée trop dépendante des choix au plan de la modélisation.

11. CONSEILS AU SUJET DES INDICES D'INSTRUMENTS À REVENU FIXE DIVERSIFIÉS AUTRES QUE CANADIENS ET AMÉRICAINS

Aucun critère numérique n'est fourni pour les indices d'instruments à revenu fixe autres que les indices d'instruments à revenu fixe diversifiés canadiens et américains.

Pour les indices autres que canadiens et américains, l'actuaire pourrait envisager la possibilité d'appliquer la méthode qui a été utilisée pour déterminer les critères présentés dans le présent document de recherche. Ceci impliquerait d'effectuer une régression des rendements historiques des indices sur les rendements de référence, tel que décrit à la section 7. Un indice du marché monétaire est un exemple d'indice pour lequel l'actuaire peut envisager d'appliquer cette méthode.

Pour un indice d'instruments à revenu fixe à rendement élevé, l'actuaire pourrait envisager la possibilité de modéliser l'indice comme une combinaison indice d'instruments à revenu fixe diversifiés et indice d'actions diversifiées pour la même région géographique. D'autres techniques pourraient aussi être envisagées.

L'actuaire déterminerait si l'indice comporte des options imbriquées, ce qui peut faire augmenter la volatilité.

Le risque de change serait traité de façon conforme au traitement de ce risque dans les fonds boursiers.

ANNEXE A : MODÈLES STOCHASTIQUES POUR LES TAUX D'INTÉRÊT

Forme du modèle Cox-Ingersoll-Ross

Nous parlons d'une forme de modèle puisque le modèle est appliqué pour projeter un seul taux sur une courbe de taux d'intérêt. La version originale du modèle CIR est un modèle de taux à court terme où la variable de l'état stochastique est prise en compte comme le cours au comptant spontané. Le modèle, dans sa forme discrète, se présente par l'équation suivante :

$$r_t = (1 - \alpha)r_{t-1} + \alpha\tau + \sigma\sqrt{r_{t-1}}\varepsilon_t,$$

où

- τ correspond au niveau du retour à la moyenne du processus;
- α correspond à la vitesse du retour à la moyenne, et qui se situerait entre 0 et 1—0 signifierait aucun retour à la moyenne et 1, un retour complet à la moyenne au cours de la période suivante;
- σ est le paramètre de volatilité;
- $\varepsilon_t \sim N(0,1)$.

Forme du modèle Brennan-Schwartz

Cette forme de modèle est semblable au modèle CIR, sauf que le processus stochastique est gradué selon le taux d'intérêt. Ce modèle est représenté ainsi :

$$r_t = (1 - \alpha)r_{t-1} + \alpha\tau + \sigma r_{t-1}\varepsilon_t,$$

où

- τ correspond au niveau du retour à la moyenne du processus;
- α correspond à la vitesse du retour à la moyenne, et qui situerait entre 0 et 1—0 signifierait aucun retour à la moyenne et 1, un retour complet à la moyenne au cours de la période suivante;
- σ est le paramètre de volatilité;
- $\varepsilon_t \sim N(0,1)$.

ANNEXE B : CRITÈRES D'ÉTALONNAGE DES TAUX D'INTÉRÊT

Le document de recherche [Étalonnage des modèles stochastiques de taux d'intérêt sans risque aux fins de l'évaluation selon la MCAB](#) de 2013 recommande les critères d'étalonnage suivants pour un taux d'intérêt canadien sans risque à long terme (au moins 20 ans) sur les horizons de deux ans et de 60 ans.

Critères d'étalonnage des taux d'intérêt à long terme sur les horizons de deux ans et de 60 ans				
Percentile	Horizon de deux ans			Horizon de 60 ans
	Taux initial			
	4 %	6,25 %	9 %	6,25 %
2,5	2,85 %	4,25 %	6,20 %	2,60 %
5	3,00 %	4,50 %	6,60 %	2,80 %
10	3,25 %	4,80 %	7,05 %	3,00 %
90	5,15 %	7,80 %	10,60 %	10,00 %
95	5,55 %	8,30 %	11,20 %	12,00 %
97,5	5,85 %	8,70 %	11,70 %	13,50 %

En outre, une médiane entre 4,5 % et 6,75 % serait habituellement attendue et le retour du taux à la moyenne ne serait pas plus que 14,5 ans.

Les critères d'étalonnage suivants pour un taux d'intérêt canadien sans risque à court terme (un an) sur les horizons de deux ans et de 60 ans sont aussi recommandés dans le même document de recherche.

Critères d'étalonnage des taux d'intérêt à court terme sur les horizons de deux ans et de 60 ans				
Percentile	Horizon de deux ans			Horizon de 60 ans
	Taux initial			
	2 %	4,50 %	8 %	4,50 %
2,5	0,85 %	2,35 %	5,50 %	0,80 %
5	1,00 %	2,70 %	5,95 %	0,90 %
10	1,15 %	3,10 %	6,40 %	1,00 %
90	3,00 %	5,90 %	9,75 %	10,00 %
95	3,35 %	6,30 %	10,25 %	12,00 %
97,5	3,60 %	6,65 %	10,65 %	13,50 %

Le document de recherche présente également les critères d'étalonnage des taux d'intérêt sans risque à long terme sur l'horizon de 10 ans, mais nous ne les avons pas utilisés puisqu'il n'y a aucun critère équivalent pour les taux d'intérêt à court terme.

ANNEXE C : RÉSULTATS DE LA SIMULATION DE L'ÉTALONNAGE DES RENDEMENTS DE RÉFÉRENCE

Voici les résultats de la simulation des rendements des titres du gouvernement, des écarts de crédit et des rendements de référence au Canada et aux É.-U. Les percentiles simulés des rendements des titres du gouvernement satisfont aux points de référence. En ce qui concerne les écarts de crédit, aucun point de référence n'est actuellement défini et les percentiles historiques sont donc indiqués à des fins de comparaison.

Résultats de la simulation au Canada

Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement canadien à 10 ans avec $y_0 = 5,90\%$ sur l'horizon de 60 ans

Percentile	CIR Ajusté	BS Ajusté	Points de référence
2,5	1,61 %	1,90 %	2,25 %
5	2,02 %	2,18 %	2,45 %
10	2,59 %	2,55 %	2,60 %
25	3,75 %	3,35 %	S.O.
50	5,58 %	4,69 %	S.O.
75	7,95 %	6,21 %	S.O.
90	10,31 %	10,04 %	10,00 %
95	12,00 %	12,84 %	12,00 %
97,5	13,53 %	15,95 %	13,50 %

Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement américain à 10 ans avec $y_0 = 3,60\%$ sur l'horizon de deux ans

Percentile	CIR Ajusté	BS Ajusté	Points de référence
2,5	2,08 %	2,42 %	2,45 %
5	2,34 %	2,60 %	2,60 %
10	2,61 %	2,81 %	2,85 %
25	3,13 %	3,17 %	S.O.
50	3,74 %	3,67 %	S.O.
75	4,42 %	4,10 %	S.O.
90	5,07 %	4,81 %	4,70 %
95	5,49 %	5,19 %	5,10 %
97,5	5,91 %	5,52 %	5,35 %

**Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement canadien à 10 ans
avec $y_0 = 5,90$ % sur l'horizon de deux ans**

Percentile	CIR Ajusté	BS Ajusté	Points de référence
2,5	3,68 %	3,76 %	3,90 %
5	4,04 %	4,05 %	4,15 %
10	4,40 %	4,38 %	4,50 %
25	5,07 %	4,97 %	S.O.
50	5,86 %	5,76 %	S.O.
75	6,70 %	6,46 %	S.O.
90	7,51 %	7,60 %	7,40 %
95	8,02 %	8,20 %	7,85 %
97,5	8,53 %	8,74 %	8,25 %

**Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement canadien à 10 ans
avec $y_0 = 8,80$ % sur l'horizon de deux ans**

Percentile	CIR Ajusté	BS Ajusté	Points de référence
2,5	5,83 %	5,46 %	6,10 %
5	6,28 %	5,88 %	6,50 %
10	6,73 %	6,37 %	6,95 %
25	7,56 %	7,23 %	S.O.
50	8,52 %	8,40 %	S.O.
75	9,54 %	9,43 %	S.O.
90	10,51 %	11,11 %	10,40 %
95	11,11 %	12,00 %	11,00 %
97,5	11,71 %	12,80 %	11,45 %

**Percentiles historiques et simulés sur l'horizon de 60 ans pour l'écart moyen de l'indice obligataire
universel DEX**

Percentile	EVM $s_0 = 0,35$ %	Historiques (Déc. 1979 à déc. 2012)
2,5	0,11 %	0,14 %
5	0,14 %	0,15 %
10	0,18 %	0,17 %
25	0,26 %	0,23 %
50	0,38 %	0,31 %
75	0,52 %	0,42 %
90	0,69 %	0,71 %
95	0,79 %	0,77 %
97,5	0,91 %	0,85 %

Percentiles simulés pour le rendement canadien de référence sur l'horizon de 60 ans

Percentile	CIR	BS
	Ajusté	Ajusté
2,5	2,11 %	2,33 %
5	2,55 %	2,60 %
10	3,14 %	2,96 %
25	4,23 %	3,76 %
50	5,78 %	5,04 %
75	7,64 %	7,07 %
90	9,61 %	10,25 %
95	10,98 %	13,00 %
97,5	12,39 %	15,98 %

Résultats de la simulation aux É.-U.**Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement américain à sept ans avec $y_0 = 5,65$ % sur l'horizon de 60 ans**

Percentile	CIR	BS	Points de référence
	Ajusté	Ajusté	
2,5	1,37 %	1,72 %	2,00 %
5	1,75 %	2,00 %	2,20 %
10	2,29 %	2,34 %	2,35 %
25	3,44 %	3,15 %	S.O.
50	5,29 %	4,51 %	S.O.
75	7,74 %	6,70 %	S.O.
90	10,21 %	10,30 %	10,00 %
95	12,00 %	13,52 %	12,00 %
97,5	13,60 %	17,18 %	13,50 %

Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement américain à sept ans avec $y_0 = 3,30$ % sur l'horizon de deux ans

Percentile	CIR	BS	Points de référence
	Ajusté	Ajusté	
2,5	1,79 %	2,15 %	2,20 %
5	2,04 %	2,32 %	2,35 %
10	2,31 %	2,52 %	2,55 %
25	2,82 %	2,88 %	S.O.
50	3,44 %	3,38 %	S.O.
75	4,12 %	3,95 %	S.O.
90	4,79 %	4,54 %	4,40 %
95	5,22 %	4,93 %	4,80 %
97,5	5,65 %	5,27 %	5,05 %

**Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement américain à sept ans
avec $y_0 = 5,65$ % sur l'horizon de deux ans**

Percentile	CIR Ajusté	BS Ajusté	Points de référence
2,5	3,39 %	3,46 %	3,65 %
5	3,74 %	3,75 %	3,90 %
10	4,11 %	4,09 %	4,25 %
25	4,79 %	4,69 %	S.O.
50	5,60 %	5,51 %	S.O.
75	6,47 %	6,46 %	S.O.
90	7,31 %	7,45 %	7,15 %
95	7,84 %	8,11 %	7,60 %
97,5	8,37 %	8,69 %	8,00 %

**Percentiles simulés pour le rendement des titres du gouvernement américain à sept ans
avec $y_0 = 8,65$ % sur l'horizon de deux ans**

Percentile	CIR Ajusté	BS Ajusté	Points de référence
2,5	5,57 %	5,14 %	6,00 %
5	6,03 %	5,57 %	6,40 %
10	6,50 %	6,08 %	6,85 %
25	7,35 %	6,98 %	S.O.
50	8,36 %	8,23 %	S.O.
75	9,42 %	9,67 %	S.O.
90	10,44 %	11,17 %	10,30 %
95	11,07 %	12,15 %	10,85 %
97,5	11,69 %	13,04 %	11,30 %

Percentiles historiques et simulés pour l'OAS sur l'horizon de 60 ans

Percentile	EVM $s_0 = 0,35$ %	Historiques (Août 1988 à déc. 2012)
2,5	0,17 %	0,24 %
5	0,21 %	0,26 %
10	0,26 %	0,29 %
25	0,38 %	0,39 %
50	0,54 %	0,47 %
75	0,74 %	0,66 %
90	0,95 %	0,85 %
95	1,10 %	1,14 %
97,5	1,25 %	1,50 %

Percentiles simulés pour le rendement de référence américain sur l'horizon de 60 ans

Percentile	CIR Ajusté	BS Ajusté
2,5	2,04 %	2,31 %
5	2,48 %	2,58 %
10	3,06 %	2,94 %
25	4,17 %	3,74 %
50	5,77 %	5,05 %
75	7,72 %	7,22 %
90	9,80 %	10,75 %
95	11,26 %	13,87 %
97,5	12,73 %	17,39 %

RÉFÉRENCES

Note éducative : [Étalonnage des modèles stochastiques de taux d'intérêt](#), décembre 2009.

Document de recherche : [Étalonnage des rendements des actions pour le passif des fonds distincts](#), février 2012.

Préavis du Bureau du surintendant des institutions financières Canada : [Directives révisées à l'intention des sociétés d'assurance-vie qui calculent les exigences en capital des garanties de fonds distincts au moyen d'un modèle approuvé](#), décembre 2010.