

Document de recherche

Étalonnage des rendements et de la volatilité des actions pour les modèles stochastiques

Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie

Mai 2017

Document 217055

This document is available in English

© 2017 Institut canadien des actuaires

Les documents de recherche ne représentent pas nécessairement l'opinion de l'Institut canadien des actuaires. Les membres devraient connaître les documents de recherche. Les documents de recherche ne constituent pas des normes de pratique et sont donc de caractère non exécutoire. Il n'est pas obligatoire que les documents de recherche soient conformes aux normes de pratique. Le mode d'application de normes de pratique dans un contexte particulier demeure la responsabilité des membres.

NOTE DE SERVICE

À : Tous les Fellows, affiliés, associés et correspondants de l'Institut canadien des actuaires

De : Pierre Dionne, président
Direction de la pratique actuarielle

Stéphanie Fadous
Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie

Dean Stamp, président
Groupe désigné

Date : Le 17 mai 2017

Objet : **Document de recherche : Étalonnage des rendements et de la volatilité des actions pour les modèles stochastiques**

La Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie a mis sur pied un groupe désigné pour rédiger le présent document appuyant une promulgation mise à jour des critères d'étalonnage des rendements et de la volatilité des actions aux fins d'utilisation dans les modèles stochastiques se rapportant aux évaluations actuarielles et aux rapports financiers des sociétés d'assurance-vie.

Les critères d'étalonnage existants des rendements des actions ont été élaborés à l'aide des données couvrant la période de janvier 1956 à juin 2010. Les données ont été mises à jour pour couvrir la période de janvier 1956 à décembre 2015 aux fins de l'élaboration des critères d'étalonnage mis à jour.

Conformément aux critères d'étalonnage existants, les critères d'étalonnage des rendements des actions correspondent à des valeurs maximales des facteurs d'accumulation pour les 2,5^e, 5^e et 10^e centiles sur les horizons d'un an, de cinq ans, de 10 ans et de 20 ans.

En outre, des critères de volatilité des actions sont maintenant établis sous la forme de valeurs minimales de l'écart-type annualisé des rendements mensuels composés continûment pour les 90^e et 95^e centiles sur les horizons d'un an et de cinq ans.

Deux ensembles de critères d'étalonnage sont fournis, l'un pour les indices boursiers diversifiés d'économies développées non asiatiques et l'autre pour les indices boursiers de petite capitalisation. Des conseils sont également donnés à propos des indices qui ne s'inscrivent pas dans ces deux catégories.

Conformément à la *Politique sur le processus officiel d'approbation de matériel d'orientation autre que les normes de pratique et les documents de recherche* de l'ICA, le présent document de recherche a été préparé par la Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie et approuvé par la Direction de la pratique actuarielle à des fins de diffusion le 16 mai 2017.

Les membres du groupe désigné sont Craig Fyfe, Sara Lang, Ling Luo, Ricardo Mitchell, Chris Moorley, Martin Ng, Stephan Sabourin, Dean Stamp (président), Na Ta, David Tian, Pierre-Alexandre Veilleux, Stephen Wang et Salina Young.

Pour toute question ou commentaire à propos du présent document de recherche, veuillez communiquer avec Dean Stamp, président du groupe désigné, à l'adresse dean_stamp@manulife.com.

PD, SF, DS

Table des matières

1	Objet.....	5
2	Résumé.....	5
3	Données	6
3.1	Données relatives au rendement des actions	6
3.1.1	Choix des indices.....	6
3.1.2	Choix des périodes historiques.....	7
3.1.3	Source des données	7
3.2	Données relatives à la volatilité des actions	7
4	Méthode.....	8
4.1	Étalonnage des rendements des actions	8
4.1.1	Choix des modèles	8
4.1.2	Critères relatifs aux facteurs d'accumulation pour les indices non canadiens	9
4.2	Étalonnage de la volatilité des actions	9
4.2.1	Considérations principales	9
4.2.2	Conception des critères d'étalonnage.....	12
4.2.3	Choix des modèles	12
4.3	Validation	13
5	Résultats.....	13
5.1	Centiles des rendements des actions	13
6	Critères.....	18
6.1	Nombre d'ensembles de critères d'étalonnage	18
6.2	Critères recommandés.....	19
6.3	Application des critères.....	19
7	Références.....	23
	Annexe A : Résultats relatifs aux rendements des actions.....	24
	Annexe B : Résultats relatifs à la volatilité des actions.....	27
	Annexe C : Indices diversifiés L1	29
	Annexe D : Comparaison des données relatives aux facteurs d'accumulation de 2012 et 2015.....	30

1 Objet

Les critères d'étalonnage actuels des rendements des actions utilisés dans la modélisation stochastique, ainsi que la méthode utilisée pour les élaborer, ont été publiés par un groupe désigné de la Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie dans un [document de recherche](#) en 2012.

Le document de recherche de 2012 comprenait des critères pour :

- l'extrémité gauche de la distribution des rendements des actions canadiennes aux centiles 2,5 %, 5 % et 10 % pour les horizons d'un an, de cinq ans, de 10 ans et de 20 ans;
- l'extrémité droite de la distribution des rendements des actions;
- les rendements des actions non canadiennes.

Le document de recherche de 2012 reportait à plus tard l'élaboration de critères d'étalonnage de la volatilité des rendements des actions dans le contexte d'une couverture.

La portée du présent document de recherche comprend un examen des critères d'étalonnage actuels des rendements des actions, notamment un examen des modèles utilisés pour les produire, et l'élaboration de critères d'étalonnage de la volatilité des actions. Ces critères d'étalonnage s'appliquent à tous les modèles stochastiques se rapportant aux évaluations actuarielles et aux rapports financiers des compagnies d'assurance-vie qui nécessitent des hypothèses concernant le rendement et la volatilité des actions.

2 Résumé

Les modèles et les méthodes utilisés pour élaborer les critères d'étalonnage relatifs aux facteurs d'accumulation dans le document de recherche de 2012 ont fait l'objet d'un examen. De plus, les données utilisées dans l'analyse du document de recherche de 2012 ont été mises à jour pour inclure les données sur les rendements totaux mensuels des indices TSX et S&P entre janvier 2011 et décembre 2015. À la suite de cet examen et de la mise à jour des données, aucune modification des critères d'étalonnage actuels relatifs aux facteurs d'accumulation de l'extrémité gauche n'est proposée.

Le tableau suivant indique les valeurs maximales des facteurs d'accumulation pour les indices boursiers diversifiés d'économies développées non asiatiques (indices L1) et les indices boursiers de petite capitalisation et économies de petite taille (indices L2) :

Critères d'étalonnage de l'extrémité gauche	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Indices L1	0,74	0,81	0,88	0,70	0,80	0,95	0,80	0,95	1,20	1,25	1,65	2,25
Indices L2	0,68	0,76	0,85	0,60	0,70	0,90	0,70	0,90	1,20	1,10	1,55	2,35

En outre, la fourchette pour l'espérance (moyenne) du facteur d'accumulation sur un horizon d'un an est la suivante :

Critères relatifs à la moyenne	Min.	Max.
Indices L1	8 %	12 %
Indices L2	11 %	15 %

Des critères d'étalonnage ont également été élaborés pour la volatilité des rendements des actions comme on peut le voir ci-dessous. Conformément aux critères d'étalonnage relatifs aux facteurs d'accumulation et aux rendements des actions, deux ensembles de critères d'étalonnage pour la volatilité des rendements des actions ont été établis : l'un pour les indices diversifiés d'économies développées non asiatiques (indices L1) et l'autre pour les indices de petite capitalisation (indices L2). Le tableau suivant indique les valeurs minimales de la volatilité réalisée des rendements des actions :

Critères d'étalonnage de la volatilité de l'extrémité droite	1 an		5 ans	
	90 ^e	95 ^e	90 ^e	95 ^e
L1	21,50 %	24,60 %	19,10 %	20,50 %
L2	29,00 %	32,60 %	25,00 %	26,50 %

Les critères ci-dessus s'appliqueront à l'écart-type annualisé des rendements mensuels composés continûment au cours de la première période de projection d'un an et de la première période de projection de cinq ans.

Pour des précisions sur l'élaboration des critères, se reporter à la section 4.

L'application des critères

Les critères continuent de s'appliquer aux scénarios générés aux fins de l'évaluation. Si une formule analytique existe pour calculer une statistique assujettie à des critères, il serait suffisant de vérifier que la valeur théorique de la statistique calculée avec la formule analytique satisfait aux critères, tant qu'un grand nombre de scénarios soient utilisés pour l'évaluation et que l'actuaire vérifie que la différence entre la valeur théorique et la valeur calculée avec l'ensemble des scénarios n'est pas importante.

Le processus d'étalonnage fournit aussi des règles pour des indices autres que les indices L1 et L2. Pour des précisions sur l'application des critères, se reporter à la section 6.

3 Données

3.1 Données relatives au rendement des actions

3.1.1 Choix des indices

Comme pour le document de recherche de 2012, nous nous sommes efforcés de choisir des indices qui sont couramment utilisés pour modéliser des indices de référence dans l'évaluation des garanties de placements des fonds distincts.

Nous avons examiné et analysé les données relatives à des indices de grande capitalisation dans les pays ou régions que voici :

Indices par région	
Pays ou régions	Nom de l'indice
Canada	Composé S&P/TSX
États-Unis	S&P 500
Royaume-Uni	FTSE All-Share
Europe, Australasie et Extrême-Orient	MSCI EAEO

Une description détaillée des indices susmentionnés est également fournie à l'annexe A de la note éducative intitulée [Hypothèses de rendement des placements pour les éléments d'actif à revenu non fixe pour les assureurs-vie](#).

De plus, nous avons examiné les données relatives à l'indice Russell 2000, qui est l'indice de petite capitalisation le plus représentatif des États-Unis.

3.1.2 Choix des périodes historiques

Les auteurs du document de recherche de 2012 ont utilisé les données sur le rendement total mensuel de l'indice composé S&P/TSX jusqu'en juin 2010. Pour garantir la continuité avec les critères d'étalonnage actuels, nous avons étendu la période considérée pour y inclure les données sur le rendement total mensuel de l'indice composé S&P/TSX jusqu'en décembre 2015. Nous avons utilisé des périodes semblables pour les autres indices lorsque les données étaient disponibles. Les données sur le rendement total mensuel ont été utilisées dans tous les cas.

Le tableau qui suit résume les périodes historiques ayant fait l'objet de notre analyse.

Période historique selon l'indice		
Nom de l'indice	Période	
	De	À
Composé S&P/TSX	Janvier 1956	Décembre 2015
S&P 500	Janvier 1956	Décembre 2015
Russell 2000	Janvier 1956	Décembre 2015
FTSE All-Share	Janvier 1956	Décembre 2015
MSCI EAEO	Décembre 1969	Décembre 2015

3.1.3 Source des données

Les données que nous avons utilisées pour mettre à jour les données sur le rendement total mensuel proviennent de Bloomberg.

Afin de garantir l'uniformité avec les critères d'étalonnage actuels relatifs aux actions, nous avons comparé les données tirées de Bloomberg aux données utilisées dans le document de recherche de 2012 pour les périodes qui se chevauchent. Cet exercice de validation a été concluant.

3.2 Données relatives à la volatilité des actions

Pour garantir la cohérence des critères relatifs aux facteurs d'accumulation et à la volatilité

des actions, les sources de données et les périodes historiques choisies sont les mêmes que celles utilisées pour les données relatives au rendement des actions.

Cependant, nous avons utilisé uniquement les données sur le rendement mensuel concernant les indices TSX, S&P 500 et Russell 2000 pour élaborer les critères relatifs à la volatilité des actions étant donné le manque de données pour les autres indices.

4 Méthode

Le présent groupe de travail a examiné la méthode et les considérations qui ont servi à élaborer les critères d'étalonnage des rendements des actions dans le document de recherche de 2012.

Comme il est indiqué dans le document de recherche de 2012, l'élaboration des critères d'étalonnage des rendements des actions comportait plusieurs éléments faisant appel au jugement. Nous avons donc adopté comme approche générale de revoir ces éléments, mais seulement pour apporter des changements fondamentaux à la méthode utilisée pour le document de recherche de 2012 lorsque nous estimions que les éléments faisant appel au jugement ne s'appliquaient plus.

Dans l'ensemble, si le présent groupe de travail était satisfait de l'approche fondée sur des modèles et de l'approche du *bootstrap* adoptées dans le document de recherche de 2012, il estimait toutefois que deux éléments notables faisant appel au jugement dans le document de recherche de 2012 nécessitaient un examen supplémentaire. Il s'agissait du groupement d'indices qui sous-tendent les critères d'étalonnage des rendements des actions des indices L1 et L2 et de l'élaboration des nouveaux critères relatifs à la volatilité des actions.

Il convient de souligner que l'inclusion des critères relatifs à la volatilité des actions ajoutait également une étape au processus d'étalonnage des rendements des actions qui était nécessaire pour garantir que les scénarios qui sous-tendent l'étalonnage des rendements des actions satisfont également aux exigences de l'étalonnage de la volatilité des actions (c.-à-d. que les critères d'étalonnage du rendement et de la volatilité des actions sont cohérents).

4.1 Étalonnage des rendements des actions

4.1.1 Choix des modèles

Le présent groupe de travail n'avait aucune réserve quant à l'approche fondée sur des modèles et l'approche du *bootstrap* adoptées pour établir les critères d'étalonnage des rendements des actions dans le document de recherche de 2012. Plus précisément, il était d'avis que les quatre modèles utilisés dans le document de 2012 demeuraient pertinents. Ces modèles sont les suivants :

- Le modèle log-normal (LN);
- Le modèle log-normal à changement de régime à deux facteurs (RS2LN);
- Le modèle avec facteur de reprise à changement de régime à deux facteurs (RS2DD1);
- Le modèle log-normal corrélé à volatilité stochastique (CSVL).

Le groupe de travail s'est également penché sur l'approche du *bootstrap*. L'approche

adoptée pour le *bootstrapping* est conforme à l'approche utilisée dans le document de recherche de 2012.

4.1.2 Critères relatifs aux facteurs d'accumulation pour les indices non canadiens

Une part importante de l'exposition aux fonds distincts des assureurs canadiens est liée à des marchés autres que canadiens. Le groupe de travail de 2012 a exercé son jugement à l'égard des éléments suivants pour élaborer les critères relatifs aux indices non canadiens :

- Les périodes de données historiques des indices TSX, S&P 500, FTSE, Russell 2000, Topix, MSCI EAEO et Hang Seng;
- L'établissement d'un ensemble commun de critères pour des indices présentant des statistiques similaires (p. ex. du point de vue de la diversification, de la géographie, de l'ampleur de la capitalisation, etc.);
- Les indices affichant des rendements historiques très élevés.

Dans l'ensemble, le présent groupe de travail n'avait aucune réserve quant au jugement exercé par le groupe de travail de 2012 dans l'établissement d'un groupe d'indices L1 et L2 aux fins d'étalonnage. Le présent groupe de travail a envisagé d'élaborer des critères distincts pour les rendements des actions des indices S&P et TSX, mais a rejeté cette distinction au bout du compte. Nous fournissons de plus amples renseignements à ce sujet à la section 5.

Les critères d'étalonnage s'appliquent aux facteurs d'accumulation des indices autres que canadiens dans la devise locale. Lorsque des indices étrangers sont modélisés, le taux de change serait également pris en compte.

4.2 Étalonnage de la volatilité des actions

4.2.1 Considérations principales

Le groupe de travail de 2012 a présenté les recommandations suivantes concernant l'élaboration ultérieure des critères d'étalonnage de la volatilité des actions :

1. fournir des conseils au sujet de la projection de la volatilité réalisée future des rendements des actions;
2. considérer la pertinence de la prise en compte du régime de volatilité ayant cours à la date de l'évaluation pour projeter les rendements des actions;
3. déterminer l'intervalle de temps approprié pour estimer la volatilité dans le contexte d'une couverture.

Le présent groupe de travail a inclus les considérations supplémentaires suivantes :

4. l'obligation de garantir la cohérence entre les scénarios du monde réel (RW) utilisés pour les évaluations couvertes et non couvertes;
5. la cohérence interne des critères d'étalonnage des rendements et de la volatilité des actions;
6. l'applicabilité de la recommandation concernant l'étalonnage de la volatilité aux hypothèses neutre au risque (RN) utilisées pour la couverture.

Enfin, comme l'a fait remarquer le groupe de travail de 2012, « l'exercice d'établissement

des critères ne repose pas uniquement sur l'analyse statistique; il fait appel à un certain niveau de jugement professionnel ». C'est particulièrement pertinent dans le cas de l'établissement de l'étalonnage de la volatilité des actions étant donné que les conseils ou pratiques sont rares à ce sujet. Par conséquent, le présent groupe de travail a adopté une approche pragmatique pour élaborer les critères d'étalonnage de la volatilité des actions : il a notamment exercé son jugement professionnel à l'égard d'un certain nombre d'éléments au lieu de tenter d'atteindre la perfection à l'aide de modèles trop complexes.

On trouvera de plus amples renseignements sur ces considérations importantes ci-dessous.

Projection de la volatilité réalisée future des rendements des actions

Étant donné que les flux monétaires associés aux stratégies de couverture dynamiques sont principalement associés à la volatilité réalisée plutôt qu'à la volatilité implicite, le groupe de travail a concentré ses conseils sur la volatilité réalisée future. Toutefois, il pourrait être nécessaire de donner des conseils ultérieurement sur la volatilité implicite future, car les stratégies de couverture évoluent.

Pertinence de la prise en compte du régime de volatilité ayant cours à la date de l'évaluation

Nous savons tous que la volatilité réalisée affiche de fortes caractéristiques de retour à la moyenne et, par conséquent, la prise en compte du régime de volatilité à la date d'évaluation augmenterait la procyclicalité de l'évaluation du passif aux changements dans la volatilité sans renforcer pour autant l'exactitude de façon importante.

Le groupe de travail a donc conclu que la prise en compte du régime de volatilité ayant cours à la date de l'évaluation devrait avoir une pertinence limitée dans le contexte de l'évaluation de passifs à long terme.

Intervalle de temps approprié pour estimer la volatilité dans le contexte d'une couverture

La prise en compte de la couverture dans l'évaluation des garanties de fonds distincts nécessite de très longs calculs, ce qui empêche en général d'utiliser un pas de temps quotidien dans la modélisation du rééquilibrage de la couverture. Par conséquent, l'utilisation d'un intervalle de temps mensuel est une hypothèse courante dans la prise en compte de la couverture dans l'évaluation des garanties de fonds distincts.

Même si le groupe de travail reconnaît que les sociétés sont généralement soumises à la volatilité quotidienne dans leurs opérations de couverture, il a décidé d'utiliser les rendements mensuels plutôt que les rendements quotidiens comme base de l'étalonnage de la volatilité pour mieux tenir compte de la façon, dans la pratique, dont la couverture est prise en compte dans l'évaluation du passif.

Cette décision repose sur deux considérations importantes. Il y a d'abord le fait que la relation entre la volatilité quotidienne et la volatilité mensuelle a été instable au fil du temps, et le groupe de travail voulait éviter de faire une recommandation relative à l'étalonnage de la volatilité qui serait tributaire de la période de données étudiée. Il convient de souligner que la volatilité mensuelle de l'indice TSX a été supérieure à la volatilité quotidienne au cours de la période de données de décembre 1977 à

décembre 2015 (la plus longue période pour laquelle des données sont disponibles sur la volatilité quotidienne de l'indice). Par conséquent, le groupe de travail était d'avis qu'une recommandation relative à l'étalonnage de la volatilité basée sur des données sur la volatilité quotidienne n'était pas nécessairement requise.

La deuxième considération importante est le fait qu'un pas de temps plus grand augmente la variabilité des inefficacités de la couverture et ajoute ainsi un élément de conservatisme à l'évaluation. Le groupe de travail voulait éviter de renforcer cet élément de conservatisme en utilisant des données quotidiennes pour établir les critères d'étalonnage de la volatilité.

Toutefois, le groupe de travail conseillerait aux sociétés qui prennent en compte la couverture dans leur évaluation au moyen d'une méthode stochastique sur stochastique avec un pas de temps plus fréquent que mensuel ou au moyen d'une méthode dans laquelle la fréquence de projection ne crée pas d'autres inefficacités de couverture, de tenir compte de l'écart entre la volatilité quotidienne et la volatilité mensuelle dans leur évaluation.

Cohérence entre les scénarios du monde réel (RW) utilisés pour les évaluations couvertes et non couvertes

Le groupe de travail de 2012 a indiqué que « les sociétés ont de plus en plus recours à la couverture et cela pose des enjeux supplémentaires en ce qui a trait à l'étalonnage des modèles ». Même si le groupe de travail reconnaît que la volatilité des rendements des actions a une incidence beaucoup plus limitée sur l'évaluation des fonds distincts non couverts que sur celle des fonds distincts couverts, il considère que la cohérence des scénarios est importante du fait qu'il ne peut y avoir qu'un seul environnement de marché boursier futur.

Par conséquent, les recommandations du présent groupe de travail visent à s'appliquer à l'étalonnage des scénarios RW stochastiques, que ces scénarios servent à tenir compte ou non de l'incidence de la couverture dans l'évaluation.

Cohérence interne des critères d'étalonnage des rendements et de la volatilité des actions

Le groupe de travail était d'avis que le principe de cohérence devrait également s'appliquer à l'étalonnage des facteurs d'accumulation et aux critères relatifs à la volatilité des actions. Au bout du compte, il n'y a qu'un seul environnement de marché boursier futur et compte tenu que les rendements des actions et la volatilité sont étroitement liés, l'étalonnage des rendements et de la volatilité des actions devrait être cohérent.

Bien qu'une analyse distincte ait été effectuée à l'égard des facteurs d'accumulation et des critères relatifs à la volatilité, le groupe de travail a porté une attention particulière aux données et aux modèles utilisés pour effectuer l'analyse pour assurer une cohérence.

Applicabilité de la recommandation relative à l'étalonnage de la volatilité aux hypothèses neutre au risque (RN) utilisées pour la couverture

Les hypothèses neutre au risque relatives à la volatilité utilisées pour la couverture sont invariablement des hypothèses exclusives basées sur le point de vue de chaque société sur

les paramètres économiques applicables à leur programme de couverture.

Le groupe de travail est ainsi arrivé à la conclusion que la recommandation relative à l'étalonnage de la volatilité devrait s'appliquer uniquement à la volatilité des actions présumée dans les scénarios RW stochastiques et non à la volatilité RN des actions présumée pour la couverture.

Dans le contexte d'une évaluation stochastique sur stochastique utilisée pour établir le passif selon les normes internationales d'information financière (IFRS), les recommandations relatives à l'étalonnage de la volatilité s'appliquent uniquement aux scénarios RW de la boucle extérieure.

4.2.2 Conception des critères d'étalonnage

Les critères sont définis comme étant l'écart-type annualisé des rendements mensuels composés continûment et s'appliquent à la première période de projection d'un an et à la première période de projection de cinq ans.

Les critères ont été conçus de manière à être cohérents avec les critères relatifs aux facteurs d'accumulation, avec l'utilisation des centiles et le choix des années. Les critères comportent des restrictions pour garantir un niveau minimal de volatilité élevée avec l'attente que le passif serait sensible à une volatilité élevée. Nous n'avons pas établi de critères pour la volatilité faible, médiane ou moyenne, car nous ne voulions pas imposer des modèles précis ni des hypothèses de meilleure estimation.

Nous avons choisi des périodes de projection de un an et de cinq ans, car il y a une espérance de retour à la moyenne dans la volatilité des actions, et nous estimions que l'horizon de cinq ans était suffisant pour garantir que le retour à la moyenne dans le modèle était approprié. Cette forme de critère exige que tant le critère d'un an que celui de cinq ans soient satisfaits à chaque date d'évaluation future pour garantir un passif approprié sur une base de permanence.

Les critères tiennent compte de deux centiles, à savoir le 90^e et le 95^e. Le fait d'utiliser plus d'un centile permet des restrictions à différents points à l'extrémité de la distribution et est cohérent avec les critères relatifs aux facteurs d'accumulation. Cependant, en raison des données limitées, le 97,5^e centile et les centiles suivants ne sont pas pris en compte.

4.2.3 Choix des modèles

Nous avons examiné plusieurs modèles pour établir les critères relatifs à la volatilité des actions, ainsi que l'approche *bootstrap* avec une taille de blocs de 12 mois. Les modèles comprennent :

- Les modèles RS2LN et CSVL, que l'on a choisis pour leur cohérence avec les modèles relatifs aux facteurs d'accumulation concernant les actions;
- Le modèle Heston, que nous avons choisi parce qu'il s'agit d'un modèle courant utilisé dans l'industrie pour modéliser la volatilité des actions;
- D'autres modèles de volatilité stochastique non affine (Christoffersen et coll., 2010).

Christofferson et coll. (2010) ont recommandé d'utiliser l'estimation par maximum de

vraisemblance (EMV) avec un filtre à particules pour estimer les paramètres. L'algorithme du filtre à particules approche la densité réelle de la variance instantanée par un ensemble de points distincts ou particules. Pour chaque particule, la valeur de la variance instantanée est simulée. La méthode a été mise en œuvre et mise à l'essai avec les rendements totaux mensuels des indices TSX et S&P. On a observé que les résultats de l'étalonnage ne sont pas très stables et qu'ils varient selon le nombre de particules et l'amorce du générateur de nombres aléatoires.

Le modèle Heston est l'un des modèles de volatilité stochastique les plus utilisés pour établir le prix des instruments dérivés. Lorsque le modèle Heston est estimé à partir des rendements mensuels historiques, il produit une extrémité beaucoup plus mince de la volatilité que le modèle CSVL décrit à la section 4.1.1. Cela s'explique peut-être par le fait que le processus de variance selon le modèle CSVL suit la distribution log-normale, laquelle a une extrémité droite plus lourde que la distribution du processus de variance selon le modèle Heston, c.-à-d. une distribution chi carré non centrale.

Pour les raisons susmentionnées, le modèle de Christofferson et coll. et le modèle Heston n'ont pas été utilisés pour établir les critères relatifs à la volatilité des actions.

Tous les modèles ont été étalonnés au moyen de l'EMV.

4.3 Validation

Les modèles relatifs au rendement et à la volatilité des actions (et les étalonnages connexes) ont été validés comme suit :

- Les modèles LN, RS2LN, RS2DD1 et CSVL utilisés par le présent groupe de travail ont été estimés avec les données de la période de 1956 à 2010 (la même période que celle utilisée par le groupe de travail de 2012) et tous les résultats des modèles relatifs aux rendements des actions obtenus par le groupe de travail de 2012 ont été reproduits.
- Les modèles ont tous été estimés de façon indépendante par différents membres du groupe de travail et tous les résultats des modèles ont été reproduits de façon indépendante.

5 Résultats

5.1 Centiles des rendements des actions

Conformément à l'approche adoptée par le groupe de travail de 2012, des trajectoires aléatoires des rendements des actions pendant différents horizons (1 an, 5 ans, 10 ans et 20 ans) ont été générées pour chacun des quatre modèles choisis (LN, RS2LN, RS2DD1 et CSVL). Pour réduire au minimum les erreurs d'échantillonnage, au moins 10 000 trajectoires ont été générées. De même, des trajectoires aléatoires des rendements ont été générées avec la technique du *bootstrap* en utilisant des tailles de blocs de trois, six et 12 mois.

Indices diversifiés d'économies développées non asiatiques (L1)

Les critères relatifs aux facteurs d'accumulation ont été principalement élaborés à l'aide des données des indices TSX et S&P 500 étant donné que les données sur les rendements

des actions des autres indices étaient plus limitées et que les indices TSX et S&P 500 constituent la majorité de l'exposition aux actions au Canada.

Si les résultats du *bootstrapping* et des modèles LN et RS2DD1 représentent un point de référence utile, les résultats des modèles ont toutefois une valeur limitée pour établir directement les critères relatifs aux facteurs d'accumulation, car les modèles LN et RS2DD1 étaient trop ambitieux en général tandis que le *bootstrapping* manque de données indépendantes en quantité suffisante pour les horizons plus longs. Par conséquent, les critères relatifs aux rendements des actions ont été établis principalement à l'aide des résultats concernant les facteurs d'accumulation des indices TSX et S&P 500 tirés des modèles RS2LN et CSVL.

Les résultats détaillés sont présentés à l'annexe A et un résumé des résultats pour les indices TSX et S&P 500 figurent ci-dessous.

Les 2,5^e, 5^e et 10^e centiles obtenus sont présentés à l'annexe A et un résumé des résultats pour les indices TSX et S&P 500 figurent ci-dessous.

TSX Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,71	0,80	0,88									
<i>Bootstrap</i> 3 mois	0,76	0,82	0,88	0,72	0,82	0,95	0,82	0,98	1,20	1,26	1,62	2,14
<i>Bootstrap</i> 6 mois	0,74	0,80	0,87	0,70	0,80	0,93	0,79	0,94	1,17	1,17	1,53	2,05
<i>Bootstrap</i> 12 mois	0,74	0,82	0,88	0,71	0,81	0,94	0,80	0,96	1,19	1,25	1,59	2,10
Modèle LN	0,81	0,85	0,89	0,78	0,87	0,99	0,91	1,06	1,26	1,44	1,78	2,29
Modèle RS2LN	0,72	0,79	0,88	0,63	0,75	0,90	0,69	0,86	1,11	1,01	1,38	1,92
Modèle RS2DD1	0,74	0,81	0,88	0,86	0,94	1,04	1,10	1,23	1,39	1,93	2,24	2,68
Modèle CSVL	0,75	0,82	0,89	0,68	0,80	0,95	0,77	0,94	1,18	1,17	1,54	2,08

S&P 500 Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,71	0,82	0,89									
<i>Bootstrap</i> 3 mois	0,79	0,85	0,91	0,81	0,91	1,04	0,99	1,16	1,40	1,75	2,19	2,81
<i>Bootstrap</i> 6 mois	0,77	0,84	0,90	0,78	0,89	1,02	0,95	1,13	1,37	1,64	2,07	2,72
<i>Bootstrap</i> 12 mois	0,76	0,84	0,89	0,76	0,87	1,02	0,93	1,11	1,36	1,62	2,07	2,72
Modèle LN	0,83	0,86	0,91	0,85	0,94	1,06	1,05	1,21	1,43	1,86	2,29	2,90
Modèle RS2LN	0,76	0,82	0,89	0,73	0,84	0,99	0,86	1,05	1,30	1,45	1,89	2,55
Modèle RS2DD1	0,77	0,84	0,91	0,90	1,00	1,12	1,21	1,37	1,57	2,38	2,79	3,35
Modèle CSVL	0,75	0,81	0,89	0,64	0,77	0,93	0,70	0,89	1,15	1,02	1,39	1,95

Les observations sur ces résultats s'apparentent à celles du groupe de travail de 2012 :

- La méthode du *bootstrap* produit des facteurs d'accumulation semblables à ceux obtenus avec les modèles RS2LN et CSVL pour l'horizon d'un an, mais habituellement des facteurs d'accumulation plus élevés sur des horizons plus longs. L'écart augmente en fonction de la longueur de l'horizon.
- Les facteurs d'accumulation obtenus avec le modèle RS2DD1 sur de longs horizons sont considérablement plus élevés que ceux obtenus avec les autres méthodes, en raison du retour à la moyenne présumé dans ce modèle. L'écart augmente en fonction de la longueur de l'horizon. Le modèle LN produit les deuxièmes facteurs

d'accumulation les plus élevés.

- Il n'y a pas de relation claire entre les facteurs d'accumulation générés par les modèles RS2LN et CSVL. Par rapport au modèle CSVL, le modèle RS2LN produit des facteurs d'accumulation moins élevés pour l'indice TSX et plus élevés pour l'indice S&P 500.
- Si les résultats du *bootstrapping* et des modèles LN et RS2DD1 représentent un point de référence utile, les résultats de ces modèles ont toutefois une valeur limitée pour établir directement les critères relatifs aux facteurs d'accumulation. Par conséquent, les critères relatifs aux rendements des actions ont été établis principalement à l'aide des résultats concernant les facteurs d'accumulation des indices TSX et S&P 500 tirés des modèles RS2LN et CSVL.

Il y a toutefois une différence notable depuis 2012, à savoir que les facteurs d'accumulation établis pour l'indice S&P 500 à l'aide des modèles RS2LN et CSVL dans la présente étude sont plus élevés en général que ceux établis par le groupe de travail de 2012. En revanche, les facteurs d'accumulation établis pour l'indice TSX sont semblables ou marginalement moins élevés dans la présente étude par rapport aux résultats établis par le groupe de travail de 2012. On trouvera une comparaison des résultats à l'annexe D. Nous avons donc examiné la possibilité d'élaborer des critères d'étalonnage L1 distincts pour le rendement des actions des indices S&P 500 et TSX afin de tenir compte de l'évolution de ces rendements depuis la dernière étude.

Toutefois, comme on peut le constater dans le tableau ci-dessus, si les résultats du modèle RS2LN pour l'indice S&P 500 sont sensiblement plus élevés que ceux obtenus pour l'indice TSX, le contraire est vrai en ce qui a trait aux résultats obtenus à l'aide du modèle CSVL. Comme l'a fait remarquer le groupe de travail de 2012, même si les modèles RS2LN et CSVL ont été privilégiés pour l'étalonnage, rien ne permettait de croire que l'un de ces modèles était intrinsèquement meilleur que l'autre.

Par ailleurs, on a noté que les écarts entre les facteurs d'accumulation de l'indice S&P 500 et de l'indice TSX calculés à l'aide du modèle RS2LN respectaient le niveau de tolérance du modèle aux erreurs (c.-à-d. que les écarts en question n'étaient pas différents d'un point de vue statistique). Les mêmes commentaires s'appliquent aux résultats du modèle CSVL.

Comme on peut le constater d'après les résultats concernant les indices TSX et S&P 500, la moyenne des résultats des modèles RS2LN et CSVL se rapprochait raisonnablement des critères relatifs aux facteurs d'accumulation existants. Le groupe de travail avait envisagé de mettre à jour les critères relatifs aux facteurs d'accumulation en se fondant sur ces résultats, mais il a conclu au bout du compte que les écarts par rapport à la recommandation en vigueur n'étaient pas suffisamment importants pour justifier la mise à jour des critères existants.

Le groupe de travail est donc arrivé à la conclusion que les résultats relatifs aux facteurs d'accumulation issus des modèles RS2LN et CSVL n'appuient pas l'adoption de critères d'étalonnage distincts pour le rendement des actions des indices TSX et S&P 500. Dans les deux cas, l'étalonnage devrait s'effectuer selon les critères L1 actuels.

Indices de petite capitalisation/économies de petite taille (L2)

Les 2,5^e, 5^e et 10^e centiles pour l'indice Russell 2000 figurent ci-dessous. Conformément à l'approche adoptée par le groupe de travail de 2012, les résultats les plus élevés des modèles RS2LN et CSVL ont été utilisés pour établir les critères. Pour tous les horizons, le modèle RS2LN a produit des centiles plus élevés que le modèle CSVL. Par conséquent, les résultats du modèle RS2LN ont servi à établir les critères L2. Puisque les résultats du modèle RS2LN se rapprochent raisonnablement des critères relatifs aux facteurs d'accumulation existants, le groupe de travail a décidé qu'il n'était pas nécessaire de modifier les critères L2.

Russell Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,67	0,76	0,85									
Bootstrap 3 mois	0,70	0,77	0,84	0,65	0,77	0,93	0,76	0,97	1,25	1,33	1,83	2,66
Bootstrap 6 mois	0,71	0,77	0,85	0,66	0,78	0,94	0,78	0,98	1,27	1,37	1,87	2,70
Bootstrap 12 mois	0,70	0,79	0,86	0,69	0,81	0,97	0,84	1,04	1,33	1,52	2,06	2,90
Modèle LN	0,75	0,80	0,86	0,72	0,83	0,98	0,87	1,06	1,34	1,58	2,10	2,92
Modèle RS2LN	0,67	0,75	0,84	0,59	0,72	0,90	0,67	0,89	1,20	1,15	1,65	2,50
Modèle RS2DD1	0,70	0,76	0,85	0,87	0,98	1,11	1,25	1,42	1,66	2,72	3,25	4,01
Modèle CSVL	0,63	0,72	0,82	0,41	0,56	0,75	0,38	0,56	0,83	0,43	0,72	1,23

Critères L2	0,68	0,76	0,85	0,60	0,70	0,90	0,70	0,90	1,20	1,10	1,55	2,35
-------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Qualité de l'ajustement

Nous avons déterminé des paramètres pour les quatre modèles choisis à l'aide de l'estimation de vraisemblance maximale. Les tableaux suivants présentent la valeur de la log-vraisemblance de chaque modèle pour les indices TSX, S&P 500 et Russell 2000. On trouvera des renseignements semblables pour les indices FTSE et MSCI EAO à l'annexe A. Nous avons également calculé le critère d'information Akaike (AIC) et le critère Schwartz Bayes (SBC). Conformément à l'interprétation de ces critères et, compte tenu d'un ensemble de modèles plausibles pour les données, le modèle privilégié est celui dont la valeur des critères est la plus élevée. Le modèle CSVL offre le meilleur ajustement en vertu de la log-vraisemblance et des critères AIC et SBC pour les indices TSX, S&P 500 et Russell 2000.

Janv. 1956 – déc. 2015		TSX			S&P 500		
Modèle	Nombre de paramètres	Nombre de points de données			Nombre de points de données		
		Log-vraisemblance	AIC	SBC	Log-vraisemblance	AIC	SBC
LN	2	1 221,4	1 219,4	1 214,8	1 254,6	1 252,6	1 248,0
RS2LN	6	1 277,2	1 271,2	1 257,4	1 293,7	1 287,7	1 274,0
RS2DD1	8	1 281,9	1 273,9	1 255,6	1 303,1	1 295,1	1 276,7
CSVL	5	1 288,0	1 283,0	1 271,5	1 320,1	1 315,1	1 303,7

Janv. 1956 – déc. 2015		Russell 2000		
		Nombre de points de données		719
Modèle	Nombre de paramètres	Log-vraisemblance	AIC	SBC
LN	2	1 018,1	1 016,1	1 011,5
RS2LN	6	1 068,1	1 062,1	1 048,3
RS2DD1	8	1 080,6	1 072,6	1 054,2
CSVL	5	1 093,6	1 088,6	1 077,2

5.2 Centiles de la volatilité des actions

Des résultats détaillés sont présentés à l'annexe B et un résumé des résultats pour les indices TSX, S&P 500 et Russell 2000 figurent ci-dessous.

TSX – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an		5 ans	
	90 ^e	95 ^e	90 ^e	95 ^e
Bootstrap 12 mois (quotidien)*	20,71 %	24,34 %	20,65 %	22,27 %
Bootstrap 12 mois (mensuel)	21,87 %	27,56 %	18,94 %	20,14 %
Modèle RS2LN	21,95 %	25,16 %	19,12 %	20,45 %
Modèle CSVL	21,49 %	24,59 %	19,21 %	20,89 %
Heston	20,48 %	22,56 %	18,52 %	19,70 %

S&P 500 – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an		5 ans	
	90 ^e	95 ^e	90 ^e	95 ^e
Bootstrap 12 mois (quotidien)	21,71 %	24,26 %	20,63 %	22,98 %
Bootstrap 12 mois (mensuel)	20,04 %	22,48 %	18,02 %	19,04 %
Modèle RS2LN	20,46 %	22,86 %	17,75 %	18,79 %
Modèle CSVL	21,73 %	25,28 %	19,82 %	21,82 %
Critères L1	21,50 %	24,60 %	19,10 %	20,50 %

* D'après les données sur la volatilité quotidienne à compter de décembre 1977

Russell – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an		5 ans	
	90 ^e	95 ^e	90 ^e	95 ^e
Bootstrap 12 mois	29,40 %	33,34 %	24,87 %	26,24 %
Modèle RS2LN	29,04 %	32,60 %	24,99 %	26,52 %
Modèle CSVL	31,64 %	37,46 %	29,26 %	32,77 %
Critères L2	29,00 %	32,60 %	25,00 %	26,50 %

Les critères L1 ont été établis à l'égard de l'indice TSX, qui a connu une volatilité mensuelle plus élevée que l'indice S&P 500 au cours de la période de janvier 1956 à décembre 2015. Les critères L2 ont été établis à l'égard de l'indice Russell 2000.

Pour l'horizon d'un an, les résultats les moins élevés du *bootstrapping* (volatilité mensuelle) et des modèles RS2LN et CSVL ont servi à établir les critères. Les résultats du *bootstrapping* basés sur la volatilité quotidienne ne sont pas inclus dans ce calcul, car les données sur la volatilité quotidienne de l'indice TSX n'étaient disponibles qu'à compter de décembre 1977. Il convient de souligner que le fait d'exclure la volatilité quotidienne de ce calcul est une approche marginalement conservatrice.

Pour l'horizon de cinq ans, les résultats les moins élevés des modèles RS2LN et CSVL ont servi à établir les critères, car il n'y avait pas suffisamment de périodes historiques de cinq ans qui ne se chevauchent pas pour pouvoir établir correctement les critères relatifs aux extrémités à l'aide du *bootstrapping*.

Comme l'a fait remarquer le groupe de travail de 2012, le passif des contrats d'assurance relatifs aux fonds distincts se calcule de manière conservatrice en appliquant une espérance conditionnelle unilatérale (ECU) élevée et non en définissant des paramètres conservateurs du modèle stochastique à l'égard du rendement des placements.

Le groupe de travail reconnaît que des permutations différentes des résultats des modèles et des données des indices TSX et S&P 500 auraient produit des critères plus élevés ou moins élevés que ceux recommandés, mais, dans l'ensemble, le groupe de travail estime que cette approche applique un degré de conservatisme approprié dans l'établissement des critères d'étalonnage.

6 Critères

6.1 Nombre d'ensembles de critères d'étalonnage

Nous avons examiné les éléments pris en compte par le groupe de travail de 2012 au sujet du nombre d'ensembles de critères d'étalonnage établis pour les rendements des actions et nous avons estimé qu'il n'était pas nécessaire d'y apporter des changements. Les ensembles de critères d'étalonnage proposés par le présent groupe de travail pour les rendements des actions sont les suivants :

- L1 – indices diversifiés d'économies développées non asiatiques;
- L2 – indices de petite capitalisation/économies de petite taille.

Les critères relatifs au rendement et à la volatilité s'appliquent aux polices couvertes et non couvertes.

On trouvera de plus amples renseignements sur ces ensembles de critères d'étalonnage à l'annexe C.

Certaines économies considérées comme développées par le MSCI sont de petite taille, comme la Belgique. Un fonds lié à l'une ou à quelques-unes de ces petites économies développées devrait être soumis à des critères plus rigoureux qu'un fonds lié à un ensemble bien diversifié d'économies développées ou à une économie développée de grande taille, comme le Royaume-Uni ou l'Allemagne.

Les indices auxquels un seul ensemble de critères s'appliquera sont ceux composés d'un ensemble diversifié d'indices L1 ou d'un seul indice d'une économie de grande taille qui figure dans la catégorie des indices L1. Les indices qui comprennent un nombre

relativement restreint de marchés qui figurent dans la catégorie des indices L1 ou sont des économies de petite taille seront soumis à un traitement différent (ils correspondront au cas 2 de l'arbre de décision présenté à la section 7.1).

6.2 Critères recommandés

Le tableau suivant indique les valeurs maximales de l'extrémité gauche des facteurs d'accumulation pour les horizons d'un an, de cinq ans, de 10 ans et de 20 ans.

Critères d'étalonnage de l'extrémité gauche	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Indices L1	0,74	0,81	0,88	0,70	0,80	0,95	0,80	0,95	1,20	1,25	1,65	2,25
Indices L2	0,68	0,76	0,85	0,60	0,70	0,90	0,70	0,90	1,20	1,10	1,55	2,35

Par ailleurs, la fourchette pour l'espérance (moyenne) du facteur d'accumulation pour l'horizon d'un an est la suivante :

Critères relatifs à la moyenne	Min.	Max.
Indices L1	8 %	12 %
Indices L2	11 %	15 %

Ces critères sont identiques aux critères de 2012 établis pour l'extrémité gauche de la distribution des rendements des actions et pour les facteurs d'accumulation relatifs à la moyenne.

Des critères d'étalonnage ont également été élaborés pour la volatilité des rendements des actions, comme on peut le voir ci-dessous. En cohérence avec les critères d'étalonnage relatifs aux facteurs d'accumulation et aux rendements des actions, deux ensembles de critères d'étalonnage relatifs à la volatilité des rendements des actions ont été établis : l'un pour les indices diversifiés d'économies développées non asiatiques (indices L1) et l'autre pour les indices de petite capitalisation (indices L2). Le tableau suivant indique les valeurs minimales de la volatilité réalisée des rendements des actions :

Critères d'étalonnage de la volatilité de l'extrémité droite	1 an		5 ans	
	90 ^e	95 ^e	90 ^e	95 ^e
L1	21,50 %	24,60 %	19,10 %	20,50 %
L2	29,00 %	32,60 %	25,00 %	26,50 %

Les critères susmentionnés s'appliqueront à l'écart-type annualisé des rendements mensuels composés en continu au cours de la première période de projection d'un an et de la première période de projection de cinq ans.

Compte tenu de l'ajout des critères relatifs à la volatilité des actions, le groupe de travail était d'avis que les critères relatifs aux rendements de l'extrémité droite et les critères relatifs à la volatilité minimale n'étaient plus nécessaires.

6.3 Application des critères

Les scénarios utilisés aux fins d'une évaluation devraient satisfaire aux critères produits par le présent groupe de travail. Si une formule analytique existe pour calculer une statistique assujettie à des critères, il serait suffisant de vérifier que la valeur théorique de la statistique calculée avec la formule analytique satisfait aux critères, pourvu qu'un

grand nombre de scénarios soient utilisés pour l'évaluation et que l'actuaire vérifie que la différence entre la valeur théorique et la valeur calculée avec l'ensemble des scénarios n'est pas importante.

Puisque les critères ont été établis au moyen des données disponibles jusqu'en décembre 2015, il est possible qu'un modèle ne satisfasse pas aux critères si des données plus récentes sont utilisées même si l'actuaire a recours à l'un des modèles considérés dans le cadre de l'élaboration des critères. Ainsi, un actuaire pourrait être tenu d'ajuster dans l'avenir les paramètres d'un modèle provenant d'un ajustement statistique si l'expérience du marché après décembre 2015 est différente de l'expérience historique. Le groupe de travail estime que cela ne représente pas un inconvénient majeur.

Pour modéliser le rendement des placements liés à un fonds en particulier, une approximation pour le fonds en question serait établie. L'approximation prend habituellement la forme d'une combinaison linéaire d'indices du marché.

Les critères établis dans le présent document de recherche s'appliquent au rendement des placements générés à l'égard des indices boursiers qui sont utilisés dans la composition des approximations.

Les critères seront appliqués selon l'arbre de décision décrit ci-dessous. Le principe directeur à cette fin consiste à utiliser les données dans la mesure où elles sont disponibles et crédibles.

L'arbre de décision se présente comme suit :

- Cas 1 : Si une proportion importante de l'indice est composée d'un ensemble diversifié d'indices L1, d'un indice L1 d'une économie de grande taille ou d'indices L2, l'ensemble de critères d'étalonnage pertinents s'applique alors à cet indice.
- Cas 2 : Si l'indice ne correspond pas au cas 1, mais l'actuaire a suffisamment de données crédibles au sujet des rendements de l'indice en question, le processus à suivre comporte alors les trois étapes suivantes :
 - a. Mettre le modèle à l'essai. Le modèle serait d'abord estimé avec les données sur les rendements totaux mensuels de l'indice composé S&P/TSX de janvier 1956 à décembre 2015. Les résultats du modèle sont ensuite comparés aux critères d'étalonnage du rendement et de la volatilité des actions des indices L1. Si les résultats du modèle satisfont à ces critères, la forme du modèle est donc acceptable et l'actuaire peut passer à la deuxième étape. Dans le cas contraire, l'actuaire changerait de forme de modèle.
 - b. Estimer le modèle avec les données disponibles sur l'indice. Le modèle est ensuite utilisé pour générer les rendements.
 - c. Un dernier test consiste à examiner le ratio Sharpe¹ des résultats du modèle. Le ratio Sharpe se calculera à l'aide de l'espérance et de l'écart-type du facteur d'accumulation d'un an. Le ratio Sharpe ne serait pas supérieur à 0,40

¹ Le ratio Sharpe d'un indice correspond à la différence entre le rendement espéré de l'indice et le taux sans risque, divisé par l'écart-type de l'indice.

avec un taux sans risque présumé de 4,00 %. Au besoin, les paramètres relatifs à la moyenne issus de l'étape b. seraient ajustés à la baisse jusqu'à ce que le critère Sharpe soit satisfait.

Cas 3 : Si l'indice ne correspond ni au cas 1 ni au cas 2 :

- a. Les critères à appliquer sont issus des critères à l'égard des indices L1 ajustés pour tenir compte des différences attendues au chapitre des rendements moyens et de la volatilité.

Voici les critères relatifs au facteur d'accumulation de l'indice :

$$AF(F, p, t) = AF(TSX, p, t) \times \exp(\mu_{Diff} \times t + \sigma_{Diff} \times \Phi^{-1}(p) \times \sqrt{t})$$

où,

$AF(F, p, t)$	correspond au critère de l'extrémité gauche relatif à l'indice F pour le p^e centile à l'horizon t ;
$AF(TSX, p, t)$	correspond au critère de l'extrémité gauche relatif aux indices L1 pour le p^e centile à l'horizon t ;
$\Phi^{-1}(p)$	représente la fonction de distribution cumulative inverse de la distribution normale générale;
σ_{TSX}	correspond à l'écart-type de l'échantillon pour l'indice TSX;
σ_F	correspond à l'écart-type de l'échantillon pour l'indice;
σ_{Diff}	correspond à $\sigma_F - \sigma_{TSX}$, la différence entre les écarts-types des deux indices;
μ_{TSX}	correspond à la moyenne de l'échantillon pour l'indice TSX;
μ_F	correspond à la moyenne pour l'indice, calculée au moyen du ratio Sharpe comme suit :
	$\mu_F = r + \sigma_F \times (\mu_{TSX} - r) / \sigma_{TSX};$
μ_{Diff}	correspond à $\mu_F - \mu_{TSX}$, la différence entre les moyennes des deux indices;
r	correspond au taux sans risque établi à 4 % aux fins de l'étalonnage.

La moyenne de l'échantillon et les volatilités de l'échantillon sont calculées d'après les log-rendements mensuels historiques. Les volatilités de l'échantillon pour le TSX et l'indice seraient calculées au moyen de la période historique commune la plus longue disponible et se terminant en décembre 2015. La moyenne de l'échantillon pour le TSX serait calculée au moyen des données de janvier 1956 à décembre 2015.

À tout le moins, l'indice ne serait pas moins volatil que le TSX. S'il y a lieu, la volatilité supposée serait ajustée à la hausse pour tenir compte des objectifs déclarés de l'indice.

- b. Les critères relatifs à la volatilité qui seront appliqués sont dérivés des critères établis **pour les indices L1** avec un ajustement pour tenir compte des écarts attendus dans **la moyenne et la variabilité de la volatilité**.

$$V(F, p, t) = V(TSX, p, t) \times \exp \left\{ \left(\mu_F^{(logV)} - \mu_{TSX}^{(logV)} \right) \times t + \left(\sigma_F^{(logV)} - \sigma_{TSX}^{(logV)} \right) \times \Phi^{-1}(p) \times \sqrt{t} \right\}$$

où,

$V(F, p, t)$	correspond au critère de l'extrémité droite relatif à l'indice F pour le p^e centile à l'horizon t ;
$V(TSX, p, t)$	correspond au critère de l'extrémité droite relatif aux indices L1 pour le p^e centile à l'horizon t ;
$\Phi^{-1}(p)$	représente la fonction de distribution cumulative inverse de la distribution normale générale;
$\mu_F^{(logV)}$	correspond à la moyenne de l'échantillon des log-volatilités d'un an qui ne se chevauchent pas pour l'indice F ;
$\sigma_F^{(logV)}$	correspond à l'écart-type de l'échantillon des log-volatilités d'un an qui ne se chevauchent pas pour l'indice F ;
$\mu_{TSX}^{(logV)}$	correspond à la moyenne de l'échantillon des log-volatilités d'un an qui ne se chevauchent pas pour l'indice TSX;
$\sigma_{TSX}^{(logV)}$	correspond à l'écart-type de l'échantillon des log-volatilités d'un an qui ne se chevauchent pas pour l'indice TSX.

Les log-volatilités d'un an qui ne se chevauchent pas sont le logarithme naturel des écarts-types de l'échantillon des log-rendements mensuels d'un an qui ne se chevauchent pas et que l'on calcule à rebours en commençant à la fin de la période des données. Les écarts-types de l'échantillon pour l'indice TSX et l'indice seraient calculés au moyen de la période historique commune la plus longue disponible et se terminant en décembre 2015.

La valeur maximale de 0,40 du ratio Sharpe dans le cas 2 a été établie en fonction des valeurs historiques des indices TSX et S&P 500. Ces valeurs historiques sont présentées à l'annexe A.

L'indice MSCI EAEO est un exemple d'indice s'inscrivant dans le cas 1 puisqu'un ensemble bien diversifié d'indices L1 représente en général environ 75 % de cet indice. Les indices TSX et S&P 500 s'inscrivent également dans le cas 1 puisqu'ils sont des indices L1 d'économies de grande taille. L'actuaire ferait appel à son jugement pour déterminer si la taille d'une économie est suffisamment grande ou si un ensemble d'indices L1 est suffisamment diversifié pour s'inscrire dans le cas 1.

Les indices Hang Seng, Topix et NASDAQ sont des exemples d'indices s'inscrivant dans le cas 2. Ils ne sont ni des indices diversifiés d'économies développées non asiatiques ni des indices de petite capitalisation, mais des séries de données sur de longues périodes sont disponibles pour ces indices.

L'indice composé Shanghai est un exemple d'indice s'inscrivant dans le cas 3. Ce n'est ni un indice L1 ni un indice L2 et les données ne sont disponibles que depuis 1991.

7 Références

Institut canadien des actuaires. Document de recherche : *Étalonnage des rendements des actions pour le passif des fonds distincts*, 2012.

Christoffersen P., K. Jacobs et K. Mimouni. « Volatility Dynamics for the S&P500: Evidence from Realized Volatility, Daily Returns, and Option Prices », *The Review of Financial Studies*, The Society for Financial Studies, 2010.

Annexe A : Résultats relatifs aux rendements des actions

Facteurs d'accumulation de l'extrémité gauche

Indices L1 :

TSX Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,71	0,80	0,88									
Bootstrap 3 mois	0,76	0,82	0,88	0,72	0,82	0,95	0,82	0,98	1,20	1,26	1,62	2,14
Bootstrap 6 mois	0,74	0,80	0,87	0,70	0,80	0,93	0,79	0,94	1,17	1,17	1,53	2,05
Bootstrap 12 mois	0,74	0,82	0,88	0,71	0,81	0,94	0,80	0,96	1,19	1,25	1,59	2,10
Modèle LN	0,81	0,85	0,89	0,78	0,87	0,99	0,91	1,06	1,26	1,44	1,78	2,29
Modèle RS2LN	0,72	0,79	0,88	0,63	0,75	0,90	0,69	0,86	1,11	1,01	1,38	1,92
Modèle RS2DD1	0,74	0,81	0,88	0,86	0,94	1,04	1,10	1,23	1,39	1,93	2,24	2,68
Modèle CSVL	0,75	0,82	0,89	0,68	0,80	0,95	0,77	0,94	1,18	1,17	1,54	2,08

S&P 500 Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,71	0,82	0,89									
Bootstrap 3 mois	0,79	0,85	0,91	0,81	0,91	1,04	0,99	1,16	1,40	1,75	2,19	2,81
Bootstrap 6 mois	0,77	0,84	0,90	0,78	0,89	1,02	0,95	1,13	1,37	1,64	2,07	2,72
Bootstrap 12 mois	0,76	0,84	0,89	0,76	0,87	1,02	0,93	1,11	1,36	1,62	2,07	2,72
Modèle LN	0,83	0,86	0,91	0,85	0,94	1,06	1,05	1,21	1,43	1,86	2,29	2,90
Modèle RS2LN	0,76	0,82	0,89	0,73	0,84	0,99	0,86	1,05	1,30	1,45	1,89	2,55
Modèle RS2DD1	0,77	0,84	0,91	0,90	1,00	1,12	1,21	1,37	1,57	2,38	2,79	3,35
Modèle CSVL	0,75	0,81	0,89	0,64	0,77	0,93	0,70	0,89	1,15	1,02	1,39	1,95

FTSE – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,66	0,79	0,88									
Bootstrap 3 mois	0,76	0,82	0,88	0,77	0,88	1,03	0,95	1,16	1,43	1,80	2,34	3,18
Bootstrap 6 mois	0,73	0,80	0,88	0,73	0,85	1,00	0,90	1,10	1,40	1,66	2,21	3,06
Bootstrap 12 mois	0,72	0,82	0,89	0,69	0,83	1,01	0,86	1,08	1,39	1,58	2,17	3,06
Modèle LN	0,79	0,83	0,89	0,80	0,90	1,05	1,01	1,20	1,48	1,94	2,49	3,33
Modèle RS2LN	0,72	0,82	0,90	0,65	0,81	1,01	0,78	1,02	1,37	1,45	2,05	2,99
Modèle RS2DD1	0,69	0,78	0,89	0,85	0,95	1,08	1,17	1,34	1,57	2,43	2,92	3,62
Modèle CSVL	0,72	0,80	0,88	0,64	0,79	0,98	0,75	0,98	1,29	1,27	1,81	2,63

EAEO Déc. 1969 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,68	0,74	0,83									
Bootstrap 3 mois	0,76	0,82	0,88	0,71	0,81	0,94	0,80	0,94	1,15	1,17	1,48	1,93
Bootstrap 6 mois	0,74	0,80	0,87	0,68	0,78	0,91	0,75	0,90	1,11	1,05	1,36	1,83
Bootstrap 12 mois	0,70	0,77	0,85	0,64	0,75	0,88	0,69	0,85	1,07	0,98	1,28	1,75
Modèle LN	0,81	0,85	0,90	0,78	0,87	0,98	0,89	1,03	1,22	1,35	1,66	2,10
Modèle RS2LN	0,72	0,78	0,86	0,62	0,73	0,87	0,66	0,81	1,03	0,89	1,19	1,65
Modèle RS2DD1	0,74	0,79	0,86	0,76	0,84	0,94	0,92	1,03	1,19	1,44	1,70	2,07
Modèle CSVL	0,78	0,84	0,91	0,76	0,87	1,02	0,90	1,09	1,34	1,53	1,96	2,59

Indice L2 :

Russell – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,67	0,76	0,85									
Bootstrap 3 mois	0,70	0,77	0,84	0,65	0,77	0,93	0,76	0,97	1,25	1,33	1,83	2,66
Bootstrap 6 mois	0,71	0,77	0,85	0,66	0,78	0,94	0,78	0,98	1,27	1,37	1,87	2,70
Bootstrap 12 mois	0,70	0,79	0,86	0,69	0,81	0,97	0,84	1,04	1,33	1,52	2,06	2,90
Modèle LN	0,75	0,80	0,86	0,72	0,83	0,98	0,87	1,06	1,34	1,58	2,10	2,92
Modèle RS2LN	0,67	0,75	0,84	0,59	0,72	0,90	0,67	0,89	1,20	1,15	1,65	2,50
Modèle RS2DD1	0,70	0,76	0,85	0,87	0,98	1,11	1,25	1,42	1,66	2,72	3,25	4,01
Modèle CSVL	0,63	0,72	0,82	0,41	0,56	0,75	0,38	0,56	0,83	0,43	0,72	1,23

Autres indices :

Topix – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,66	0,74	0,81									
Bootstrap 3 mois	0,72	0,77	0,84	0,61	0,70	0,83	0,62	0,76	0,95	0,77	1,03	1,41
Bootstrap 6 mois	0,70	0,76	0,83	0,58	0,67	0,80	0,57	0,71	0,90	0,70	0,94	1,32
Bootstrap 12 mois	0,70	0,76	0,82	0,56	0,65	0,78	0,54	0,68	0,88	0,65	0,89	1,26
Modèle LN	0,76	0,80	0,86	0,66	0,75	0,87	0,69	0,82	1,01	0,90	1,16	1,54
Modèle RS2LN	0,72	0,77	0,84	0,58	0,68	0,81	0,57	0,71	0,91	0,71	0,95	1,35
Modèle RS2DD1	0,71	0,77	0,84	0,57	0,68	0,84	0,59	0,76	0,99	0,79	1,10	1,53
Modèle CSVL	0,73	0,79	0,86	0,62	0,74	0,88	0,66	0,82	1,06	0,91	1,22	1,71

Hang Seng – Déc. 1969 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,44	0,59	0,77									
Bootstrap 3 mois	0,56	0,64	0,75	0,44	0,57	0,77	0,49	0,70	1,06	0,85	1,41	2,49
Bootstrap 6 mois	0,55	0,65	0,76	0,45	0,59	0,79	0,51	0,72	1,08	0,90	1,47	2,57
Bootstrap 12 mois	0,50	0,63	0,80	0,42	0,57	0,78	0,47	0,70	1,07	0,83	1,42	2,56
Modèle LN	0,61	0,67	0,76	0,49	0,62	0,80	0,55	0,76	1,11	1,00	1,58	2,68
Modèle RS2LN	0,53	0,63	0,76	0,39	0,54	0,76	0,44	0,65	1,04	0,77	1,33	2,47
Modèle RS2DD1	0,57	0,66	0,76	0,56	0,67	0,82	0,70	0,87	1,12	1,26	1,68	2,40
Modèle CSVL	0,61	0,71	0,83	0,56	0,76	1,03	0,76	1,13	1,71	2,00	3,38	5,98

Qualité de l'ajustement

Indices L1 :

Janv. 1956 – déc. 2015		TSX			S&P 500		
		Nombre de points de données		719	Nombre de points de données		719
Modèle	Nombre de paramètres	Log- vraisemblance	AIC	SBC	Log- vraisemblance	AIC	SBC
LN	2	1 221,4	1 219,4	1 214,8	1 254,6	1 252,6	1 248,0
RS2LN	6	1 277,2	1 271,2	1 257,4	1 293,7	1 287,7	1 274,0
RS2DD1	8	1 281,9	1 273,9	1 255,6	1 303,1	1 295,1	1 276,7
CSVL	5	1 288,0	1 283,0	1 271,5	1 320,1	1 315,1	1 303,7

Janv. 1956 – déc. 2015		FTSE		
		Nombre de points de données		719
Modèle	Nombre de paramètres	Log-vraisemblance	AIC	SBC
LN	2	1 111,9	1 109,9	1 105,3
RS2LN	6	1 193,6	1 187,6	1 173,8
RS2DD1	8	1 197,9	1 189,9	1 171,5
CSVL	5	1 220,2	1 215,2	1 203,7

Déc. 1969 – déc. 2015		EAEO		
		Nombre de points de données		552
Modèle	Nombre de paramètres	Log-vraisemblance	AIC	SBC
LN	2	966,2	964,2	959,9
RS2LN	6	1 019,9	1 013,9	1 001,0
RS2DD1	8	1 022,1	1 014,1	996,8
CSVL	5	1 022,8	1 017,8	1 007,1

Indice L2 :

Janv. 1956 – déc. 2015		Russell 2000		
		Nombre de points de données		719
Modèle	Nombre de paramètres	Log-vraisemblance	AIC	SBC
LN	2	1 018,1	1 016,1	1 011,5
RS2LN	6	1 068,1	1 062,1	1 048,3
RS2DD1	8	1 080,6	1 072,6	1 054,2
CSVL	5	1 093,6	1 088,6	1 077,2

Moyenne, volatilité et ratio Sharpe

TSX	Janv. 1956 – déc. 2015			
	LN	RS2LN	RS2DD1	CSVL
E[y]	10,19 %	10,47 %	9,15 %	9,98 %
σ_y	16,99 %	17,89 %	16,03 %	16,42 %
Ratio Sharpe	0,364	0,362	0,321	0,364

S&P 500	Janv. 1956 – déc. 2015			
	LN	RS2LN	RS2DD1	CSVL
E[y]	11,18 %	11,35 %	10,60 %	9,74 %
σ_y	16,36 %	17,08 %	15,45 %	16,40 %
Ratio Sharpe	0,439	0,430	0,427	0,350

Annexe B : Résultats relatifs à la volatilité des actions

Extrémité droite de l'écart-type annualisé des rendements d'un mois

Indices L1 :

TSX Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
<i>Bootstrap</i> 3 mois	20,77 %	25,55 %	27,98 %	18,52 %	19,59 %	20,54 %	17,59 %	18,33 %	19,00 %	16,95 %	17,46 %	17,91 %
<i>Bootstrap</i> 6 mois	21,36 %	26,18 %	28,41 %	18,68 %	19,80 %	20,76 %	17,73 %	18,49 %	19,13 %	17,05 %	17,58 %	18,04 %
<i>Bootstrap</i> 12 mois	21,87 %	27,56 %	29,59 %	18,94 %	20,14 %	21,11 %	17,94 %	18,73 %	19,40 %	17,18 %	17,74 %	18,23 %
Modèle LN	18,58 %	19,85 %	20,96 %	17,10 %	17,64 %	18,11 %	16,66 %	17,04 %	17,37 %	16,33 %	16,59 %	16,82 %
Modèle RS2LN	21,95 %	25,16 %	27,78 %	19,12 %	20,45 %	21,60 %	18,10 %	19,02 %	19,84 %	17,33 %	17,97 %	18,53 %
Modèle RS2DD1	22,34 %	25,50 %	28,06 %	19,21 %	20,51 %	21,63 %	18,12 %	19,02 %	19,81 %	17,33 %	17,95 %	18,50 %
Modèle CSVL	21,49 %	24,59 %	27,67 %	19,21 %	20,89 %	22,47 %	18,28 %	19,45 %	20,51 %	17,51 %	18,29 %	18,99 %
Heston	20,48 %	22,56 %	24,55 %	18,52 %	19,70 %	20,76 %	17,76 %	18,58 %	19,28 %	17,10 %	17,67 %	18,18 %

S&P 500 Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
<i>Bootstrap</i> 3 mois	19,48 %	22,63 %	25,63 %	17,46 %	18,46 %	19,32 %	16,63 %	17,30 %	17,90 %	16,07 %	16,51 %	16,91 %
<i>Bootstrap</i> 6 mois	19,75 %	23,23 %	26,95 %	17,72 %	18,75 %	19,66 %	16,82 %	17,54 %	18,16 %	16,20 %	16,69 %	17,11 %
<i>Bootstrap</i> 12 mois	20,04 %	22,48 %	28,99 %	18,02 %	19,04 %	19,99 %	17,02 %	17,76 %	18,46 %	16,34 %	16,85 %	17,31 %
Modèle LN	17,75 %	18,96 %	20,02 %	16,33 %	16,85 %	17,31 %	15,92 %	16,28 %	16,59 %	15,60 %	15,86 %	16,07 %
Modèle RS2LN	20,46 %	22,86 %	24,88 %	17,75 %	18,79 %	19,68 %	16,91 %	17,63 %	18,26 %	16,27 %	16,78 %	17,22 %
Modèle RS2DD1	20,15 %	22,58 %	24,60 %	17,82 %	19,01 %	20,07 %	16,99 %	17,82 %	18,59 %	16,34 %	16,92 %	17,45 %
Modèle CSVL	21,73 %	25,28 %	28,72 %	19,82 %	21,82 %	23,83 %	18,85 %	20,30 %	21,76 %	17,99 %	18,99 %	19,95 %

FTSE – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
<i>Bootstrap</i> 3 mois	23,53 %	28,55 %	36,23 %	23,10 %	25,89 %	27,32 %	21,83 %	23,18 %	24,38 %	20,63 %	21,61 %	22,48 %
<i>Bootstrap</i> 6 mois	23,47 %	29,72 %	36,95 %	23,20 %	27,05 %	28,55 %	22,39 %	23,84 %	25,18 %	20,97 %	22,06 %	23,02 %
<i>Bootstrap</i> 12 mois	22,49 %	27,69 %	37,21 %	23,19 %	28,90 %	30,28 %	23,28 %	24,71 %	26,02 %	21,34 %	22,65 %	23,75 %
Modèle LN	21,70 %	23,19 %	24,49 %	19,96 %	20,60 %	21,16 %	19,45 %	19,90 %	20,28 %	19,07 %	19,38 %	19,65 %
Modèle RS2LN	25,09 %	32,58 %	38,22 %	23,88 %	26,47 %	28,70 %	22,37 %	24,11 %	25,64 %	21,13 %	22,31 %	23,36 %
Modèle RS2DD1	26,61 %	33,88 %	39,14 %	24,36 %	26,83 %	28,94 %	22,66 %	24,32 %	25,78 %	21,36 %	22,48 %	23,49 %
Modèle CSVL	25,56 %	30,05 %	34,53 %	23,15 %	25,66 %	28,16 %	21,93 %	23,76 %	25,50 %	20,91 %	22,15 %	23,34 %

EAEO Déc. 1969 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
<i>Bootstrap</i> 3 mois	19,88 %	23,02 %	24,80 %	17,32 %	18,23 %	18,99 %	16,54 %	17,16 %	17,70 %	15,98 %	16,43 %	16,79 %
<i>Bootstrap</i> 6 mois	20,54 %	23,50 %	25,35 %	17,51 %	18,47 %	19,26 %	16,68 %	17,34 %	17,90 %	16,08 %	16,54 %	16,94 %
<i>Bootstrap</i> 12 mois	20,69 %	24,78 %	26,47 %	17,81 %	18,84 %	19,70 %	16,91 %	17,61 %	18,22 %	16,24 %	16,75 %	17,16 %
Modèle LN	17,63 %	18,83 %	19,89 %	16,22 %	16,74 %	17,19 %	15,81 %	16,17 %	16,48 %	15,49 %	15,75 %	15,97 %
Modèle RS2LN	20,58 %	22,74 %	24,59 %	17,70 %	18,65 %	19,48 %	16,86 %	17,54 %	18,13 %	16,22 %	16,70 %	17,12 %
Modèle RS2DD1	20,85 %	23,02 %	24,88 %	17,84 %	18,80 %	19,63 %	16,95 %	17,62 %	18,21 %	16,27 %	16,76 %	17,17 %
Modèle CSVL	19,90 %	22,76 %	25,49 %	17,68 %	19,09 %	20,45 %	16,83 %	17,81 %	18,74 %	16,14 %	16,82 %	17,45 %

Indice L2 :

Russell – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
<i>Bootstrap</i> 3 mois	28,39 %	32,03 %	36,07 %	24,55 %	26,00 %	27,28 %	23,30 %	24,31 %	25,20 %	22,48 %	23,15 %	23,75 %
<i>Bootstrap</i> 6 mois	29,19 %	32,91 %	36,32 %	24,66 %	26,08 %	27,38 %	23,42 %	24,43 %	25,27 %	22,55 %	23,23 %	23,81 %
<i>Bootstrap</i> 12 mois	29,40 %	33,34 %	36,20 %	24,87 %	26,24 %	27,42 %	23,55 %	24,51 %	25,38 %	22,64 %	23,31 %	23,89 %
Modèle LN	24,75 %	26,45 %	27,95 %	22,77 %	23,50 %	24,14 %	22,19 %	22,69 %	23,14 %	21,74 %	22,10 %	22,41 %
Modèle RS2LN	29,04 %	32,60 %	35,58 %	24,99 %	26,52 %	27,86 %	23,72 %	24,80 %	25,74 %	22,77 %	23,52 %	24,17 %
Modèle RS2DD1	29,11 %	32,08 %	34,59 %	25,01 %	26,39 %	27,55 %	23,74 %	24,71 %	25,56 %	22,80 %	23,49 %	24,09 %
Modèle CSVL	31,64 %	37,46 %	43,45 %	29,26 %	32,77 %	36,25 %	27,91 %	30,47 %	33,08 %	26,55 %	28,42 %	30,20 %

Autres indices :

Topix – Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
<i>Bootstrap</i> 3 mois	22,67 %	25,31 %	28,61 %	20,63 %	21,76 %	22,71 %	19,79 %	20,50 %	21,14 %	19,18 %	19,67 %	20,10 %
<i>Bootstrap</i> 6 mois	22,83 %	25,42 %	28,66 %	20,86 %	22,10 %	23,08 %	19,95 %	20,73 %	21,44 %	19,29 %	19,82 %	20,29 %
<i>Bootstrap</i> 12 mois	22,70 %	25,23 %	30,05 %	21,28 %	22,75 %	23,78 %	20,24 %	21,10 %	21,89 %	19,48 %	20,07 %	20,59 %
Modèle LN	21,38 %	22,85 %	24,13 %	19,67 %	20,30 %	20,85 %	19,17 %	19,61 %	19,99 %	18,79 %	19,10 %	19,36 %
Modèle RS2LN	23,90 %	25,88 %	27,58 %	20,91 %	21,82 %	22,60 %	20,04 %	20,71 %	21,28 %	19,37 %	19,85 %	20,26 %
Modèle RS2DD1	23,63 %	25,54 %	27,19 %	20,74 %	21,61 %	22,36 %	19,90 %	20,56 %	21,11 %	19,25 %	19,75 %	20,19 %
Modèle CSVL	24,82 %	28,33 %	31,71 %	22,41 %	24,33 %	26,14 %	21,36 %	22,70 %	23,96 %	20,43 %	21,36 %	22,21 %

Hang Seng – Déc. 1969 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e	90 ^e	95 ^e	97,5 ^e
<i>Bootstrap</i> 3 mois	43,71 %	59,05 %	64,70 %	41,06 %	44,70 %	47,40 %	38,80 %	40,94 %	42,87 %	37,05 %	38,53 %	39,87 %
<i>Bootstrap</i> 6 mois	45,59 %	56,89 %	65,41 %	42,57 %	46,48 %	49,27 %	39,67 %	42,09 %	44,19 %	37,66 %	39,31 %	40,76 %
<i>Bootstrap</i> 12 mois	44,93 %	59,61 %	64,84 %	44,20 %	48,65 %	51,62 %	40,70 %	43,29 %	45,77 %	38,29 %	40,30 %	41,95 %
Modèle LN	40,04 %	42,89 %	45,40 %	36,82 %	38,03 %	39,10 %	35,85 %	36,70 %	37,44 %	35,12 %	35,72 %	36,23 %
Modèle RS2LN	49,18 %	54,23 %	58,47 %	42,03 %	44,72 %	46,92 %	39,48 %	41,49 %	43,19 %	37,53 %	39,00 %	40,24 %
Modèle RS2DD1	49,29 %	54,32 %	58,54 %	41,93 %	44,57 %	46,73 %	39,34 %	41,33 %	42,98 %	37,39 %	38,83 %	40,05 %
Modèle CSVL	46,33 %	55,39 %	64,51 %	42,72 %	47,88 %	53,32 %	40,45 %	44,39 %	48,28 %	38,41 %	41,17 %	43,75 %

Annexe C : Indices diversifiés L1

Économies incluses dans l'indice L1			
Amériques	Europe et Moyen Orient		Pacifique
Canada	Autriche	Italie	Australie
États-Unis	Belgique	Pays-Bas	Hong Kong
	Danemark	Norvège	Japon
	Finlande	Portugal	Nouvelle-Zélande
	France	Espagne	Singapour
	Allemagne	Suède	
	Irlande	Suisse	
	Israël	Royaume-Uni	

Annexe D : Comparaison des données relatives aux facteurs d'accumulation de 2012 et 2015

TSX Janv. 1956 – juin 2010	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,69	0,78	0,87									
Modèle RS2LN	0,71	0,78	0,87	0,61	0,73	0,89	0,67	0,85	1,10	0,99	1,36	1,94
Modèle CSVL	0,74	0,81	0,88	0,68	0,80	0,95	0,77	0,95	1,20	1,20	1,59	2,17

TSX Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,71	0,80	0,88									
Modèle RS2LN	0,72	0,79	0,88	0,63	0,75	0,90	0,69	0,86	1,11	1,01	1,38	1,92
Modèle CSVL	0,75	0,82	0,89	0,68	0,80	0,95	0,77	0,94	1,18	1,17	1,54	2,08

Différence	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,01	0,02	0,01									
Modèle RS2LN	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01	0,02	0,02	-0,02
Modèle CSVL	0,01	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,01	-0,02	-0,03	-0,05	-0,08

S&P 500 Janv. 1956 – juin 2010	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,69	0,80	0,88									
Modèle RS2LN	0,74	0,81	0,88	0,67	0,79	0,94	0,75	0,93	1,18	1,16	1,55	2,13
Modèle CSVL	0,73	0,80	0,88	0,63	0,76	0,92	0,67	0,86	1,11	0,96	1,31	1,84

S&P 500 Janv. 1956 – déc. 2015	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,71	0,82	0,89									
Modèle RS2LN	0,76	0,82	0,89	0,73	0,84	0,99	0,86	1,05	1,30	1,45	1,89	2,55
Modèle CSVL	0,75	0,81	0,89	0,64	0,77	0,93	0,70	0,89	1,15	1,02	1,39	1,95

Différence	1 an			5 ans			10 ans			20 ans		
	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e	2,5 ^e	5 ^e	10 ^e
Empirique	0,02	0,02	0,01									
Modèle RS2LN	0,02	0,02	0,01	0,06	0,06	0,05	0,11	0,12	0,12	0,29	0,34	0,41
Modèle CSVL	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03	0,04	0,06	0,08	0,11

Critères L1	0,74	0,81	0,88	0,70	0,80	0,95	0,80	0,95	1,20	1,25	1,65	2,25
-------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------