



Tendances de la mortalité au Canada selon le montant de la rente : Données du RPC et du RRQ





Actuarial
Research Centre
Institute and Faculty
of Actuaries

Canadian
Institute of
Actuaries



Institut
canadien
des actuaires



SOCIETY OF
ACTUARIES®

Tendances de la mortalité au Canada selon le montant de la rente : Données du RPC et du RRQ

AUTEURS¹

Jie Wen
Torsten Kleinow
Andrew J.G. Cairns

COMMANDITAIRES

Actuarial Research Centre de
l'Institute and Faculty of Actuaries
Institut canadien des actuaires
Society of Actuaries

¹ Les auteurs à la Heriot-Watt University souhaitent remercier l'Actuarial Research Centre (ARC) de l'Institute and Faculty of Actuaries, l'Institut canadien des actuaires et la Society of Actuaries pour leur participation financière. Cette étude s'inscrit dans le programme général de l'ARC intitulé *Modelling, Measurement and Management of Longevity and Morbidity Risk*. Pour de plus amples informations, communiquez avec le Maxwell Institute for Mathematical Sciences et Department of Actuarial Mathematics and Statistics, Université Heriot-Watt, Édimbourg, EH14 4AS, R.-U.

Mise en garde et avis de non-responsabilité

Les opinions exprimées et les conclusions des auteurs sont les leurs et ne représentent en aucun cas une position ou une opinion officielle de l'Institute and Faculty of Actuaries (IFoA), de l'Institut canadien des actuaires (ICA), de la Society of Actuaries (SOA) ou de leurs membres. L'IFoA, l'ICA et la SOA n'approuvent aucun des points de vue ou opinions exprimés, ni aucune revendication ni représentation formulées dans le présent document et n'assume aucune responsabilité envers quiconque en cas de perte ou de dommage découlant de l'usage des opinions, revendications ou représentations faites dans le présent document. Les informations et expressions d'opinions contenues dans ce document ne sont pas destinées à constituer une étude approfondie ni à fournir des conseils actuariels ou de quelque nature que ce soit et ne doivent pas être traitées comme des substituts à des conseils spécifiques concernant des situations individuelles. En aucun cas, aucune partie de ce document ne peut être reproduite sans l'autorisation écrite expresse de l'IFoA, de l'ICA et de la SOA.

TABLES DES MATIÈRES

1. Introduction	5
2. Amélioration du rapport signal-bruit	10
2.1. Taux de mortalité standardisés selon l'âge (TMSA).....	10
2.2. Connaissons-nous l'importance du ralentissement?	16
3. Différences socioéconomiques dans la mortalité	17
3.1. Introduction	17
3.2. Données du RPC et du RRQ.....	20
3.3. Les cotisations et la rente maximale de la cohorte.....	21
3.4. TMSA selon le montant de la rente	24
3.5. Le caractère consciencieux.....	25
3.6. Le ralentissement des améliorations de la mortalité.....	25
3.7. Impact de la taille des groupes.....	26
3.8. Comparaison des inégalités avec d'autres pays	26
4. Tailles des cohortes	26
5. Migration et années de résidence	31
6. Motivation de l'utilisation de modèles stochastiques de mortalité	35
7. Une famille de modèles stochastiques de mortalité à plusieurs populations	36
7.1. Généalogie de la modélisation	36
7.2. Développements pour plusieurs populations	37
7.3. Notre choix se porte sur le M6, soit le modèle CAE avec $\alpha(x)$ commun	40
7.4. Preuve d'un ralentissement	48
8. Regroupements	50
9. Conclusions	57
Remerciements	58
Bibliographie	59
A. Évaluation des critères de sélection d'un modèle	61
B. Proportion croissante d'immigrants dans les groupes de niveau inférieur	68
C. Fondements du modèle M6	69
D. Tables d'espérances de vie du moment	71

Tendances de la mortalité au Canada selon le montant de la rente : Données du RPC et du RRQ

Dans le présent document, nous examinons la mortalité des retraités canadiens en fonction du montant de leur rente et en nous basant sur les données du Régime de pensions du Canada (RPC) et du Régime de rentes du Québec (RRQ). Nous confirmons que le montant des rentes est source de grandes inégalités de mortalité à l'âge de 65 ans et que le fossé des inégalités se réduit au fur et à mesure du vieillissement des cohortes. Nous constatons par ailleurs que les niveaux d'inégalité ont légèrement augmenté au fil du temps et que les retraités du RRQ affichent des niveaux d'inégalité supérieurs à ceux des retraités du RPC. En outre, nous observons des indications claires, mais indirectes, attestant la validité de l'hypothèse de l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé chez les groupes qui touchent les rentes les plus basses.

Après avoir ajusté divers modèles stochastiques de mortalité à plusieurs populations aux données du RPC et du RRQ, nous constatons que le modèle avec effet d'âge commun est celui qui répond le mieux à divers critères quantitatifs et qualitatifs. Ce modèle nous permet d'extraire davantage d'information des données sous-jacentes de mortalité en plus de servir de base cohérente pour prévoir la mortalité et évaluer l'incertitude de ces prévisions.

Rien ne laisse à penser que le récent ralentissement de l'amélioration de la mortalité canadienne est plus prononcé à une extrémité ou à l'autre du spectre socioéconomique.

Mots-clés : Mortalité des retraités canadiens; RPC; RRQ; montant de la rente; effet de la sélection d'immigrants en bonne santé; modèle stochastique de mortalité de plusieurs populations.

1. Introduction

L'évaluation de la mortalité historique et future d'un portefeuille d'assurés constitue un élément important du travail des actuaires spécialistes de l'assurance-vie ou de la retraite. Nous traitons ici de la mortalité au Canada en mettant l'accent sur les différences socioéconomiques et leur incidence sur le niveau de mortalité et les taux d'amélioration de la mortalité. Nos principaux objectifs sont :

- D'établir :
 - Dans quelle mesure les différences de mortalité entre les différents groupes socioéconomiques sont importantes;
 - Dans quelle mesure ces différences varient selon l'âge;
 - Si ces inégalités de mortalité ont augmenté au fil du temps;
- De déterminer les raisons possibles des tendances observées dans les données;
- De permettre aux actuaires de comparer leurs propres données de mortalité à celles des sous-populations canadiennes de référence qui ont des caractéristiques socioéconomiques similaires;
- D'analyser les données en suivant un cadre de modélisation pouvant servir ultérieurement à projeter des niveaux de mortalité ainsi qu'à évaluer l'incertitude des prévisions centrales.

Par conséquent, nous nous concentrerons à analyser et à interpréter les améliorations historiques de la mortalité, nous réservant pour une seconde publication le choix d'un modèle stochastique adéquat pour la prévision.

Notre analyse des différences socioéconomiques dans la population canadienne repose sur les données fournies par le Régime de pensions du Canada (RPC) et le Régime de rentes du Québec (RRQ) – données regroupées en fonction du montant de la rente –, et elle fait fond sur les travaux d'Adam (2012a, 2012b, 2016). Toutefois, avant d'examiner ces données détaillées (sections 3 à 8), nous passerons un certain temps à étudier la mortalité à l'échelle nationale au Canada et dans d'autres pays (sections 1 à 2) pour mieux comprendre le contexte international général.

Nous commençons par l'analyse des taux historiques de décès au Canada, illustrés dans les graphiques 1 et 2, qui se basent sur des données provenant de sources qui se recourent.

Le graphique 1 montre les taux bruts de décès des hommes et des femmes selon les données de la Human Mortality Database (HMD, 2018) pour la période 1921 à 2011. Bien entendu, les échelles des axes verticaux des huit sous-graphiques diffèrent entre elles, mais, de haut en bas, le ratio reste le même dans chaque cas (16 × de haut en bas), de sorte que, plus la courbe est plate, plus les taux d'amélioration de la mortalité sont bas. Ainsi, les femmes de 25 ans ont connu la plus forte amélioration en pourcentage de la mortalité au cours des 100 dernières années (surtout entre 1920 et 1950), tandis que les hommes et les femmes de 85 ans ont connu la plus faible amélioration. L'ensemble des courbes du graphique 1 révèle :

- Différents taux d'amélioration sur différentes périodes;
- Différents taux d'amélioration à différents âges;
- Différentes tendances d'amélioration entre les hommes et les femmes du même âge;
- Une volatilité d'année en année autour d'une tendance sous-jacente variable.

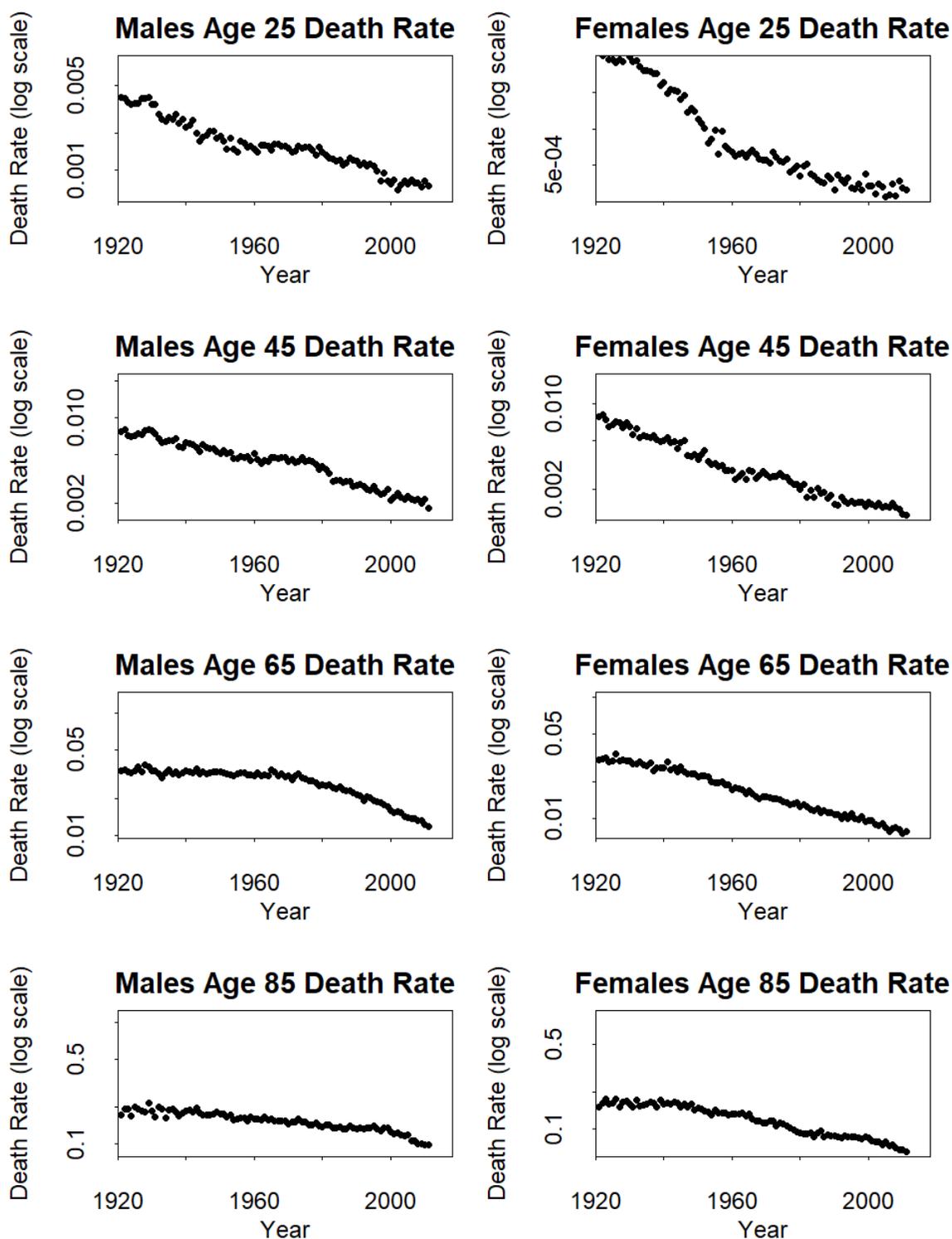
Ces observations montrent l'incertitude, à court et à long termes, de la prévision des taux de mortalité ainsi que des taux d'amélioration à différents âges – nous en reparlerons plus en détail à la section 6.

Le graphique 2, qui repose sur les données de Statistique Canada, montre les résultats de mortalité pour la période de 1981 à 2015. Ces courbes nous permettent d'observer dans le détail les améliorations récentes. Des commentaires semblables peuvent être faits au sujet des différentes tendances, mais nous pouvons aussi déceler un ralentissement potentiel des améliorations de la mortalité à partir de 2010 ou 2011 à 45, 65 et 85 ans.

Le reste du document est structuré comme suit. À la section 2, nous traitons de la façon de réduire la variation d'échantillonnage (bruit) dans les taux bruts de décès et nous dressons une comparaison entre le Canada et cinq autres pays développés. La section 3 porte sur la mortalité de sous-populations. Nous commençons par donner un bref contexte en nous fondant sur les données socioéconomiques de l'Angleterre et du Danemark, avant de passer à une analyse détaillée des données du RPC et du RRQ subdivisées en fonction du montant de la rente, en insistant sur les taux de mortalité standardisés selon l'âge (TMSA). Afin de mieux comprendre les courbes des TMSA du RPC et du RRQ, nous examinons plus en détail, à la section 4, le nombre de personnes qui touchent divers montants de rente et la façon dont cela a évolué au fil du temps. En outre, nous examinons comment les proportions dans chaque groupe, qui sont fonction des cohortes, pourraient influencer sur les TMSA. Ensuite, à la section 5, nous quantifions comment la migration aux âges intermédiaires peut avoir une incidence sur la composition de groupes particuliers selon le montant de la rente, et nous introduisons la notion d'*effet de la sélection d'immigrants en bonne santé*, qui joue un rôle important dans les sections suivantes sur la modélisation. Les modèles stochastiques font l'objet des sections 6 et 7.

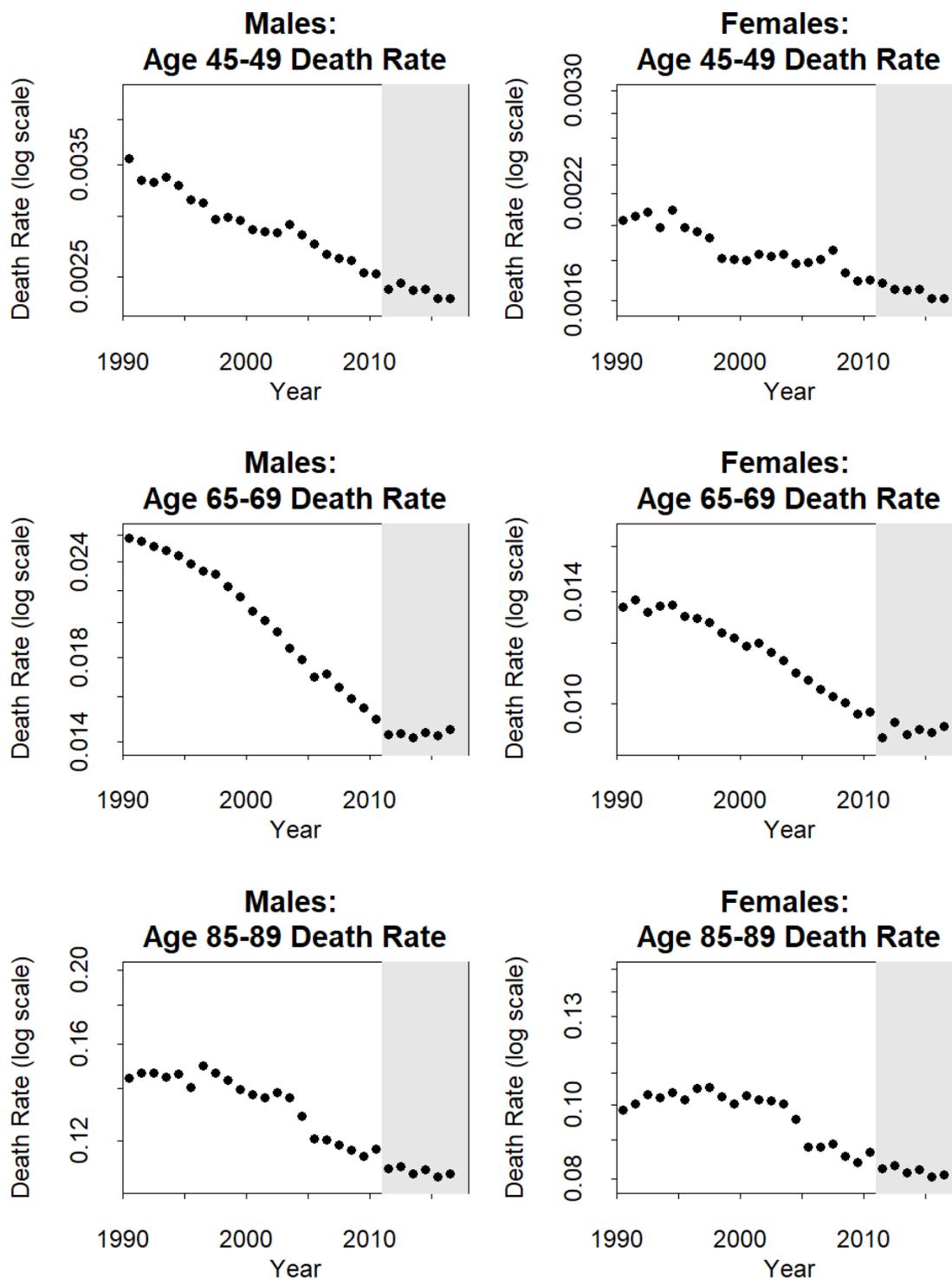
À la section 6, nous expliquons pourquoi il pourrait être important d'utiliser des modèles de mortalité stochastiques. La section 7 recense divers choix de modèles de mortalité stochastique à plusieurs populations, avant d'opter pour le modèle (un cas particulier du modèle avec effet d'âge commun de Kleinow, 2015 (modèle CAE)) qui répond le mieux à une liste de critères souhaitables. Ensuite, nous analysons dans le détail les résultats de la modélisation en faisant un rapprochement avec les sections empiriques précédentes. Nous considérons ensuite la méthode des regroupements (*clusters*, agrégation de petits groupes affichant des niveaux de mortalité similaires) à la section 8, qui se veut un autre moyen de réduire le bruit dans les données sous-jacentes. La réduction du bruit nous permet ensuite de mieux comprendre certaines sous-populations. La section 9 clôt notre étude.

Graphique 1 : Taux historiques de décès des hommes et des femmes âgés de 25, 45, 65 et 85 ans, au Canada, de 1921 à 2011. Axe vertical : le ratio du maximum au minimum est de 16. Source : Human Mortality Database (HMD, 2018).



* En anglais seulement.

Graphique 2 : Taux historiques de décès (en milieu d'année) des hommes et des femmes au Canada, groupes d'âge 45-49, 65-69 et 85-89, de 1990 à 2015. Source : Statistique Canada, Tables 17-10-0005-01 et 17-10-0006-01.



* En anglais seulement.

2. Amélioration du rapport signal-bruit

Pour estimer les taux de décès, nous utilisons habituellement le nombre observé de décès et d'expositions ou les données sur la population. Le nombre de décès, en particulier, est aléatoire par nature, ce qui entraîne une variation d'échantillonnage dans les taux de décès estimés, comme les taux bruts de décès par âge (p. ex., graphique 2). À titre d'exemple, soit $D(x)$ le nombre observé de décès à l'âge x au dernier anniversaire au cours d'une année, et $E(x)$ l'exposition centrale au risque (que nous désignons ci-après sous forme abrégée sous le nom d'*exposition*). Ensuite, sous l'hypothèse de Poisson (voir p. ex. Macdonald et coll., 2018), le taux brut de décès par âge est donné par $\hat{m}(x) = D(x)/E(x)$, et, lorsque les décès vérifient l'hypothèse de Poisson (voir p. ex. Macdonald et coll., 2018), $S.D.(\hat{m}(x)) = \sqrt{m(x)/E(x)}$ donne une mesure de l'impact de la variation d'échantillonnage ou du *bruit* dans les données.

Pour de petites populations et, plus particulièrement, pour certaines des sous-populations que nous étudions ici, le niveau de bruit peut rendre difficile la détection des effets et des tendances spécifiques des taux de mortalité *sous-jacents* (le *signal*). Pour atténuer ce risque, nous utilisons diverses mesures et méthodes qui améliorent le rapport signal-bruit :

- Les mesures empiriques (plus particulièrement les TMSA);
- Les méthodes de modélisation;
- La méthode des regroupements.

Les TMSA sont décrits et illustrés ci-dessous, tandis que les méthodes de modélisation et la méthode des regroupements font respectivement l'objet des sections 7 et 8.

2.1. Taux de mortalité standardisés selon l'âge (TMSA)

Le TMSA est une moyenne pondérée, propre à l'année t , des taux bruts de décès et elle peut être définie comme suit sur une tranche d'âge déterminée x_0, \dots, x_1 :

$$TMSA(t) = \frac{\sum_{x_0}^{x_1} \hat{m}(t, x) \tilde{E}(x)}{\sum_{x_0}^{x_1} \tilde{E}(x)}$$

où $\hat{m}(t, x)$ est le taux brut de décès par âge de l'année t à l'âge x , et $\tilde{E}(x)$ représente l'exposition « standard » à l'âge x (dans le présent document, nous utilisons la population standard européenne¹, 2013). Dans certains contextes, en démographie par exemple, cette définition recouvre tous les âges, de sorte que $x_0 = 0$ et $x_1 = 130$, mais pour nombre des problèmes actuariels, il vaut mieux restreindre (x_0, x_1) à la tranche d'âge qui nous intéresse (p. ex., de 65 à 89 ans).

¹ Le recours à d'autres populations types pourrait faire progresser ou reculer les TMSA, mais il n'aurait pas un effet important sur les tendances d'améliorations que nous observons et les liens entre les différentes populations.

Les TMSA ont ici trois fonctions : comparer le niveau de mortalité de différentes populations (le Canada par rapport à d'autres populations nationales, et des sous-populations du Canada); comparer les tendances évolutives de différentes populations; et améliorer le rapport signal-bruit, plus particulièrement sur de grandes tranches d'âge (x_0, x_1).

Dans le graphique 3, nous présentons les TMSA des hommes et femmes au Canada pour trois tranches d'âge distinctes sur la période 2000 à 2015, en nous fondant sur les données de Statistique Canada. Chaque graphique est construit à l'échelle logarithmique et, bien que les valeurs absolues soient différentes pour chaque tranche d'âge, pour faciliter la comparaison, le ratio du maximum au minimum sur l'axe vertical est de 1,6 ×. Par conséquent, les améliorations en pourcentage ont été les plus importantes proportionnellement dans la tranche d'âge de 60 à 69 ans (pente la plus forte) et les plus basses dans la tranche d'âge de 40 à 49 ans (pente la plus faible). Nous constatons également une volatilité bien réelle des taux de mortalité sous-jacents d'une année à l'autre (p. ex., faible mortalité en 2005 aux âges avancés et forte mortalité en 2014 à tous les âges). Enfin, nous pouvons détecter, de façon graphique, un ralentissement des améliorations de la mortalité depuis 2010-2011.

Les actuaires et autres acteurs doivent se poser les questions suivantes :

- À quel rythme les taux de mortalité vont-ils probablement s'améliorer dans l'avenir?
- Comment ces taux d'amélioration pourraient-ils varier avec l'âge?
- Le récent ralentissement des améliorations de la mortalité au Canada est-il véritable?
- Est-il permanent ou de courte durée?
- Est-il généralisé ou propre à certains groupes socioéconomiques?

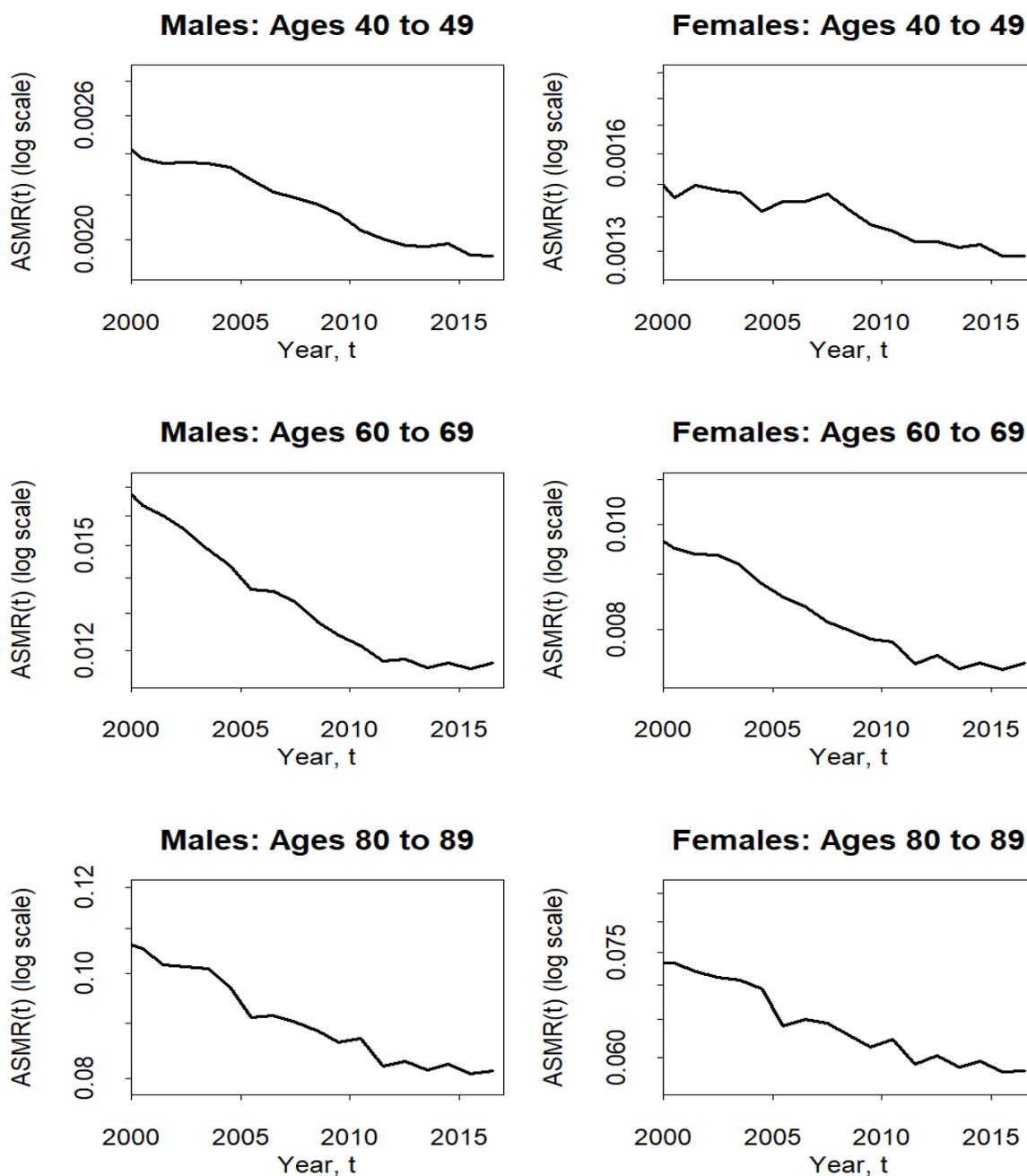
Nous examinerons ces questions sous deux angles très différents :

- En effectuant un zoom arrière pour comparer la mortalité canadienne à celle d'autres pays développés;
- En effectuant un zoom avant pour étudier les améliorations de la mortalité de différents groupes socioéconomiques.

Nous considérons ici l'angle international, et l'angle socioéconomique aux sections suivantes. Dans les graphiques 4 et 5, nous présentons les TMSA depuis 1981 pour deux tranches d'âge (âges intermédiaires et âges avancés) et pour six pays représentatifs des pays développés dans le monde².

² Les taux de mortalité du Canada sont calculés du 1^{er} juillet au 30 juin au moyen des données de Statistique Canada et des données brutes sont disponibles pour des tranches d'âge de cinq ans seulement. Ceux des autres pays sont calculés du 1^{er} janvier au 31 décembre au moyen des données de la

Graphique 3: TMSA pour les hommes et femmes au Canada pour trois tranches d'âge, 2000 à 2016. (Source des données : Statistique Canada.)



* En anglais seulement.

Human Mortality Database (HMD, 2018). Les données de la HMD se rapportant au Canada s'arrêtent en 2011.

Nous constatons plusieurs choses :

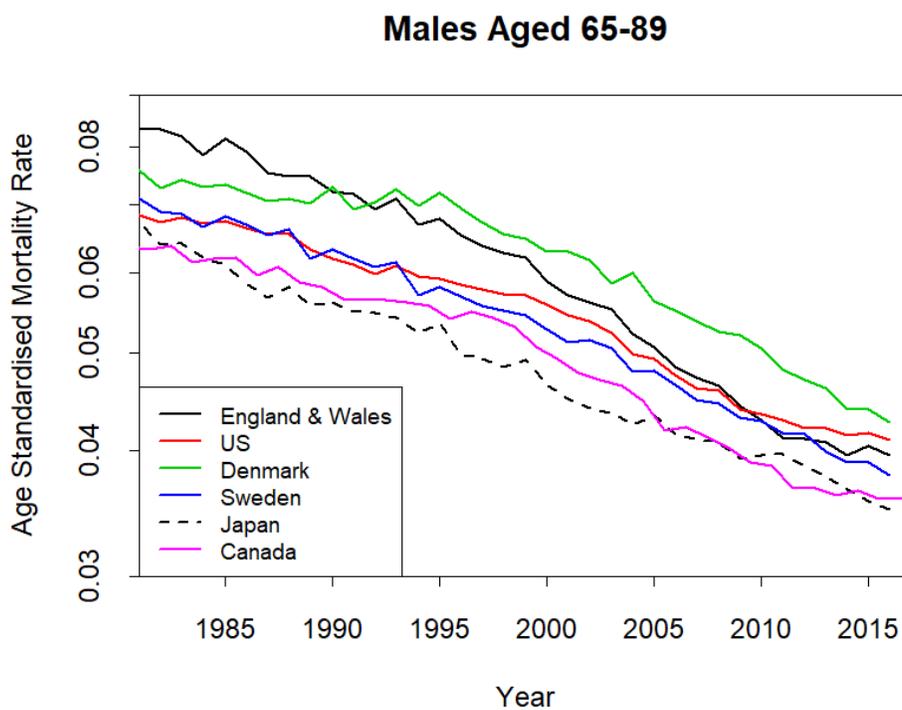
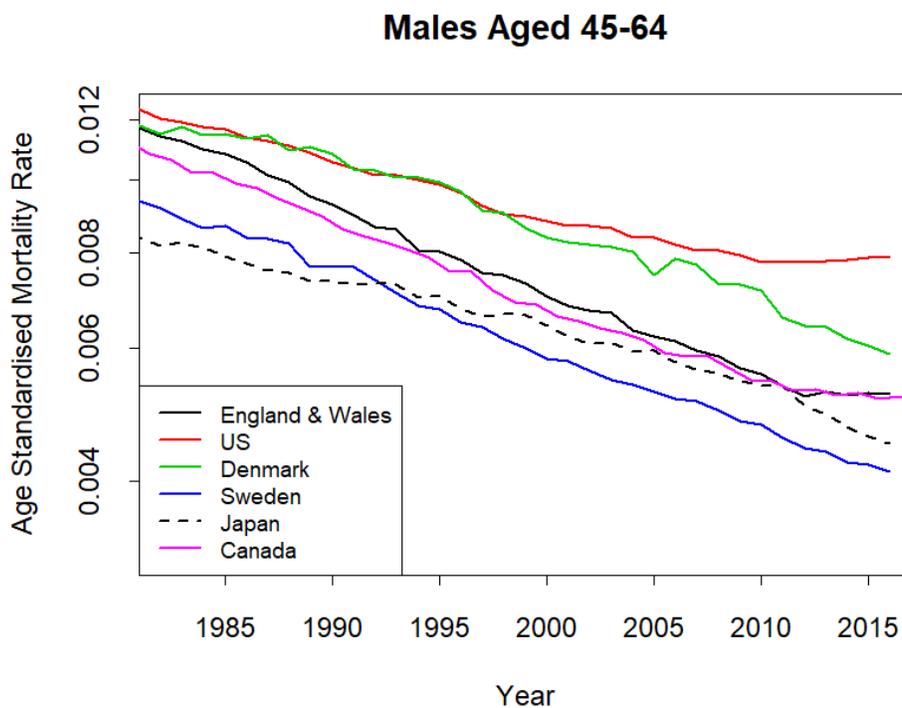
- Hommes :
 - Tant aux âges intermédiaires qu'aux âges avancés, les taux de mortalité dans les six pays affichent un grand écart, qui est de l'ordre de 90 % aux âges intermédiaires et de 35 % aux âges avancés.
 - Tous les pays enregistrent une baisse significative de la mortalité depuis plus d'une trentaine d'années.
 - Cependant, le schéma d'amélioration diffère d'un pays à l'autre.
- Femmes :
 - Tant aux âges intermédiaires qu'aux âges avancés, les taux de mortalité dans les six pays affichent un grand écart, qui est de l'ordre de 120 % aux âges intermédiaires et de 75 % aux âges avancés.
 - Tous les pays enregistrent une baisse significative de la mortalité depuis plus d'une trentaine d'années.
 - Le Japon, en particulier, a affiché des améliorations beaucoup plus rapides que les autres pays à compter de l'âge de 65 ans.

Trois des six pays affichent un ralentissement (Canada, États-Unis, et Angleterre et Pays de Galles), mais trois pays n'ont pas connu récemment de ralentissement, soit le Japon, la Suède et le Danemark. Le Danemark est en phase de rattrapage, ayant pris du retard dans les années 1980 et au début des années 1990. Cependant, le Japon et la Suède enregistrent déjà une mortalité parmi les plus faibles à divers âges, tout comme le Canada aux âges avancés. Le Japon et la Suède ont connu des taux d'amélioration relativement stables au cours des 20 dernières années.

Les graphiques 4 et 5 nous permettent de dégager deux conclusions empiriques possibles. D'une part, le Japon et la Suède pourraient connaître un ralentissement éventuel, à l'exemple de celui du Canada. Il est toutefois tout aussi possible de conclure que a) le Japon et la Suède continueront d'enregistrer des améliorations au même taux que celui des 20 dernières années et que b) le ralentissement au Canada est temporaire et sera suivi de taux d'amélioration à long terme de l'ordre de ceux du Japon et de la Suède³. En fait, pour les femmes de plus de 65 ans, si nous considérons la mortalité japonaise comme la pratique exemplaire que d'autres pays ciblent activement, les taux d'amélioration chez les femmes dans d'autres pays pourraient alors être beaucoup plus élevés qu'ils ne le sont actuellement.

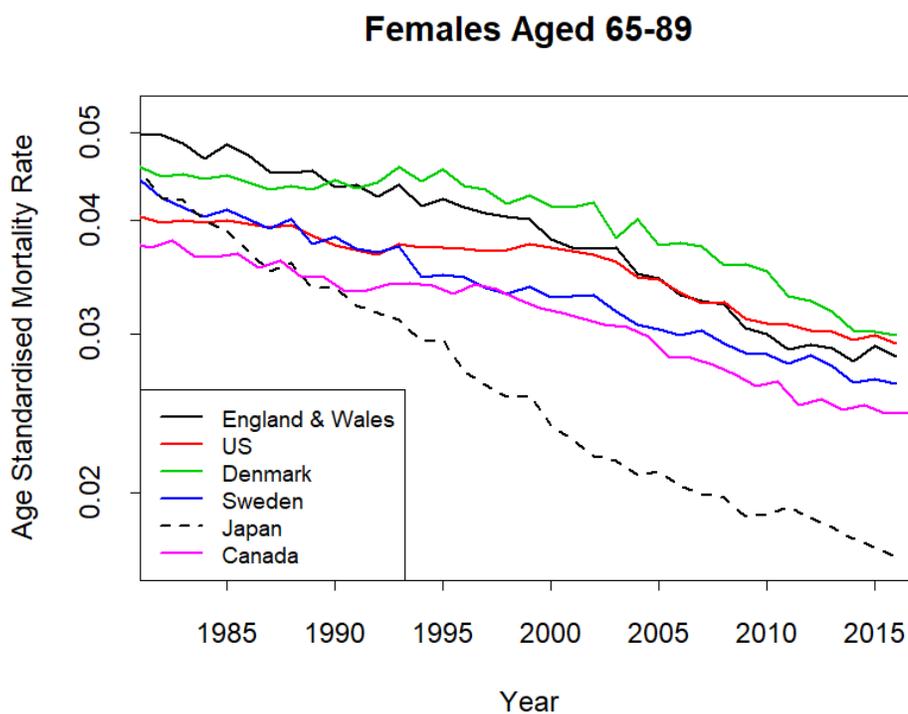
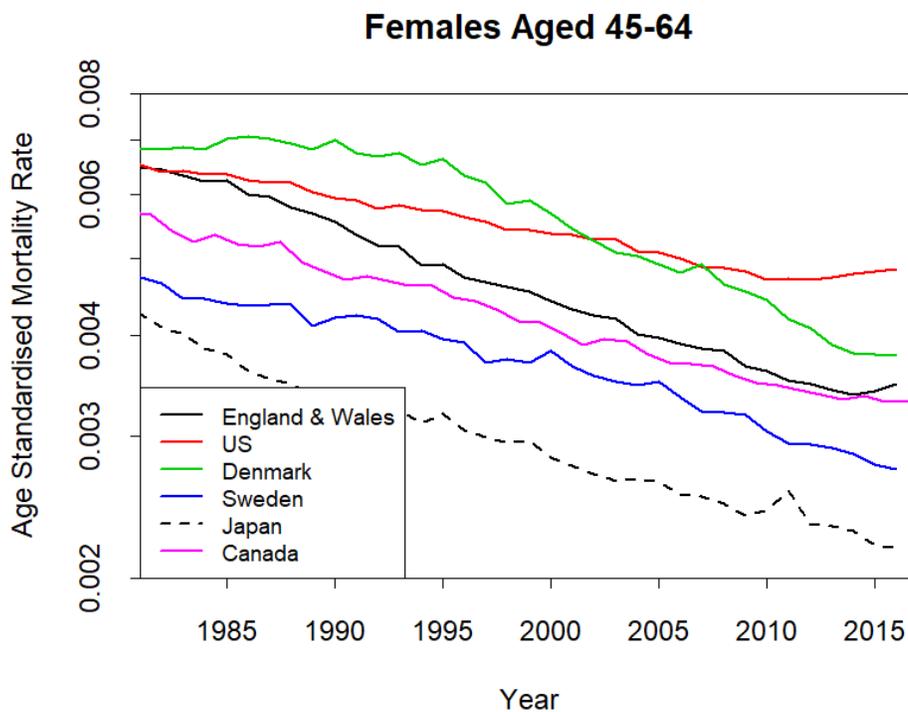
³ La possibilité b) repose sur l'hypothèse que, à long terme, les pays développés ne resteront pas toujours à la traîne des champions mondiaux de l'espérance de vie.

Graphique 4 : TMSA pour les hommes dans six pays, tranches d'âge 45-64 ans (graphique du haut) et 65-89 ans (graphique du bas). Sources : Human Mortality Database, Statistique Canada.



* En anglais seulement.

Graphique 5 : TMSA pour les femmes dans six pays, tranches d'âge 45-64 ans (graphique du haut) et 65-89 ans (graphique du bas). Sources : Human Mortality Database, Statistique Canada.



* En anglais seulement.

2.2. Connaissons-nous l'importance du ralentissement?

Graphiquement (p. ex., graphique 3), il existe des preuves raisonnables d'un ralentissement au Canada au cours des dernières années, mais connaissons-nous précisément les taux d'amélioration actuels par rapport à ceux antérieurs? En réalité, nous devons faire preuve de beaucoup de prudence : la volatilité d'une année à l'autre des améliorations de la mortalité est telle qu'il nous faudra beaucoup plus que cinq ou six années de données pour obtenir une bonne estimation. De plus, s'il y a eu un changement de tendance, à quel moment s'est-il produit? Graphiquement, la réponse semble évidente : l'année 2011 (graphique 3). Toutefois, il y a aussi lieu de considérer ceci : 2011 a été, par chance, une année où la mortalité était particulièrement faible et elle met en évidence ce qui, en fait, pourrait être un changement de tendance plus modeste qui a commencé une année ou deux auparavant. Pour quantifier cela, nous décrivons au tableau 1 les taux d'amélioration de la mortalité pour divers groupes d'âge sur différentes périodes. Les améliorations sur les longues périodes de 10 ans (2000 à 2010 et 2001 à 2011) semblent assez stables. Cependant, comparons ensuite les améliorations sur la période 2011 à 2016 (dépendantes de la position de l'anomalie) avec les améliorations sur la période 2010 à 2016. Les différences entre ces deux groupes sont assez importantes et mettent en évidence la forte dépendance de l'établissement des hypothèses à la supposition qu'un changement de tendance s'est produit en 2011 plutôt, par exemple, qu'en 2010. Tout aussi plausible est la possibilité d'un changement de tendance graduel plutôt qu'un changement soudain (entre 2009 et 2012, par exemple), ce qui rend encore plus difficile l'estimation des taux d'amélioration actuels.

Tableau 1 : Taux annuels d'amélioration de la mortalité des hommes et femmes au Canada, par groupe d'âge et sur différentes périodes. Source des données : Statistique Canada, à l'aide des décès et des expositions de mi-année à mi-année. Le taux d'amélioration sur la période t_0 à t_1 est défini comme suit : $\log(ASMR(t_0)/ASMR(t_1))/(t_1 - t_0)$

Groupe d'âge	2001-2011	2011-2016		2000-2010	2010-2016
Hommes 40 à 49	1,6 %	0,7 %		1,5 %	0,9 %
60 à 69	3,1 %	0,1 %		3,0 %	0,6 %
80 à 89	2,2 %	0,2 %		1,9 %	1,1 %
Femmes 40 à 49	1,2 %	0,6 %		0,7 %	0,9 %
60 à 69	2,3 %	0,0 %		2,0 %	0,8 %
80 à 89	2,0 %	0,3 %		1,6 %	1,1 %

3. Différences socioéconomiques dans la mortalité

Nous faisons maintenant un zoom avant plutôt qu'arrière afin d'examiner la mortalité canadienne par l'analyse de sous-groupes socioéconomiques.

3.1. Introduction

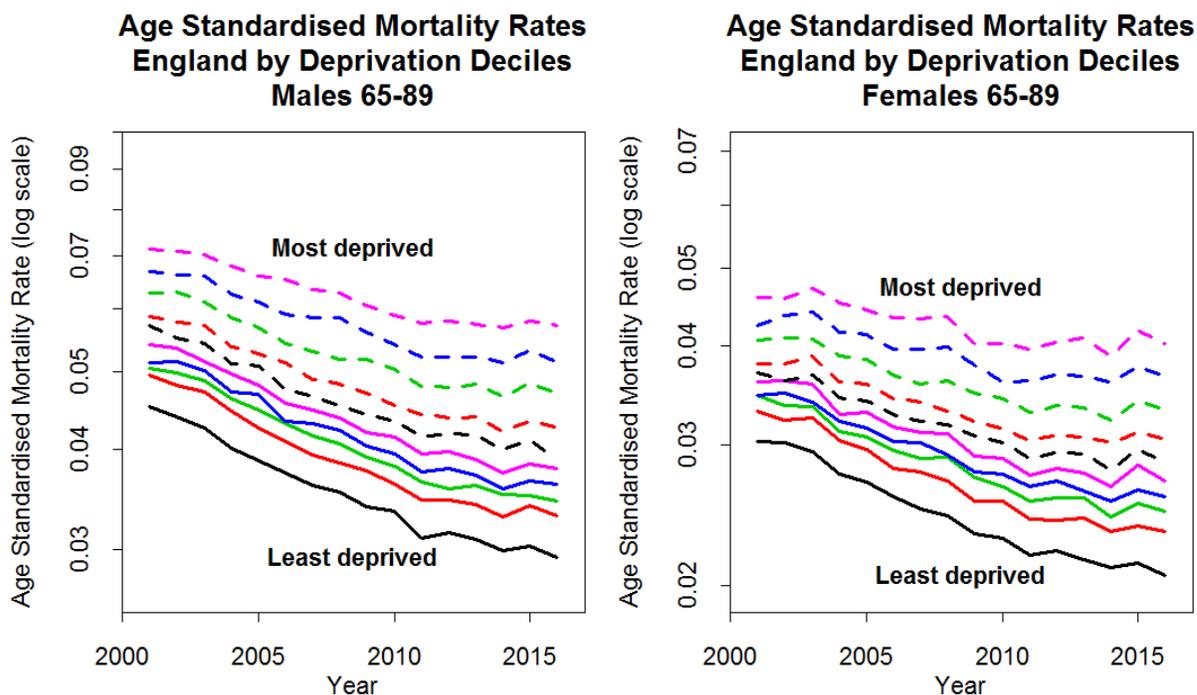
Pour commencer, nous illustrons dans les graphiques 5 et 6 les résultats des analyses des écarts actuels de mortalité par groupe socioéconomique en Angleterre (déciles selon la défavorisation⁴) et au Danemark (déciles selon la richesse⁵).

Les deux pays sont caractérisés par une grande inégalité : les moins riches ou les plus défavorisés de la société enregistrent des niveaux de mortalité beaucoup plus élevés (et donc une espérance de vie plus faible) que les plus nantis. En outre, dans les deux pays, nous constatons des améliorations relativement constantes de la mortalité de 2001-2012/2016, et ce, dans tous les déciles. Bien entendu, le revenu ou la richesse, mesurés sous une forme ou une autre, sont connus comme étant de bons prédicteurs du niveau de mortalité (voir, par exemple, Mackenbach, 2003, Chetty et coll., 2016, Longevity Science Panel, 2018, et Adam, 2012a, 2012b, 2016 dans un contexte canadien).

⁴ Les données sont disponibles pour de petites régions géographiques appelées *Lower Super Output Areas* (LSOA) (voir www.ons.gov.uk/methodology/geography/ukgeographies/censusgeography). À chaque LSOA correspond un indice de défavorisation multiple. Les 32 844 LSOA sont ensuite classées en fonction de leur indice, puis groupées en déciles. Chaque LSOA contient un mélange d'individus de divers horizons et, par conséquent, ces données diffèrent des autres ensembles de données socioéconomiques qui répartissent les individus directement entre les groupes socioéconomiques, tel qu'au Danemark.

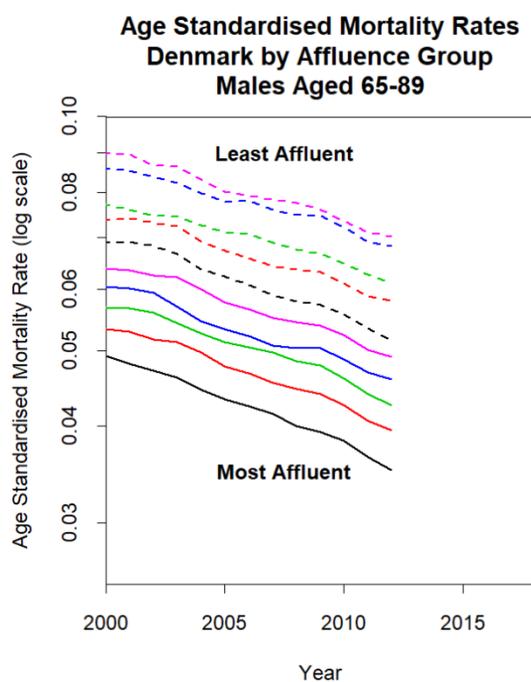
⁵ Les données de chaque individu sont enregistrées dans la base de données de Statistics Denmark. La richesse représente simplement la combinaison du patrimoine et du revenu des individus. Les individus à chaque âge sont classés par ordre, puis groupés en déciles. (Voir Cairns et coll., 2018.)

Graphique 6 : TMSA des hommes et des femmes âgés de 65 à 89 ans, en Angleterre, subdivisés en déciles à l'aide de l'indice de défavorisation multiple.



* En anglais seulement.

Graphique 7: TMSA des hommes âgés de 65 à 89 ans, au Danemark, subdivisés en déciles à l'aide de l'indice de richesse.



* En anglais seulement.

Lorsque nous comparons les deux pays, nous constatons que :

- La mortalité en Angleterre est généralement plus faible que celle du Danemark pour cette tranche d'âge (cohérent avec le graphique 4).
- L'écart entre les moins riches et les plus riches au Danemark est plus grand que les déciles de l'indice de défavorisation multiple en Angleterre. Cependant, cela pourrait s'expliquer par la façon dont les déciles sont formés dans ces pays (voir les deux notes 7 et 8 en bas de page) : en Angleterre, il existe une plus grande hétérogénéité dans chaque décile en comparaison du Danemark.
- Au cours de la période 2001 à 2016, en Angleterre, le fossé entre les personnes les moins défavorisées et les plus défavorisées s'est considérablement élargi. Au Danemark, l'écart s'est aussi creusé, mais seulement de façon modeste.

Cela nous amène à nous demander si le Canada affiche une aussi grande inégalité de la mortalité entre les groupes socioéconomiques, et comment la mortalité dans ces différents groupes a évolué au fil du temps.

Pour répondre à cette question, nous examinons les données de mortalité du RPC et du RRQ. Le RRQ couvre les résidents du Québec, tandis que le RPC couvre ceux des autres provinces canadiennes. L'un des grands avantages de cette analyse est que, pris ensemble, le RPC et le RRQ couvrent presque toute la population du Canada⁶, ce qui nous permet de comparer les données des retraités aux données nationales et provinciales sur la mortalité.

⁶ En particulier, le RPC et le RRQ couvrent les Canadiens qui ont participé au marché du travail.

3.2. Données du RPC et du RRQ

Les données ont été fournies sous forme agrégée pour les retraités seulement (c'est-à-dire qu'il n'y avait pas de données sur les participants du RPC et du RRQ avant leur départ à la retraite)⁷. Les participants ont été groupés en fonction du montant de leur rente, exprimé comme suit en proportion de la rente maximale que peut toucher leur cohorte :

- Groupe 1 : Montant de la rente = 0 – 9 % de la rente maximale de la cohorte.
- Groupe 2 : Montant de la rente = 10 – 19 % de la rente maximale de la cohorte.
- :
- Groupe 10 : Montant de la rente = 90 – 99 % de la rente maximale de la cohorte.
- Groupe 11 : Montant de la rente = Rente maximale de la cohorte.

En outre, pour le RPC seulement, les données excluent a) les personnes dont les prestations d'invalidité ont été converties en prestations du RPC à la retraite et b) les personnes avec une rente de survivant existante au moment de la retraite et dont le montant de la rente est donc supérieur à 100 %.

Le nombre de décès et les expositions centrales⁸ dans l'ensemble de données sont désignés respectivement par $D(g, i, t, x)$ et $E(g, i, t, x)$, où

- g = sexe
- i = groupe de retraités
- t = année civile
- x = âge au dernier anniversaire à la date du décès.

Le taux brut de décès par âge correspondant est donc :

$$m(g, i, t, x) = \frac{D(g, i, t, x)}{E(g, i, t, x)}$$

Cette analyse s'appuie sur les travaux antérieurs d'Adam (2012a, 2012b), dans lesquels les groupements sont encore une fois effectués selon le montant de la rente exprimé en pourcentage de la rente maximale de la cohorte. Adam commence par subdiviser les

⁷ On trouvera, à la section III d'Adam (2012a), de plus amples informations sur des données du RPC/RRQ extraites antérieurement. Adam y décrit les avantages d'utiliser les données du RPC/RRQ en comparaison des données d'assureurs et de régimes de retraite privés.

⁸ Les expositions centrales sont les années totales d'exposition durant l'année t des personnes du groupe (g, i) âgées de x au dernier anniversaire. En d'autres termes, elles représentent le nombre moyen de personnes durant l'année civile t âgées de x au dernier anniversaire.

données en 21 tranches (qui augmentent par paliers de 5 %), puis réduit ce nombre à trois (0 % à 35 %, 35 % à 95 %, et 95 % à 100 %) aux fins d'une analyse approfondie, en insistant sur la pertinence de certains groupes du RPC/RRQ comme moyen de modéliser la mortalité dans les régimes de retraite privés. Ici, nous conservons plus longtemps les 11 groupes, ce qui nous permet d'approfondir l'analyse quant aux différences de mortalité et tendances temporelles.

3.3. Les cotisations et la rente maximale de la cohorte

Pendant la phase d'accumulation, les individus, à titre de participants du RPC/RRQ, versent une proportion prédéterminée de leurs gains jusqu'au maximum des gains annuels ouvrant droit à pension (MGAP)⁹. Le MGAP augmente chaque année en fonction des salaires, traitements et autres gains hebdomadaires moyens à l'échelle nationale et, vu qu'il avoisine le revenu moyen, une grande proportion des participants actifs du RPC/RRQ cotisent au taux maximal tous les ans. Toutefois, pour toucher la rente maximale, une personne doit présentement avoir cotisé au taux maximal pendant 83 % des années de travail admissibles par cohorte¹⁰, ce qui est beaucoup plus difficile que de cotiser au taux maximal pendant une seule année¹¹.

Les données portent sur tous les retraités et recouvrent la période comprise entre 1967 (RPC) ou 1968 (RRQ) et 2015. Durant les premières années, le RPC et le RRQ n'autorisaient pas le départ à la retraite avant 65 ans. Le RRQ a permis la retraite anticipée à compter de 60 ans à partir de 1984, et le RPC, à partir de 1987, ce qui a eu un impact correspondant sur les expositions entre les âges de 60 et 64 ans à partir de ces dates. La retraite tardive est aussi autorisée, ce qui permet aux participants d'accumuler des années supplémentaires (avantage utile aux immigrants) ou d'augmenter leur rente basée sur 83 % des meilleurs gains. À l'heure actuelle, la retraite tardive est autorisée jusqu'à 70 ans afin d'augmenter le montant de la rente¹². Avant 1989, une retraite encore plus tardive était aussi possible. Les retraites tardives peuvent être détectées dans les 11 groupes, mais c'est dans le groupe 1 que ce phénomène est

⁹ Le MGAP est de 55 900 \$ en 2018.

¹⁰ Le 83 % s'applique aux retraités à partir de 2014; 85 % en 2012 et 2013; 85 % jusqu'en 2011.

¹¹ Par exemple, les individus qui prennent leur retraite en 2018 ont pu cotiser au RPC pendant 47 ans, soit entre les âges de 18 et 64 ans. Ils doivent donc avoir cotisé au taux maximal (avec des gains supérieurs au MGAP) pendant 39 des 47 dernières années. Plus généralement, les deux régimes ont débuté en 1966 avec les cotisations admissibles de cette même année. Par exemple, un individu qui a pris sa retraite à l'âge de 65 ans à la fin de 1985 a dû cotiser au taux maximal pendant 17 (85 %) des 20 dernières années (de 1966 à 1985) de sa vie active, soit entre les âges 45 et 64 ans. Pour ce qui est des femmes, le nombre d'années admissibles, 47 ans, peut être réduit en application de la clause d'exclusion pour élever des enfants (p. ex., une femme qui prend sa retraite en 2018 et qui a 7 années approuvées en application de cette clause verra sa rente calculée en fonction de ses 33 meilleures années (83 % de $(47 - 7) = 40$) plutôt qu'en fonction de ses 40 meilleures années, et sa rente sera ajustée en conséquence.

¹² En théorie, la retraite après l'âge de 70 ans est aussi possible, mais elle n'entraîne aucun avantage financier.

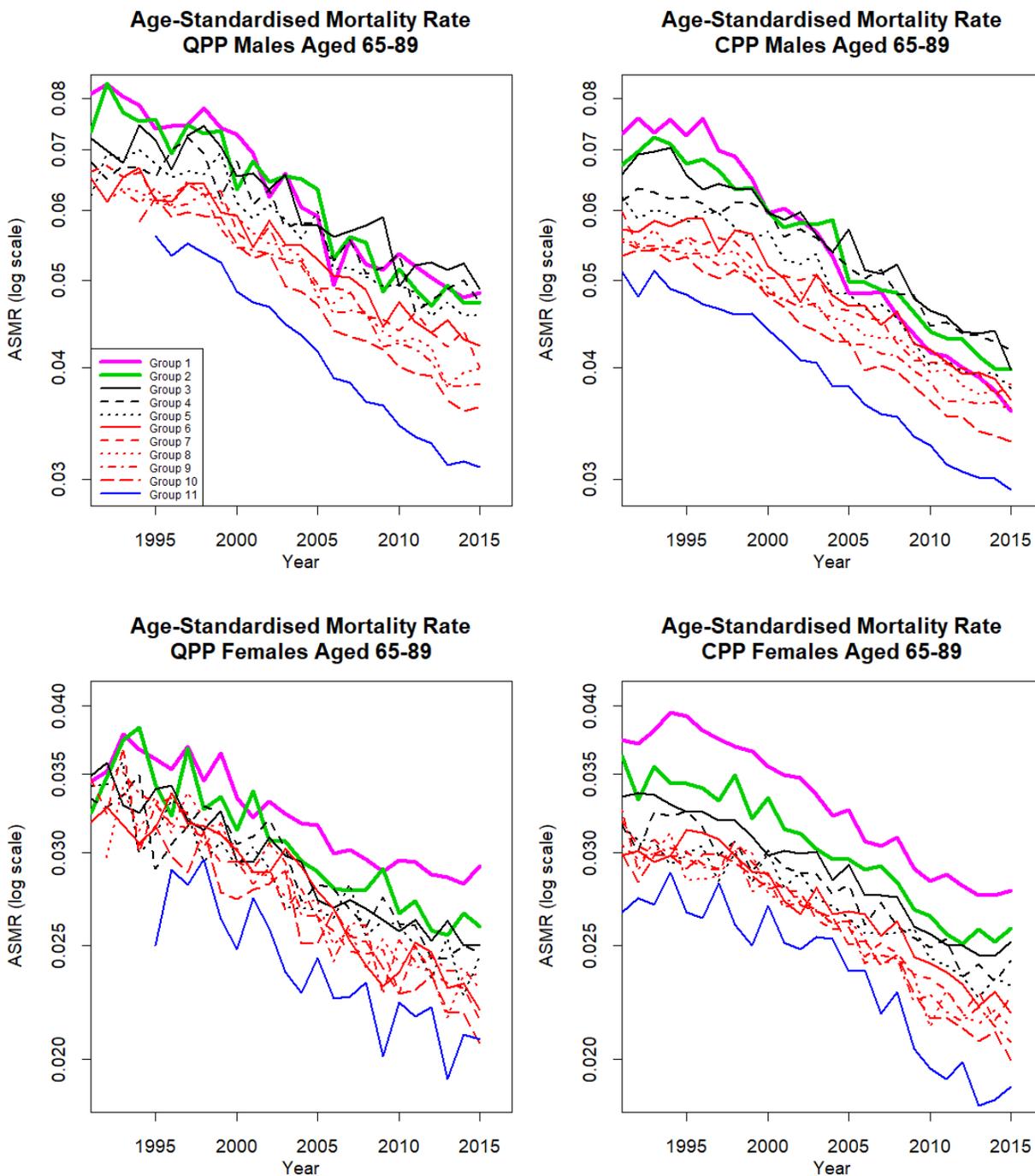
le plus évident¹³.

Les données indiquent que les personnes nées avant 1895 ou 1896 n'avaient pas droit à une rente du RPC ou du RRQ, de sorte qu'il n'y avait aucune exposition pour ces cohortes. Cela étant, et en raison de l'arrivée à maturité du RPC et du RRQ, nous avons utilisé, à titre de compromis, les données de 1991 à 2015 et les âges de 65 ans à 89 ans dans nos travaux de modélisation¹⁴.

¹³ Un facteur s'applique en cas de retraite tardive. Dans le cas des personnes qui retardent leur retraite, leur répartition entre les groupes s'effectue en comparant leur rente avec la rente maximale à l'âge de 65 ans, ajustée par multiplication dudit facteur.

¹⁴ Nous limitons notre étude à l'âge de 65 ans ou plus, car les raisons pour prendre une retraite anticipée sont multiples et peuvent être liées à l'état de santé.

Graphique 8 : TMSA des hommes et des femmes du RRQ et du RPC âgés de 65 à 89 ans, basés sur les taux bruts de décès par âge. Chaque graphique montre les TMSA des groupes 1 (faible montant de rente) à 11 (rente maximale).



* En anglais seulement.

3.4. TMSA selon le montant de la rente

Les TMSA des 65 à 89 ans, basés sur les taux bruts de décès par âge, sont illustrés dans le graphique 8¹⁵. Nous constatons plusieurs choses :

- Les tendances générales sont semblables à celles du Canada dans l'ensemble.
- Bien que le calcul des TMSA atténue l'impact de la variation d'échantillonnage, nous pouvons quand même constater que les petits groupes (p. ex., les hommes du groupe 1 ou les femmes du groupe 11) ont des TMSA dont la représentation graphique est plus volatile que celle des grands groupes (p. ex., les hommes du groupe 11).
- Les TMSA du RRQ sont, pour la plupart, légèrement supérieurs à ceux du RPC.
- Il existe manifestement d'importantes inégalités entre les 11 groupes. Plus particulièrement, les TMSA des hommes du groupe 1 du RRQ dépassent ceux du groupe 11 dans une proportion nettement supérieure à 50 %.
- Pour la plupart des années, le groupe 11 se situe bien au-dessous des autres groupes.
- Chez les femmes, le groupe 1 se distingue aussi des autres groupes.
- Les TMSA sont classés, pour l'essentiel, à peu près dans le même ordre que les groupes : d'une forte mortalité chez le groupe 1 jusqu'à une faible mortalité chez le groupe 11. Toutefois, en ce qui concerne les rangs, les données révèlent une anomalie qui nécessite une étude et une analyse approfondies :
 - Groupes 1 et 2 du RPC chez les hommes : ces groupes commencent à un niveau élevé, comme nous nous y attendions, mais ils descendent graduellement avant de croiser plusieurs groupes de rang intermédiaire (un schéma très différent de celui des groupes 1 et 2 du RRQ chez les hommes).

Il y a diverses raisons pour lesquelles le groupe 11 se distingue des autres, l'une d'entre elles étant qu'au sein du groupe 11, il existe peut-être une grande hétérogénéité : certains individus sont constamment juste au-dessus du seuil, alors que d'autres sont beaucoup plus riches; et il y a un mélange de groupes professionnels. Une autre raison dont nous discutons maintenant est la conscience.

¹⁵ Dans les premières années, des TMSA sont manquants pour les groupes du RRQ qui touchent une grosse rente, du fait de l'absence d'exposition aux âges avancés, ce qui signifie que les taux de mortalité requis pour calculer les TMSA ne sont pas disponibles.

3.5. Le caractère consciencieux

Le caractère consciencieux est l'un des cinq traits de caractère les plus importants dans le domaine de la psychologie. La personne consciencieuse souhaite bien faire son travail ou accomplir ses tâches avec rigueur; elle fait preuve d'application, d'intensité, de soin, de dévouement et d'exactitude aussi bien dans sa vie professionnelle que personnelle.

Nous pouvons ensuite supposer qu'il existe une corrélation positive entre le trait de caractère consciencieux et la réussite professionnelle à long terme. Au Canada, une personne consciencieuse qui travaille dur et avec soin toute sa vie peut toucher un revenu supérieur au MGAP pendant un plus grand nombre d'années que la personne non consciencieuse¹⁶. Plus particulièrement, chez, disons, les salariés du deuxième quartile (qui gagnent tout juste un peu plus que le MGAP), les personnes consciencieuses ont plus de chances de toucher un revenu supérieur au MGAP pendant au moins 83 % de leurs années de travail (voir la note de bas de page 14).

Le caractère consciencieux est important, car c'est le trait de caractère le plus fortement corrélé avec l'espérance de vie (voir, par exemple, Kern et Friedman, 2008, Deary et coll., 2010)¹⁷. L'hypothèse selon laquelle le groupe 11 dans les données du RPC et du RRQ pourrait contenir une plus grande proportion de personnes consciencieuses que le groupe 10 expliquerait en partie pourquoi le groupe 11 présente une mortalité beaucoup plus faible.

3.6. Le ralentissement des améliorations de la mortalité

Nous pouvons aussi examiner le graphique 8 pour déterminer si le ralentissement observé à l'échelle nationale touche tous les groupes ou un sous-ensemble. En fait, le bruit dans les TMSA rend très difficile d'établir si l'un ou l'autre des groupes a connu un ralentissement et, assurément, il n'existe pas de relation constante entre les groupes. De plus, les tailles des groupes changent, ce qui complique encore davantage la détection d'un ralentissement au niveau des groupes.

¹⁶ À titre d'exemple, Egan et coll. (2017) ont apporté des preuves que les personnes consciencieuses connaissent moins de périodes de chômage que les autres durant leur vie active. Au Canada, chaque période de chômage d'une personne diminue la probabilité que son revenu dépasse le MGAP au cours d'une année donnée.

¹⁷ Par exemple, les personnes consciencieuses sont plus enclines à manger sainement, à consulter rapidement un médecin lorsqu'elles constatent les symptômes d'une mauvaise santé et à suivre les recommandations du médecin après que celui-ci pose un diagnostic.

3.7. Impact de la taille des groupes

Au moment d'interpréter le graphique 8, nous devons nous rappeler que les proportions de chaque cohorte dans chaque groupe évoluent au fil du temps. Nous en parlerons plus en détail à la section 4, mais ici, nous pouvons faire remarquer, par exemple, que si le groupe 1 diminuait de taille au fil des ans, cela pourrait avoir un impact sur les taux de mortalité¹⁸ qui se mêle à d'autres changements du niveau de la mortalité.

3.8. Comparaison des inégalités avec d'autres pays

Nous pouvons aussi comparer les inégalités de santé (comme en témoignent les TMSA des 65 à 89 ans) entre le RPC, le RRQ, l'Angleterre et le Danemark, en examinant le graphique 8 en regard des graphiques 6 et 7.

Sur le plan visuel, l'Angleterre et le Danemark affichent tous deux un écart plus important que le RRQ et le RPC. Toutefois, nous devons nous rappeler que les données canadiennes sont subdivisées en fonction d'une mesure différente (le montant de la rente), laquelle pourrait être un prédicteur moins puissant de la mortalité que ne l'est la défavorisation (Angleterre) ou la richesse (Danemark). En outre, le groupe 11 des hommes du RPC et du RRQ est beaucoup plus grand que 10 % durant les premières années, ce qui fait que l'écart entre les groupes 1 et 11 est plus faible qu'il ne le serait autrement.

Dans l'ensemble, toutefois, les inégalités de santé dans le RRQ et le RPC sont compatibles avec ce que nous voyons en Angleterre et au Danemark.

4. Tailles des cohortes

Nous examinons maintenant les tailles relatives de chaque groupe et la façon dont elles ont évolué au fil du temps. Les proportions dans chaque groupe et par cohorte se définissent comme suit :

$$P(g, i, t, x) = E(g, i, t, x) / \sum_j E(g, j, t, x).$$

Nous centrons notre analyse sur l'âge normal de la retraite ($x = 65$), mais la situation serait généralement la même si, par exemple, nous avions utilisé 70 ans¹⁹ et ²⁰.

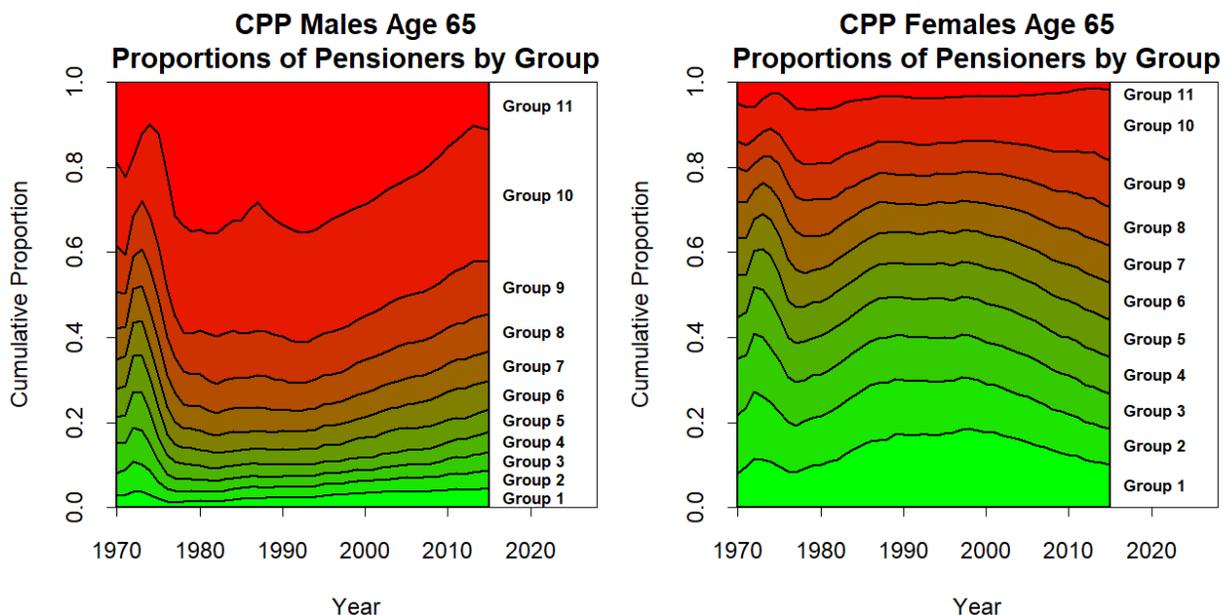
¹⁸ Chaque groupe contient encore un degré d'hétérogénéité. Toutes choses étant égales par ailleurs, si le groupe 1 grandit avec le temps, le niveau moyen de privation sera réduit, avec une réduction correspondante de la mortalité moyenne du groupe 1.

¹⁹ Les proportions sont légèrement différentes à l'âge de 70 ans en raison des taux de décès différentiels entre les âges de 65 ans et 70 ans par groupe et des retraites tardives entre les âges de 65 ans et 70 ans.

²⁰ Les proportions selon le montant de la rente sont illustrées d'une autre manière à l'annexe A d'Adam (2012a).

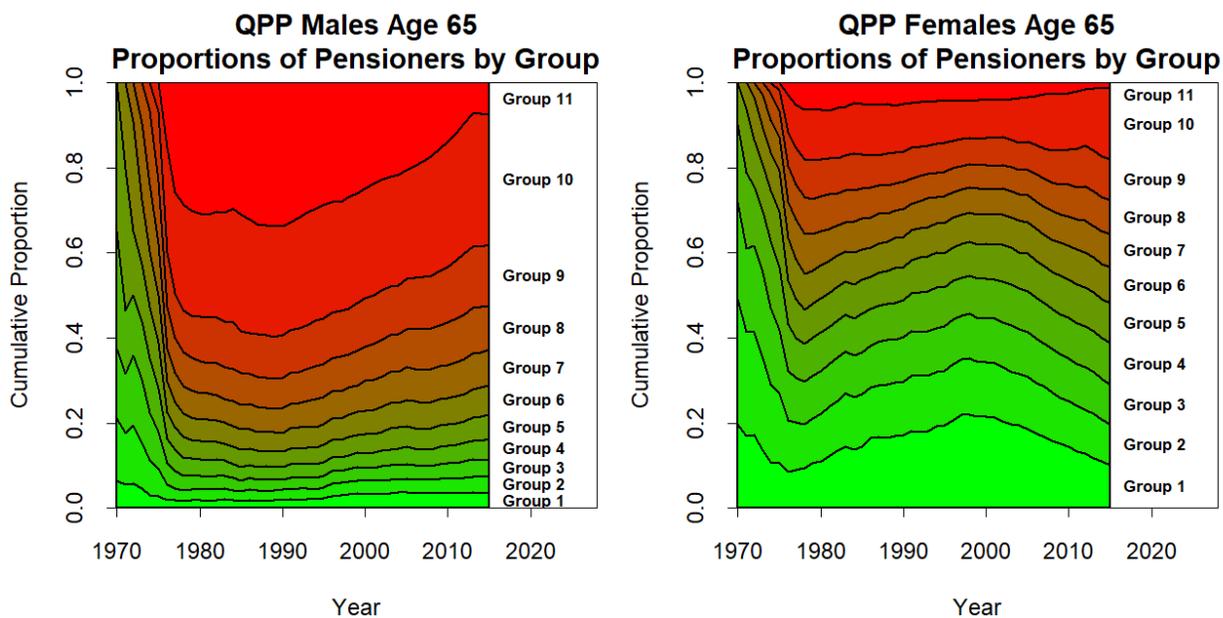
Les graphiques 9 et 10 illustrent, sous forme de carte thermique, comment les proportions $P(g, i, t, 65)$ ont évolué au fil du temps pour les hommes et les femmes du RPC et du RRQ. Par exemple, dans le graphique de gauche du graphique 10, la proportion de personnes du groupe 11 âgées de 65 ans en 1990 (axe vertical), était d'environ 33 % ($100 \times (1 - 0,67)$) et de 26 % dans le groupe 10 ($100 \times (0,67 - 0,41)$). Toutefois, en 2015, la cohorte des 65 ans du groupe 11 avait chuté à seulement 8 %, tandis que celle du groupe 10 était passée à près de 31 %.

Graphique 9 : Proportions cumulatives de retraités âgés de 65 ans dans chacun des groupes 1 à 11 en fonction de l'année civile. La largeur de chaque tranche donne la proportion de chaque groupe. À gauche : hommes du RPC. À droite : femmes du RPC.



* En anglais seulement.

Graphique 10 : Comme dans le graphique 9, mais il s'agit ici des hommes et des femmes du RRQ.

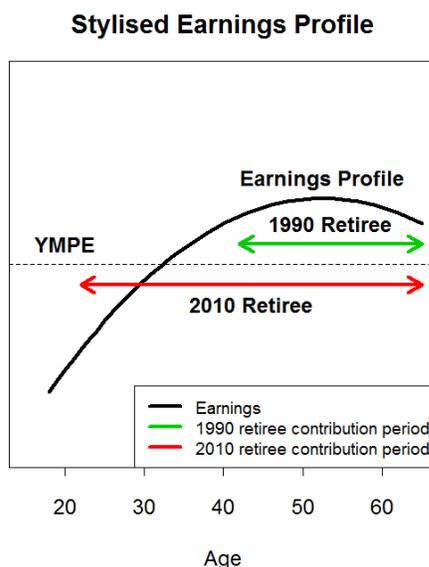


* En anglais seulement.

Nous pouvons formuler les commentaires suivants :

- En ce qui concerne les hommes, les cartes thermiques du RPC et du RRQ sont sensiblement semblables. Jusqu'à 1977-1978 environ, il y a une distorsion considérable, car il est beaucoup plus difficile au cours des premières années des régimes de toucher de grosses rentes. Les proportions se stabilisent ensuite vers 1980, les plus importantes appartenant aux groupes 10 et 11.
- Des commentaires semblables valent pour les femmes, sauf qu'une proportion beaucoup plus petite d'entre elles touche de grosses rentes. Plus particulièrement, le groupe 1 est généralement le plus important (bien que le groupe 10 ait récemment dépassé le groupe 1), ce qui reflète les différents régimes de travail des femmes par rapport aux hommes (même après la prise en compte de règles visant à atténuer l'impact de quelques années passées à élever une famille). Enfin, le même MGAP s'applique aux hommes et aux femmes, de sorte que l'importance de l'écart salarial entre les femmes et les hommes au Canada se reflétera dans la plus faible proportion de femmes qui touchent de grosses rentes du RPC et du RRQ.
- Chez les hommes, après 1990, une proportion décroissante de ceux qui atteignent leur 65^e anniversaire de naissance touche la rente maximale (groupe 11). Cette situation est due probablement au fait que le nombre d'années donnant droit au montant maximum a changé (voir la note de bas de page 14). En combinaison avec une progression salariale type (graphique 11) qui débute à un bas niveau avant d'atteindre un sommet aux âges intermédiaires, puis baisse légèrement à l'approche de la retraite (voir, par exemple, Blake et coll., 2007), cela signifie qu'il aurait été plus facile d'obtenir la rente maximale pour une personne qui prenait sa retraite en 1990 que pour une autre qui l'a prise en 2010 (graphique 11).

Graphique 11 : Profil stylisé, mais typique du revenu d'une personne au cours de sa vie active. Une personne qui a atteint l'âge de 65 ans en 1990 doit avoir gagné plus que le MGAP pendant 20 des 24 années comprises entre l'âge de 41 ans et de 64 ans (de 1966 à 1989) pour toucher la rente maximale. Une personne qui a pris sa retraite en 2010 doit avoir gagné plus que le MGAP pendant 37 des 44 années comprises entre l'âge de 21 ans et de 64 ans.



* En anglais seulement.

- Chez les femmes, la situation est plus complexe. La taille du groupe 11 diminue (comme chez les hommes). Le groupe 1 augmente progressivement par rapport à 1980, atteint un sommet juste avant 2000, puis diminue, ce qui est probablement dû aux nouveaux régimes de travail des femmes.
- Tant chez les hommes que chez les femmes, les proportions dans chaque groupe reflètent aussi les vagues historiques d'immigration. Certaines personnes qui prennent leur retraite à 65 ans pourraient avoir vécu toute leur vie active au Canada, tandis que d'autres pourraient avoir migré au Canada pendant leur carrière, ce qui aura des répercussions sur leur rente du RPC ou du RRQ. Par exemple, une personne qui est entrée au Canada à l'âge de 40 ans et qui prend sa retraite à 65 ans en 2018 n'aura pu cotiser au RPC ou au RRQ que pendant 25 des 47 années requises. Nous en reparlerons plus en détail à la prochaine section.

5. Migration et années de résidence

Compte tenu des commentaires précédents, nous devons chercher à savoir quelle est la proportion d'immigrants qui composent chaque cohorte partant à la retraite à 65 ans, et depuis combien d'années les immigrants cotisent au RPC ou au RRQ depuis leur arrivée au pays.

Nous définissons, pour chaque individu :

$$\text{Années de résidence (AR)} = \begin{cases} 65 - \hat{\text{Age}} \text{ à l'arrivée} & \text{si l'âge à l'arrivée} > 18 \\ 47 & \text{si l'âge à l'arrivée} \leq 18 \\ & \text{ou qu'il a passé toute sa vie au Canada.} \end{cases}$$

Dans chaque cohorte, nous cherchons à estimer la proportion d'individus dont $AR = 1, 2, \dots, 47$. Pour ce faire, nous utilisons les données de la Base de données sur la longévité canadienne (BDLC, 2011) qui se rapportent aux provinces canadiennes (publiées jusqu'en 2011) et nous adoptons un ensemble d'hypothèses brutes. Les données de la BDLC peuvent servir à obtenir les expositions $E(i, t, x)$ pour l'année T et l'âge x , pour le Québec ($i = Q$) et le Canada excluant le Québec ($i = CeQ$).

- Pour chaque cohorte faisant l'objet d'un suivi, la variation de $E(i, t, x)$ à $E(i, t + 1, x + 1)$ est attribuable aux décès et à l'émigration nette.
- Nous supposons que :
 - Chaque année, la migration au Q ou au CeQ est totalement sortante ou entrante.
 - Il n'y a pas de migration entre le Q et le CeQ.
 - Les émigrants ne reviennent pas au Canada et, de ce fait, se réinscrivent auprès du RPC ou du RRQ.
 - Les participants des régimes prennent leur retraite à 65 ans.

Les hypothèses sont très simplistes et pourraient sans doute être améliorées, mais seulement au prix d'efforts considérables. De plus, nos calculs des années de résidence qui en découlent ne sont utilisés dans aucun autre calcul : ils ne servent qu'à faciliter l'interprétation qualitative des résultats. Il serait peu probable qu'un calcul plus précis des années admissibles modifie ces conclusions.

Pour chaque cohorte, nous utilisons les hypothèses ci-dessus pour estimer la proportion de la cohorte qui est entrée au Canada (Q ou CeQ) un an avant l'âge de 65 ans, deux ans avant l'âge de 65 ans, ..., 47 ans ou plus avant l'âge de 65 ans. Le graphique 12 montre les résultats de ces proportions sous forme de carte thermique. Par exemple, en ce qui concerne les hommes au CeQ, en 1990 (verticale) : environ 75 % de la cohorte avaient au moins 40 années de résidence; 15 % avaient $30 < AR < 40$; 3 % avaient $20 < AR < 30$; 2 % avaient $10 < AR < 20$, et 5 % avaient $0 < AR < 10$.

- Les tailles relatives des cinq groupes et le rythme de leurs changements au fil du temps reflètent l'évolution de la migration et du profil d'âge des immigrants au fil des ans.
- Une proportion beaucoup plus grande de la population québécoise avait $AR > 40$, ce qui indique que les niveaux d'immigration au Québec sont beaucoup plus bas, à tous les âges, que dans le reste du Canada.
- Les points noirs dans le graphique de droite du graphique 12 indiquent le lieu où deux lignes de démarcation se touchent, ce qui veut dire qu'il n'y a aucun individu dans une tranche particulière de 10 ans d'AR au cours d'une année de retraite particulière. La suite de trois points vers l'année 1980, l'année 1990 et l'année 2000 correspond à une période soutenue d'émigration (nette) du Québec à tous les âges dans les années 1970.
- En ce qui concerne le CeQ, le graphique est plus complexe. Toutefois, il y a un faible flux d'immigrants non négligeable au CeQ au-delà de l'âge de 55 ans, qui contribue à la persistance de la bande vert pâle ($0 < AR < 10$ ans).

La taille de la bande vert pâle ($0 < AR < 10$ ans) se rapportant au CeQ nous donne au moins une explication partielle du comportement anormal de la mortalité des hommes des groupes 1 et 2 dans les courbes du RPC (graphique 8, en haut à droite). Les groupes 1 et 2 comprennent les individus dont la rente représente moins de 20 % du maximum. Les membres de ces groupes ont soit un faible revenu, soit un faible nombre d'années de cotisation. Le graphique 12 montre que le RPC compte un plus grand nombre d'immigrants qui arrivent aux âges intermédiaires et qui se retrouvent forcément dans les groupes 1 ou 2. Enfin, nous avons l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé : les immigrants sont admis au Canada parce qu'ils sont en bonne santé et aptes au travail et donc en meilleure santé que la population établie correspondante (voir, par exemple, Vang et coll., 2017). Au fil du temps, l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé s'estompe, de sorte que, en ce qui nous concerne, il est le plus marqué chez les immigrants aux âges intermédiaires avancés qui atteignent par la suite l'âge de 65 ans. Par contre, bien que l'effet de sélection associé à l'immigration s'estompe au sein d'un groupe particulier défini selon le montant de la rente, les nouveaux immigrants ont de bonnes chances d'être plus riches et, par conséquent, en meilleure santé que les membres « archétypiques » des groupes 1 ou 2 à très faible revenu²¹.

Par conséquent, même si nous nous attendons à ce que les groupes 1 et 2 affichent un taux de mortalité élevé en raison des personnes à faible revenu, les taux de mortalité de base sont moindres en raison de l'existence d'immigrants en bonne santé (plus dans le groupe 1 que dans le groupe 2).

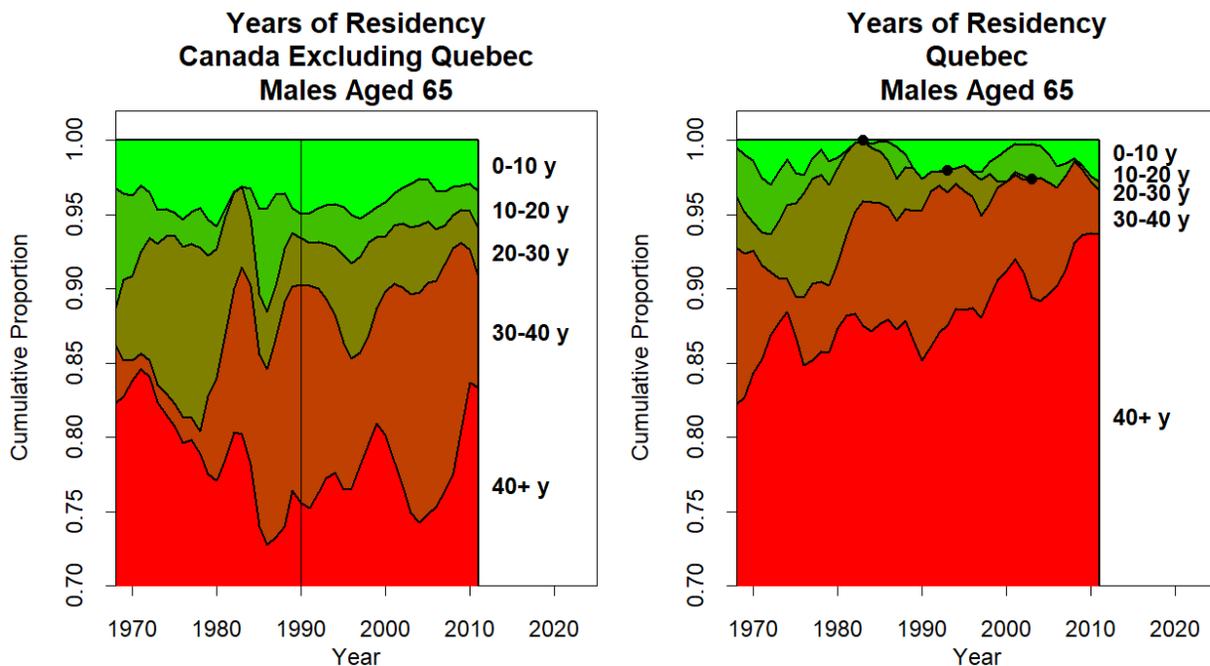
²¹ Les différences de mortalité entre les immigrants et la population établie peuvent aussi s'expliquer par des raisons d'ordre culturel (qui influent sur les habitudes alimentaires et le style de vie).

Enfin, nous pouvons postuler que la proportion d'immigrants en santé dans le groupe 1 a augmenté au fil du temps. Le graphique 12 montre que le flux d'immigrants de plus de 55 ans (la tranche de 0 à 10 ans) a été assez stable au fil des ans (aucune tendance manifeste). Toutefois, pour ce qui est de la retraite dans différentes années, à quel point les AR doivent-elles être peu nombreuses pour qu'un individu passe obligatoirement dans les groupes 1 ou 2 à 65 ans? Cela dépend du nombre d'*années admissibles* d'un individu né au Canada : parmi les individus qui atteignent l'âge de 65 ans en 2018, l'immigrant dont $AR < 8$ est forcément affecté aux groupes 1 ou 2, tandis que l'individu qui atteint l'âge de 65 ans en 1985 et dont $AR < 3,4$ finira certainement par se retrouver dans les groupes 1 ou 2. Par conséquent, toutes choses étant égales par ailleurs, les groupes 1 et 2 auront moins d'immigrants en santé parmi les nouveaux retraités en 1985 comparativement à 2018 (voir l'annexe B pour de plus amples détails).

Chez les hommes du RRQ, dans le graphique 8, rien n'atteste l'existence de l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé : les groupes 1, 2 et 3 se chevauchent de manière inégale, avec une certaine convergence au cours des 10 premières années²².

²² Nous ne développerons pas davantage ce point à la section 7, mais les estimations par modélisation de la mortalité sous-jacente des hommes du RRQ révèlent de façon plus nette une mortalité plus basse chez les groupes 1 et 2, plus particulièrement aux âges avancés et dans une moindre mesure aux âges inférieurs. Cela pourrait être lié au fait que les immigrants tardifs retardent leur retraite jusqu'à l'âge de 70 ans ou plus.

Graphique 12 : Cartes thermiques montrant, pour chaque cohorte qui atteint l'âge de 65 ans, des estimations de la durée de résidence au Canada des gens et de leur admissibilité à cotiser au RPC/RRQ. Les proportions sont construites de façon cumulée : plus de 40 ans; 30 à 40 ans; 20 à 30 ans; 10 à 20 ans; moins de 10 ans.



* En anglais seulement.

6. Motivation de l'utilisation de modèles stochastiques de mortalité

Les données des graphiques 2 à 3 et la discussion qui s'en est suivie indiquent toutes une incertitude relative à plusieurs éléments de la mortalité future :

- Les taux d'amélioration à long terme;
- La volatilité d'année en année;
- Les taux d'amélioration à différents âges;
- Les taux d'amélioration dans différentes populations.

Cette incertitude entraîne un *risque de longévité*, soit le risque qu'une cohorte de personnes vive plus longtemps que prévu *dans leur ensemble*. Le risque de longévité est particulièrement préoccupant dans le contexte de la retraite et des rentes : si les participants vivent plus longtemps que prévu, le régime ou le fournisseur de rentes subira des pertes financières. Il importe donc de modéliser et de mesurer le risque de longévité dans plusieurs applications actuarielles.

Une approche en ce sens consiste à élaborer des modèles stochastiques de mortalité qui tentent de modéliser le caractère aléatoire d'année en année et à long terme des taux de mortalité *sous-jacents*. Ces modèles peuvent également servir à accomplir diverses missions en actuariat, y compris :

- Évaluation générale des risques;
- Tarification : utiliser les résultats des projections stochastiques pour établir des marges pour risque de longévité systématique;
- Constitution de réserves : évaluation et constitution d'une provision pour risque systématique dans le cadre de la liquidation d'un portefeuille de passifs;
- Constitution de réserves : évaluation du risque de réserve systématique, sur un horizon d'un an, lié aux exigences minimales de réserve de type valeur à risque (p. ex., Solvabilité II);
- Constitution de réserves : utilisation d'un modèle de mortalité à deux populations pour quantifier l'avantage de la diversification entre deux populations;
- Évaluation de la réduction du risque dans les opérations de couverture du risque de longévité.

Lorsque nous utilisons les modèles stochastiques de mortalité pour chercher à résoudre les problèmes susmentionnés, l'incertitude entourant la prévision centrale de la mortalité est au moins aussi importante que la prévision centrale elle-même. De fait, dans certains contextes (p. ex., les lignes directrices de la Prudential Regulatory Authority du Royaume-Uni qui traitent de l'évaluation du risque de longévité et de la constitution d'une provision pour ce risque en vertu de Solvabilité II), la prévision

centrale peut être obtenue par des méthodes non stochastiques (p. ex., le jugement de l'actuaire), tandis que l'incertitude entourant cette prévision repose sur les résultats d'un modèle stochastique.

7. Une famille de modèles stochastiques de mortalité à plusieurs populations

7.1. Généalogie de la modélisation

Ces 30 dernières années ont été marquées par l'utilisation croissante de modèles stochastiques de mortalité, tels que les modèles à une population de Lee et Carter (1992), Renshaw et Haberman (2003), Cairns et coll. (2006) et Plat (2009). Selon le modèle de Lee et Carter (modèle LC), les taux de décès sous-jacents, $m(t, x)$, dans l'année t et à l'âge x au dernier anniversaire, sont modélisés comme suit :

$$\log m(t, x) = \alpha(x) + \beta(x)\kappa(t)$$

où $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ sont des effets d'âge non paramétriques, et $\kappa(t)$ est un effet de période. $\alpha(x)$ nous donne une forme de table de base (lorsque $\kappa(t) = 0$), tandis que $\beta(x)$ détermine les taux relatifs d'amélioration à différents âges. Les améliorations dans le temps sont déterminées par $\kappa(t)$, l'effet de période à un facteur.

Renshaw et Haberman (2003) ont développé ce modèle et y ont inclus un deuxième effet de période (modèle RH) :

$$\log m(t, x) = \alpha(x) + \beta_1(x)\kappa_1(t) + \beta_2(x)\kappa_2(t).$$

Un différent style de modèle a été proposé par Cairns et coll. (2006) (modèle CBD), qui ont modélisé le taux de mortalité comme suit :

$$\text{logit } q(t, x) = \kappa_1(t) + (x - \bar{x})\kappa_2(t),$$

où $\text{logit } z = \log(z/(1 - z))$ pour $0 < z < 1$, avec $q(t, x)$ et $m(t, x)$ liés entre eux du fait que $q(t, x) = 1 - \exp(-m(t, x))$, tandis que \bar{x} égale la moyenne de la tranche d'âge modélisée. L'utilisation d'effets d'âge paramétriques prédéterminés ($\beta_1(x) = 1$ et $\beta_2(x) = (x - \bar{x})$) a pour effet de réduire sensiblement le nombre de paramètres à estimer.

Ce modèle a par la suite été développé par Plat (2009), qui a introduit une table de base non paramétrique, $\alpha(x)$:

$$\text{logit } q(t, x) = \alpha(x) + \kappa_1(t) + (x - \bar{x})\kappa_2(t).$$

L'un des principaux avantages du modèle de Plat et de ses nombreux développements est qu'il peut s'ajuster à un plus large éventail d'âges que ne le recommande normalement le modèle CBD. Avec la table de base non paramétrique, une variante simple du modèle de Plat consiste à remplacer $\text{logit } q$ par $\log m$:

$$\log m(t, x) = \alpha(x) + \kappa_1(t) + (x - \bar{x})\kappa_2(t).$$

7.2. Développements pour plusieurs populations

Vu que les données du RPC et du RRQ recouvrent chacune 11 populations pour chaque sexe, il nous faut modéliser $\log m(i, t, x)$ conjointement pour $i = 1, \dots, 11$. Au lieu de nous focaliser sur un modèle particulier dès le départ, nous avons étudié une famille de modèles qui ont une version à plusieurs populations du modèle RH. Ainsi, le modèle M1 est défini par :

$$\log m(i, t, x) = \alpha(i, x) + \beta_1(i, x)\kappa_1(i, t) + \beta_2(i, x)\kappa_2(i, t).$$

Dans ce modèle :

- L'effet d'âge $\alpha(i, x)$ peut être interprété comme une table de base pour le groupe i .
- Les paramètres $\beta_1(i, x)$ et $\beta_2(i, x)$ sont des effets d'âge propres aux groupes qui, comme nous le prévoyons habituellement, permettront des variations dans le niveau (c.-à-d., $\beta_1(i, x) > 0$ pour tous les x) et la pente (c.-à-d., $\beta_2(i, x) > 0$ pour les âges moins avancés et < 0 pour les âges plus avancés) respectivement de la courbe de log-mortalité.
- Les paramètres $\kappa_1(i, t)$ et $\kappa_2(i, t)$ sont des effets de période qui, associés aux effets d'âge $\beta_1(i, x)$ et $\beta_2(i, x)$, saisissent la variation de la mortalité propre au groupe par rapport à la table de base avec le temps.

Tous les autres modèles considérés étaient des cas particuliers de M1 et sont énumérés au tableau 2.

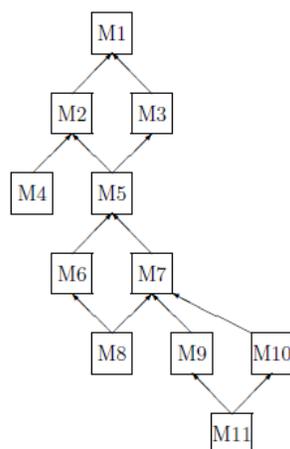
Tableau 2 : Modèles stochastiques de mortalité ajustés aux données de mortalité des hommes et des femmes du RPC et du RRQ.

Modèle	$\log m(i, t, x)$	Commentaire
M1	$\alpha(i, x) + \beta_1(i, x)\kappa_1(i, t) + \beta_2(i, x)\kappa_2(i, t)$	RH, plusieurs populations
M2	$\alpha(i, x) + \beta_1(i, x)\kappa_1(i, t) + \beta_2(x)\kappa_2(i, t)$	
M3	$\alpha(i, x) + \beta_1(x)\kappa_1(t) + \beta_2(i, x)\kappa_2(i, t)$	Li et Lee (2005)
M4	$\alpha(i, x) + \beta_1(i, x)\kappa_1(i, t)$	LC, plusieurs populations
M5	$\alpha(i, x) + \beta_1(x)\kappa_1(i, t) + \beta_2(x)\kappa_2(i, t)$	Modèle CAE, Kleinow (2015)
M6	$\alpha(x) + \beta_1(x)\kappa_1(i, t) + \beta_2(x)\kappa_2(i, t)$	Modèle CAE avec $\alpha(x)$ commun
M7	$\alpha(i, x) + \kappa_1(i, t) + (x - \bar{x})\kappa_2(i, t)$	Plat, plusieurs populations
M8	$\alpha(x) + \kappa_1(i, t) + (x - \bar{x})\kappa_2(i, t)$	Plat avec $\alpha(x)$ commun
M9	$\alpha(i, x) + \kappa_1(t) + (x - \bar{x})\kappa_2(i, t)$	Plat, $\kappa_1(t)$ commun
M10	$\alpha(i, x) + \kappa_1(i, t) + (x - \bar{x})\kappa_2(t)$	Plat, $\kappa_2(t)$ commun
M11	$\alpha(i, x) + \kappa_1(t) + (x - \bar{x})\kappa_2(t)$	Plat, $\kappa_1(t), \kappa_2(t)$ communs

Certains modèles sont enchâssés dans d'autres (p. ex. tous les modèles sont enchâssés dans M1) et la hiérarchie qui en résulte est illustrée dans le graphique 13.

Dans les modèles M1, M5 et M6, les termes $\beta_1(i, x)\kappa_1(i, t)$ et $\beta_2(i, x)\kappa_2(i, t)$ sont interchangeable sans que cela ait un effet sur le modèle. Les deux composantes peuvent normalement être laissées telles quelles suite au processus de modélisation. Cependant, si on préfère que les paramètres $\beta_1(i, x)\kappa_1(i, t)$ saisissent les variations dans le niveau de mortalité à tous les âges, et que les paramètres $\beta_2(i, x)\kappa_2(i, t)$ saisissent les variations dans la pente (ou une inclinaison), alors, au besoin, on peut intervertir les deux composantes.

Graphique 13 : Hiérarchie des modèles enchâssés. Les flèches indiquent l’enchâssement : par exemple, M2 est enchâssé dans M1, c.-à-d. qu’il en est un cas particulier.



Villegas et coll. (2017) ont étudié une diversité de modèles encore plus grande. Ils se sont davantage attachés à choisir un modèle approprié pour *deux* populations (une population dominante et une sous-population possédant certaines caractéristiques) en comparaison du modèle appelé ici M11 (et dont le traitement est plus équilibré). Notre liste contient certains modèles que Villegas et coll. (2017) n’ont pas pris en compte. Pour sa part, Adam (2016) a analysé plusieurs modèles en utilisant simultanément les données sur les hommes et les femmes du RPC et du RRQ avec trois classes de revenu et a arrêté son choix sur un modèle proche de celui de Li et Lee (1995) (M3, ici).

Nous avons examiné divers critères quantitatifs et qualitatifs pour comparer les modèles et recommander celui qui convient le mieux à l’ensemble de données de plusieurs populations se rapportant à la tranche des 65 à 89 ans.

D’un point de vue quantitatif, nous utilisons le critère d’information bayésienne,

$$BIC_M = -2l_M(\hat{\theta}_M) + k_M \log N,$$

où θ_M est le vecteur de paramètres du modèle M et $\hat{\theta}_M$ est son estimateur du maximum de vraisemblance, $l_M(\theta_M)$ est la fonction de log-vraisemblance, k_M est le nombre de paramètres dans M à estimer (en tenant compte, le cas échéant, des contraintes

d'identifiabilité), et N est le nombre d'observations²³. Le terme $k_M \log N$ sert à pénaliser les modèles surparamétrés. Afin de réduire au minimum le BIC, nous cherchons à inclure une plus grande complexité (p. ex., en préférant M5 à M6) uniquement si celle-ci permet une amélioration *significative* de l'ajustement. En particulier, lorsque les modèles sont enchâssés, le modèle plus complexe produira toujours un meilleur ajustement (c.-à-d. que le maximum de log-vraisemblance sera supérieur), mais il se peut que l'amélioration soit négligeable et que les paramètres supplémentaires ne fassent que surajuster les données. Pour de plus amples informations sur le BIC, voir l'annexe A.

Nous examinons également la structure du terme de corrélation :

$$\rho(t, i, j, x_i, x_j) = \text{cor}(\log m(i, t, x_i), \log m(j, t, x_j)).$$

Nous recherchons principalement les critères suivants :

1. Le BIC ne doit pas être beaucoup plus élevé que pour les autres modèles.
2. Le modèle doit vérifier le principe de cohérence, c'est-à-dire que pour chaque (i, j, x) , $m(i, t, x)/m(j, t, x)$ ne doit pas diverger à mesure que t augmente (voir, par exemple, Hyndman et coll., 2013).
3. Le modèle doit éviter les croisements importants dans les courbes de mortalité ajustées lorsque celles-ci ne sont pas apparentes dans les données brutes. Par exemple, dans les données historiques et les prévisions, pour une valeur de t donnée, est-ce que $m(1, t, x) > m(11, t, x)$ pour tous les âges x ?
4. Les corrélations entre les taux de mortalité futurs dans différentes populations doivent être inférieures à 1.
5. Les corrélations entre les taux de mortalité futurs à différents âges doivent être inférieures à 1.
6. Le modèle produit-il une structure du terme de corrélation $\rho(t, i, j, x_i, x_j)$ qui est intuitivement plausible? Par exemple, pour un certain (t, i, j, x_i) , la forme de $\rho(t, i, j, x_i, x_j)$ en fonction de x_j semble-t-elle raisonnable, par exemple est-elle unimodale et a-t-elle un pic près de x_i ? Est-ce que $\rho(t, i, j, x, y) < \rho(t, i, i, x, y)$ (c.-à-d. qu'il est probable que la corrélation entre deux âges dans la même population soit supérieure à celle existant aux mêmes âges dans différentes populations)²⁴?

D'autres critères pertinents se trouvent dans Cairns et coll. (2009) et dans Villegas et coll. (2017).

²³ Ici, $N = 11 \times 25 \times 25 = 6875$ (groupes \times années \times âges).

²⁴ Voir Cairns et coll. (2018) pour une discussion plus approfondie des structures plausibles du terme de corrélation temporelle.

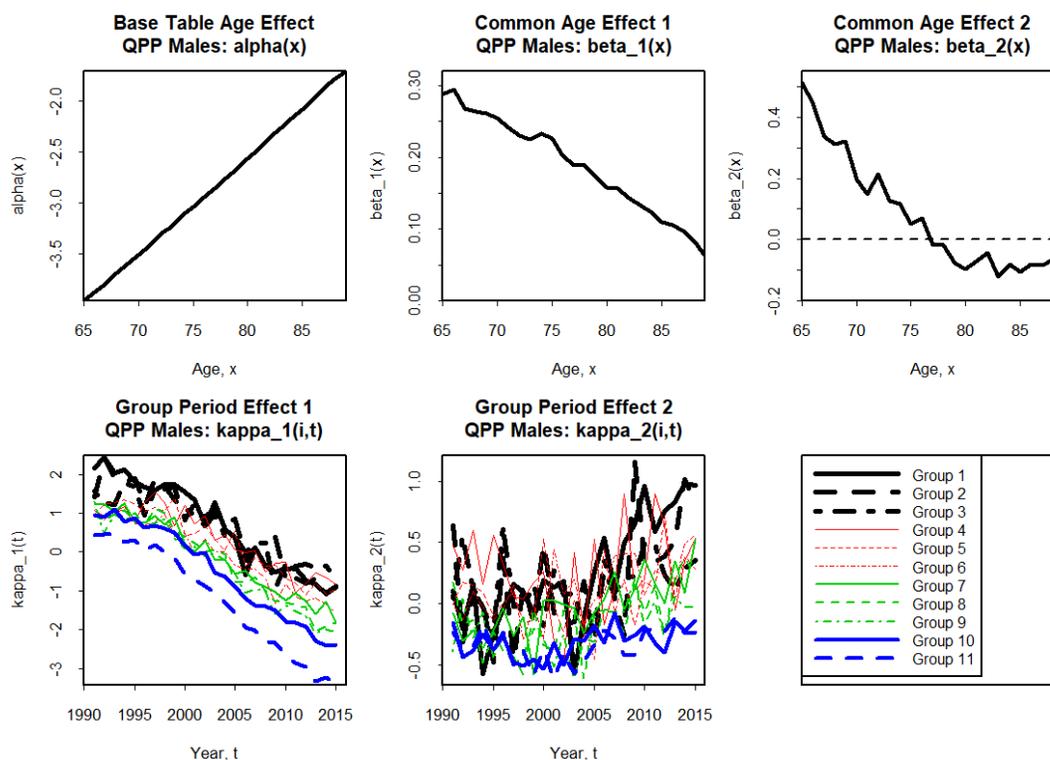
7.3. Notre choix se porte sur le M6, soit le modèle CAE avec $\alpha(x)$ commun

Aucun modèle ne vérifiait tous les critères mieux que tous les autres modèles. En particulier, le modèle qui a produit le BIC le plus bas ne répondait pas entièrement à certains des critères qualitatifs.

Tout bien considéré, nous avons choisi le modèle M6 (CAE avec $\alpha(x)$ commun), car c'est lui qui convient le mieux aux ensembles de données sur les hommes et les femmes du RPC et du RRQ : ce modèle a l'une des valeurs BIC les plus basses (mais non la plus basse); de plus, il remplit les critères qualitatifs. Pour une analyse complète du processus de sélection du modèle, voir l'annexe A.

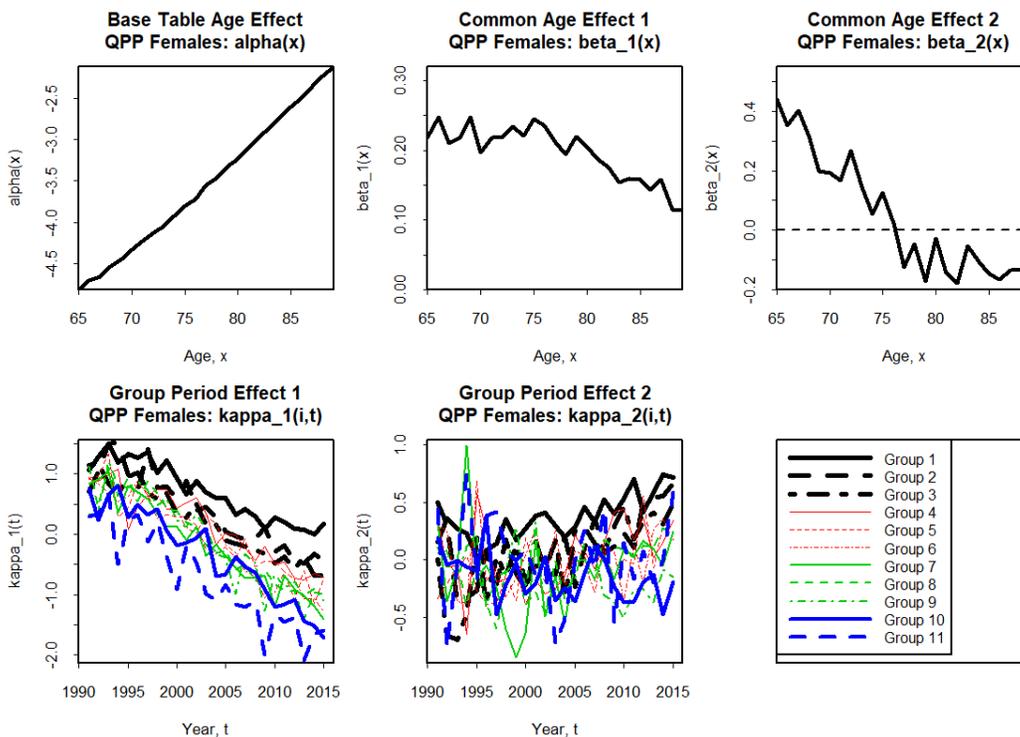
Les estimations du maximum de vraisemblance des effets d'âge et de période pour les hommes et les femmes du RPC et du RRQ sont présentées aux graphiques 14 à 17. Dans chacun des quatre cas (p. ex., hommes, RPC), le modèle est ajusté à 11 groupes conjointement, ce qui donne (pour M6) des estimations des effets d'âge commun, $\alpha(x)$, $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$, et des effets de période par groupe, $\kappa_1(i, t)$ et $\kappa_2(i, t)$.

Graphique 14 : Effets d'âge et de période ajustés pour les hommes, RRQ.



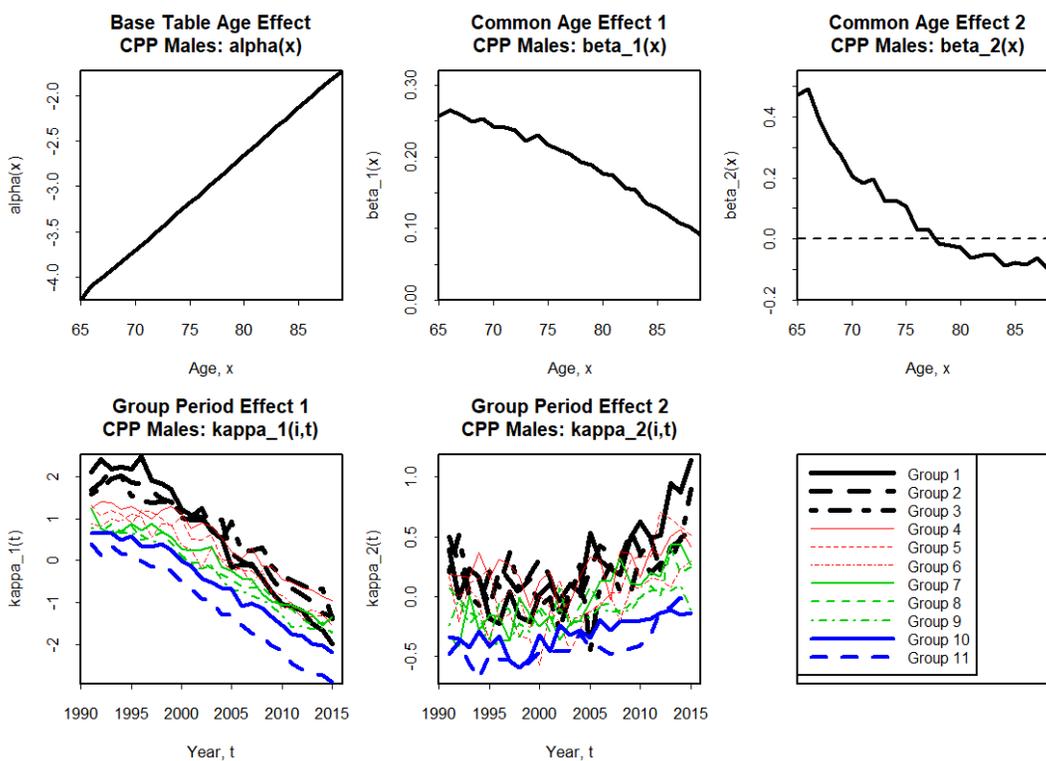
* En anglais seulement.

Graphique 15 : Effets d'âge et de période ajustés pour les femmes, RRQ.



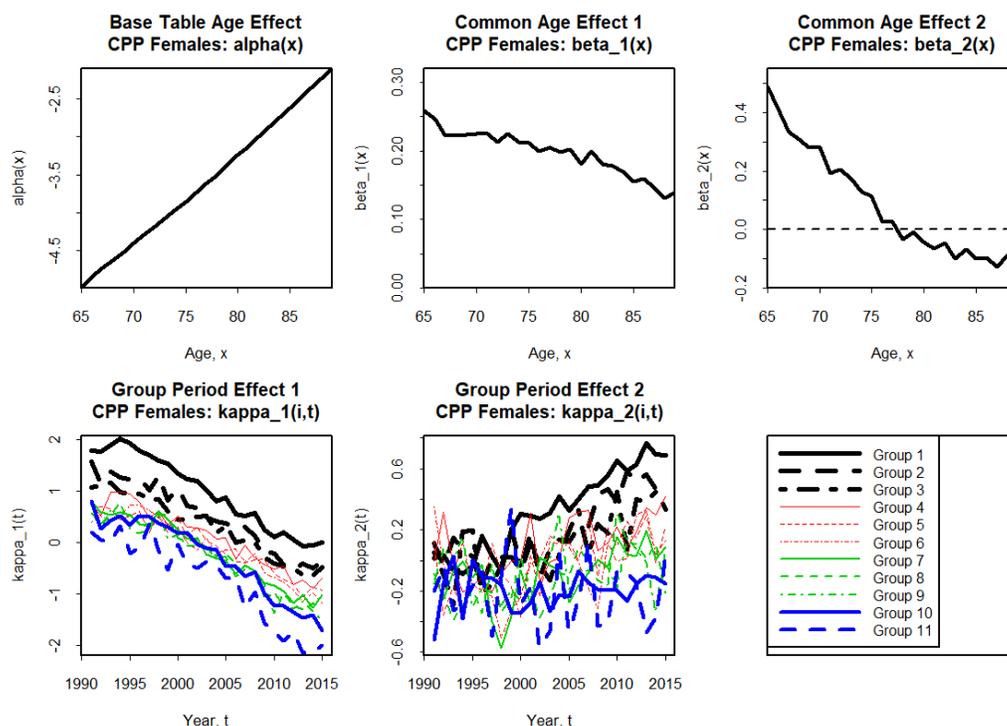
* En anglais seulement.

Graphique 16 : Effets d'âge et de période ajustés pour les hommes, RPC.



* En anglais seulement.

Graphique 17 : Effets d'âge et de période ajustés pour les femmes, RPC.



* En anglais seulement.

Les résultats et le modèle appellent les commentaires suivants²⁵ :

- Le paramètre $\beta_1(x)$ est lié (en combinaison avec le paramètre $\kappa_1(i, t)$) aux variations dans le niveau de mortalité. Spécifiquement, puisque le paramètre $\beta_1(x)$ est positif à tous les âges, si le paramètre $\kappa_1(i, t)$ recule, les taux de décès reculent donc à tous les âges et, compte tenu de la forme du paramètre $\beta_1(x)$, reculent davantage aux âges plus jeunes qu'aux âges plus avancés.
- Puisque le paramètre $\beta_2(x)$ est positif aux âges plus jeunes et négatif aux âges plus avancés, il est lié aux inclinaisons. Si le paramètre $\kappa_2(i, t)$ recule, les taux de décès *reculent* alors aux âges plus jeunes et *progressent* aux âges plus avancés, c.-à-d., la courbe des taux de décès s'incline à plus ou moins l'âge de 77 ans (où le paramètre $\beta_2(x)$ passe de positif à négatif).
- Les formes générales des paramètres $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$ sont semblables pour les quatre populations principales. Les courbes $\beta_2(x)$, en particulier, sont très similaires, avec une forme caractéristique assez pentue qui s'aplatit ensuite au moment où la fonction prend une valeur négative. Ce qui associe précisément $\beta_2(x)$ à la forme de « bâton de hockey » qui est caractéristique

²⁵ L'annexe C présente une discussion simplifiée du rôle que jouent les effets d'âge et de période touchant spécifiquement le groupe 11.

d'un grand nombre de courbes de mortalité, lesquelles sont moins pentues aux âges intermédiaires et deviennent plus raides aux âges avancés, convergeant vers une courbe de type Gompertz.

- La similarité de $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$ pour les quatre populations générales témoigne de la robustesse du modèle sous-jacent.
- Pour certains groupes, les courbes estimées des effets de période sont relativement lisses (p. ex., hommes du RRQ, groupe 11), tandis que d'autres sont assez volatiles (p. ex., femmes du RRQ, groupe 11) : dans les deux cas, ce sont là des conséquences de la variation d'échantillonnage des décès observés.
- Puisque M6 suppose une table de base commune, $\alpha(x)$, les différences de niveau de mortalité entre les 11 groupes sont modélisées par les $\kappa_1(i, t)$ (en particulier) et les $\kappa_2(i, t)$. En conséquence, dans chaque graphique, nous voyons que les estimations de $\kappa_1(i, t)$ pour les groupes touchant une grosse rente ont tendance à être plus basses (une mortalité moindre, par conséquent) que celles relatives aux groupes touchant une petite rente.
- La tendance, la forme et la volatilité locale des $\kappa_1(i, t)$ par âge épousent de très près la forme des TMSA correspondants illustrés dans le graphique 8, ce qui indique que les $\kappa_1(i, t)$ sont les principaux déterminants de la mortalité de base.
- Les $\kappa_2(i, t)$ sont généralement plus variables et, en conséquence, les tendances sont moins faciles à détecter. Toutefois, dans certains cas, nous constatons une tendance à la hausse dans les $\kappa_2(i, t)$ après la fin des années 1990, ce qui, conjugué à la décroissance des valeurs des $\kappa_1(i, t)$ correspondants²⁶, est cohérent avec des taux d'amélioration accrus de la mortalité aux âges avancés.
- Dans chaque graphique, nous voyons aussi que les $\kappa_2(i, t)$ sont généralement très bas pour les groupes touchant une grosse rente (p. ex., $i = 10, 11$) et élevés pour les groupes touchant une petite rente. Par conséquent, les courbes de log-mortalité ont tendance à être assez linéaires pour les premiers et plus convexes pour les seconds.
- Le fossé qui se creuse entre les $\kappa_1(i, t)$ reflète généralement des niveaux croissants d'inégalité de mortalité (p. ex., hommes et femmes du RRQ).
- Le fossé qui se creuse entre les $\kappa_2(i, t)$ signifie normalement des niveaux grandissants d'inégalité aux jeunes âges beaucoup plus qu'aux âges avancés (p. ex., femmes du RPC, groupes 1 et 10).

²⁶ À noter que la tendance dans les $\kappa_1(i, t)$ change aussi à peu près en même temps.

Les résultats de l'ajustement du modèle comprennent également des estimations des taux de décès sous-jacents :

$$\log m(i, t, x) = \alpha(x) + \beta_1(x)\kappa_1(i, t) + \beta_2(x)\kappa_2(i, t).$$

Des exemples de ces données pour 1995 et 2010 sont présentés aux graphiques 18 et 19.

En ce qui concerne les données sur les hommes et les femmes du RPC (graphique 18), certains aspects des graphiques sont comme on peut s'y attendre : les groupes touchant une grosse rente enregistrent une mortalité moindre – un écart plus grand aux âges inférieurs convergeant aux âges avancés. Toutefois, il existe un certain nombre d'anomalies ou de choses hors normes qui n'étaient pas évidentes dans les graphiques précédents des TMSA (graphique 8).

- En ce qui concerne les hommes du RPC, les courbes de mortalité de 1995 semblent assez normales. À une échelle plus détaillée, nous constatons que les groupes 1 à 6 sont étroitement regroupés à 65 ans, puis qu'un écart se développe à 70 ans et plus, peut-être lié à l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé.

En 2010, l'écart d'inégalité s'est creusé à 65 ans, mais non aux âges avancés. Plus important encore, nous pouvons voir les groupes anormaux 1 et 2 de manière plus détaillée que dans les TMSA sommaires précédents. À 65 ans, les groupes 1 et 2 sont parmi ceux qui affichent les plus hauts taux de mortalité, mais les courbes de mortalité tombent ensuite bien en dessous des groupes 3 et 4, pour finir près des groupes 10 et 11. Ce comportement est cohérent avec l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé et l'hétérogénéité que cela crée dans chaque groupe. Bien qu'il s'agisse d'une courbe de mortalité par période plutôt qu'une courbe de mortalité par cohorte, le groupe 1 se compose d'un mélange d'individus faiblement rémunérés qui habitent depuis toujours ou depuis longtemps au Canada et de nouveaux immigrants mieux rémunérés et en bonne santé. Les premiers mourront à un rythme beaucoup plus rapide, laissant une proportion beaucoup plus grande d'immigrants tardifs octogénaires dans le groupe 1 qui ont une faible mortalité.

En ce qui concerne les données sur les hommes et les femmes du RRQ (graphique 19), certains aspects des courbes sont comme nous nous y attendions et les groupes touchant une grosse rente enregistrent une mortalité moindre – un écart plus grand aux âges inférieurs convergeant aux âges avancés. Toutefois, il existe un certain nombre d'anomalies ou de choses hors normes qui n'étaient pas évidentes dans les graphiques précédents des TMSA (graphique 8).

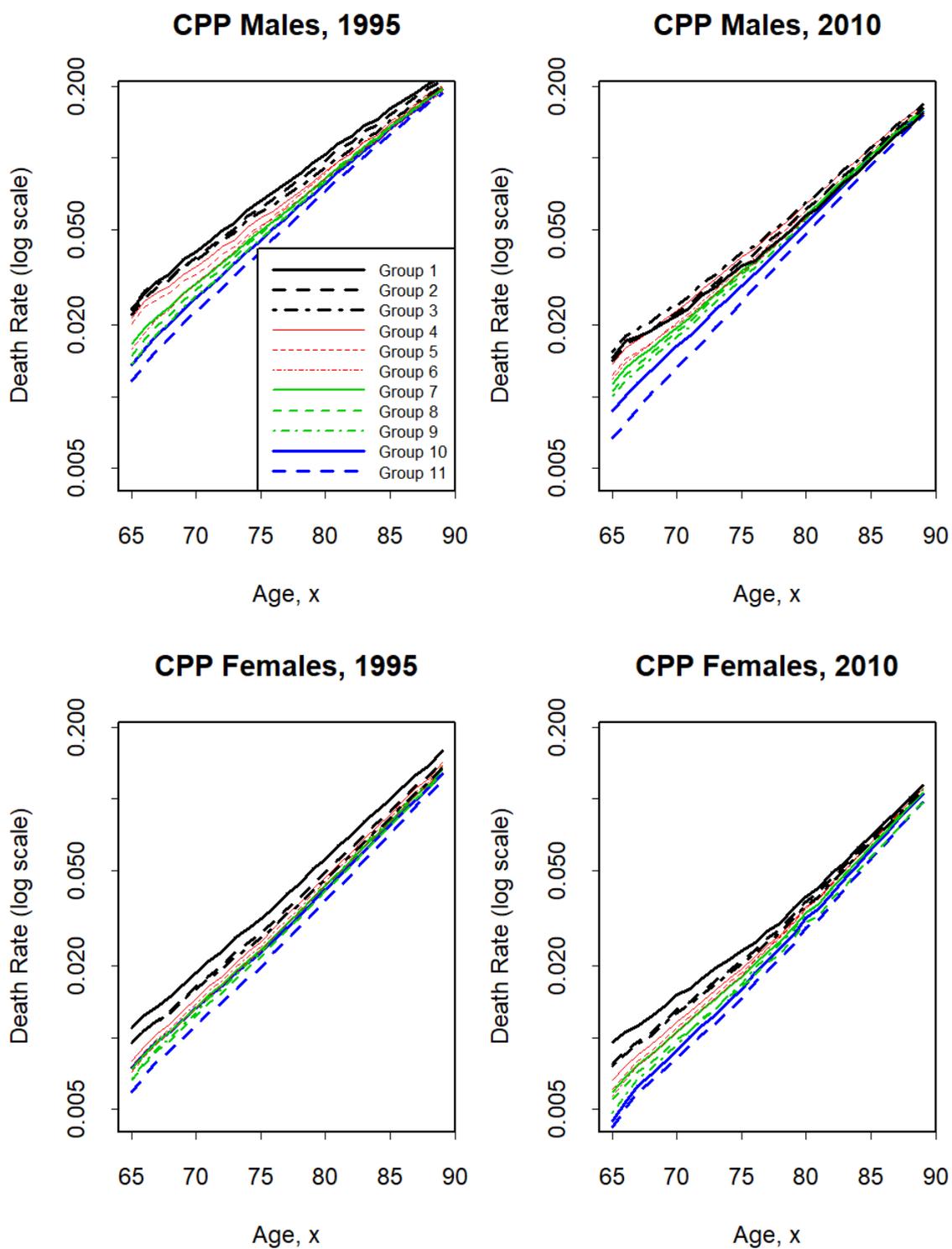
- Pour ce qui est des hommes du RRQ, l'année 1995 semble raisonnablement « ordinaire », sauf pour le groupe 4, dont les personnes âgées enregistrent une mortalité relativement faible, ce qui pourrait être compatible avec l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé : les retraités plus âgés en 1995 ont pris leur retraite au cours des premières années du RRQ, lorsque le nombre d'années admissibles était assez faible pour permettre aux immigrants en bonne santé d'âge intermédiaire qui sont entrés au pays dans les années 1970 de se constituer une rente raisonnable pour leur 65^e anniversaire de naissance (p. ex., dans la tranche des 30 % à 40 %).

En 2010, l'écart d'inégalité à 65 ans s'est considérablement élargi. Nous constatons également dans le groupe 1 l'émergence possible de l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé, qui est similaire, mais inférieur, à l'effet dans le groupe 1 du RPC, dont nous traiterons plus loin.

- Pour ce qui est des femmes du RRQ, nous constatons un peu les mêmes choses que nous avons vues pour les hommes : un écart d'inégalité qui se creuse; le groupe 4 a une faible mortalité en 1995.

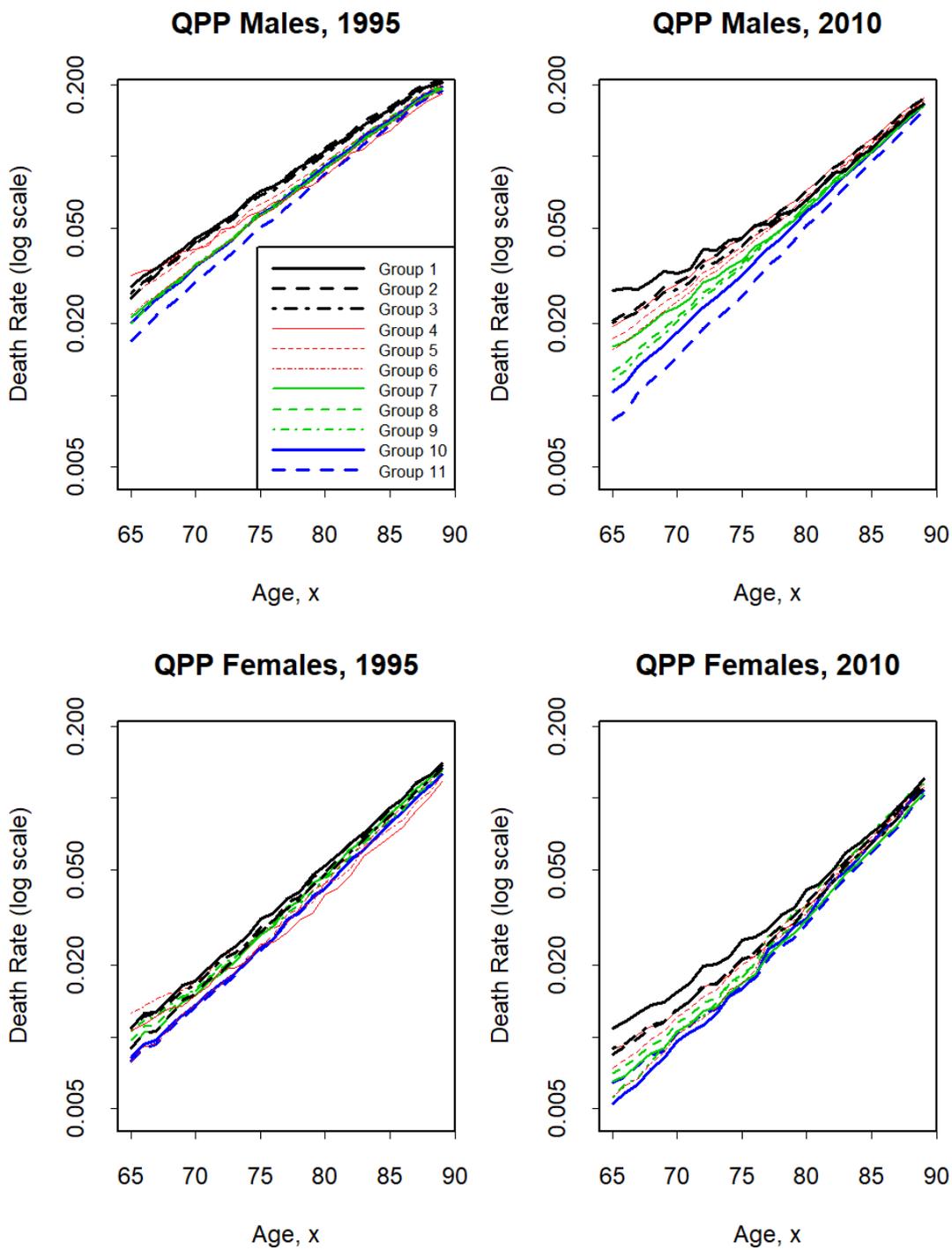
Les graphiques 18 et 19 peuvent être comparés et sont cohérents avec ceux d'Adam (2016, diapositives 12 et 13; mortalité 2009-2011). Cependant, comme les groupements sont plus détaillés ici, nous voyons comment les inégalités de mortalité continuent de s'accumuler à mesure que nous progressons dans les queues supérieure et inférieure du spectre du revenu (similaire aux tendances observées aux graphiques 6 et 7 pour les déciles danois et anglais, et pour les centiles américains : Chetty et coll., 2016).

Graphique 18 : Taux de décès ajustés, par groupe, des hommes et des femmes, RPC, en 1995 et en 2010.



* En anglais seulement.

Graphique 19 : Taux de décès ajustés, par groupe, des hommes et des femmes, RRQ, en 1995 et en 2010.



* En anglais seulement.

Enfin, pour illustrer les résultats différemment, on peut avoir recours aux taux de décès ajustés pour calculer les espérances de vie du moment à compter de 65 ans. Les résultats sont indiqués dans le graphique 20 et nous donnent une meilleure idée de l'incidence que pourraient avoir les différences socioéconomiques dans la mortalité sur la tarification des rentes, par exemple²⁷.

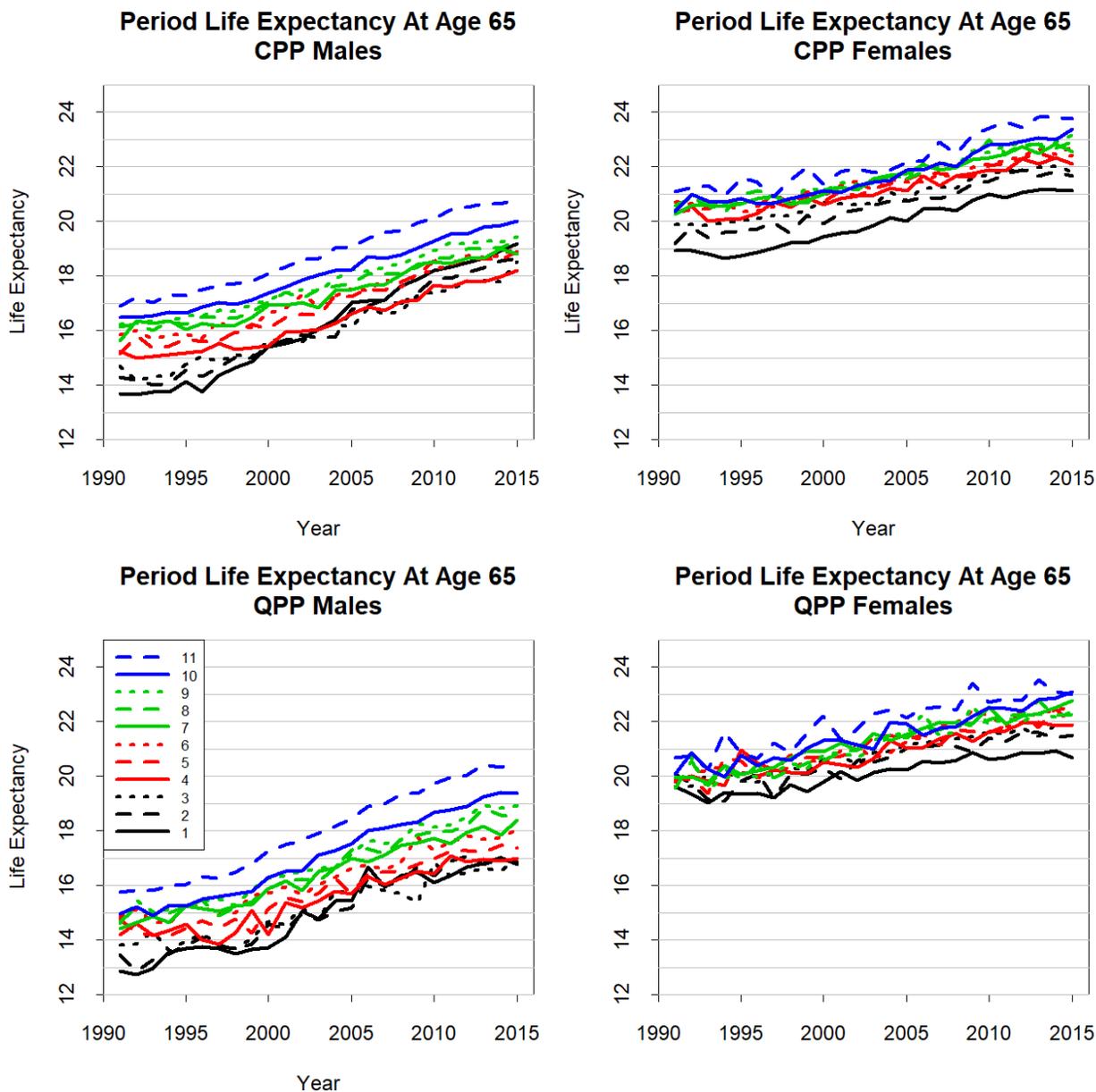
7.4. Preuve d'un ralentissement

Les quatre figures du graphique 20 montrent des preuves mitigées d'un ralentissement du taux de mortalité au cours des dernières années. Même avec une mortalité ajustée, il y a du bruit dans les espérances de vie, ce qui complique bien souvent la détection des changements de tendance. S'agissant des hommes et des femmes du RPC, on peut détecter un changement de tendance vers 2010-2011 dans tous les groupes. S'agissant des femmes du RRQ, le changement de tendance semble plus prononcé (à tout le moins pour certains groupes). Chez les hommes du RRQ, le changement de tendance semble plus progressif, s'amorçant autour de 2007, mais il est plus clair par rapport à celui des autres populations peut-être parce qu'avant 2007, la mortalité des hommes du RRQ s'améliorait plus rapidement que celle des hommes du RPC.

La question du ralentissement est brièvement mentionnée à nouveau à la section suivante, mais, dans l'ensemble, il n'y a aucune preuve que le ralentissement est plus prononcé à l'une ou l'autre des extrémités du spectre socioéconomique.

²⁷ Les espérances de vie pour certaines années sont aussi calculées à l'annexe D.

Graphique 20 : Espérances de vie du moment à compter de 65 ans pour les hommes et les femmes, RPC et RRQ, de 1991 à 2005, basées sur la mortalité ajustée à l'aide du modèle M6. Voir aussi l'annexe D.



* En anglais seulement.

8. Regroupements

Dans la dernière section, il était évident que les estimations des effets de période (graphiques 14 et 16, $\kappa_1(i, t)$, groupes 10 et 11) pour les grands groupes (p. ex., les hommes du RRQ et du RPC, les groupes 10 et 11) étaient relativement lisses. Par contre, certains groupes (voir, par exemple, le graphique 8, hommes du RRQ, groupes 1 à 4) ne représentaient habituellement que de 2 % à 4 % de chaque cohorte, avec des estimations plus volatiles des effets de période (graphique 14, groupes 1 à 4). La raison en est que, même après l'ajustement du modèle, une variation d'échantillonnage accrue du nombre de décès dans les petits groupes entraîne une variation d'échantillonnage des effets de période ajustés qui est sensiblement plus grande²⁸. Une conséquence de ce bruit supplémentaire dans les effets de période ajustés est que les niveaux d'incertitude prévus dans la mortalité future peuvent être artificiellement élevés pour ces petits groupes (Chen et coll., 1997; Villegas et coll., 2017).

Parallèlement, nous faisons remarquer que certains groupes adjacents ont habituellement des niveaux de mortalité assez semblables. Si l'on combine cela avec le choix légèrement artificiel des limites des groupes (10 %, 20 %, etc. de la rente maximale), il semble approprié de réunir les groupes adjacents en *regroupements*. Ces derniers améliorent habituellement les résultats si les groupes sont petits et affichent des niveaux de mortalité semblables.

Une approche systématique a été adoptée pour examiner tous les regroupements possibles des 11 groupes. Par exemple, pour les hommes du RRQ et le modèle M6, nous avons constaté que quatre regroupements étaient optimaux (BIC optimal), comme le montre de façon détaillée le tableau 3. Pour cette même population, les autres modèles ont habituellement produit, mais pas toujours, les quatre mêmes regroupements optimaux. Les regroupements optimaux différeraient davantage dans le cas des autres populations, surtout chez les femmes (en partie en raison de la taille très différente de leurs groupes).

²⁸ Pour une analyse approfondie de l'incidence de la taille des groupes, voir Chen et coll., 2017.

Tableau 3 : Regroupements optimaux des hommes et femmes, RPC et RRQ, âgés de 65 à 89 ans, années 1991 à 2015.

	Regroupement	Groupes	Expositions
Hommes – RRQ	1	1 à 5	1,799 M
	2	6 à 8	2,124 M
	3	9 à 10	3,956 M
	4	11	2,826 M
Femmes – RRQ	1	1 à 2	3,138 M
	2	3 à 11	6,572 M
Hommes– RPC	1	1 à 4	3,699 M
	2	5 à 8	6,326 M
	3	9 à 10	10,740 M
	4	11	8,277 M
Femmes – RPC	1	1	4,832 M
	2	2 à 3	5,877 M
	3	4 à 6	6,813 M
	4	7 à 11	10,287 M

Les TMSA ajustés des hommes du RRQ selon M6 avec et sans regroupement sont illustrés dans le graphique 21. Sans regroupement, nous pouvons voir clairement comment les petits groupes (1 à 5) produisent des niveaux élevés de volatilité dans les TMSA d'année en année. Avec le regroupement, nous pouvons constater que les TMSA des quatre regroupements affichent tous des niveaux de volatilité semblables, en partie parce que les tailles sont plus grandes en général et en partie parce que les regroupements sont tous de taille semblable (tableau 3).

Grâce au regroupement, les TMSA plus lisses nous permettent également de mieux voir les diverses tendances des différents regroupements du RRQ. Plus particulièrement, nous constatons un élargissement de l'écart entre les différents regroupements d'hommes du RRQ. Les raisons n'en sont pas claires, mais pourraient en partie s'expliquer par l'évolution de la taille des regroupements par cohorte (graphique 10).

Le graphique 22 montre les effets d'âge ajustés, $\alpha(x)$, $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$, sans et avec regroupement. Fait important, le passage de onze groupes à quatre regroupements a relativement peu d'incidence sur les estimations de $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$, ce qui démontre une fois de plus la robustesse du modèle M6²⁹.

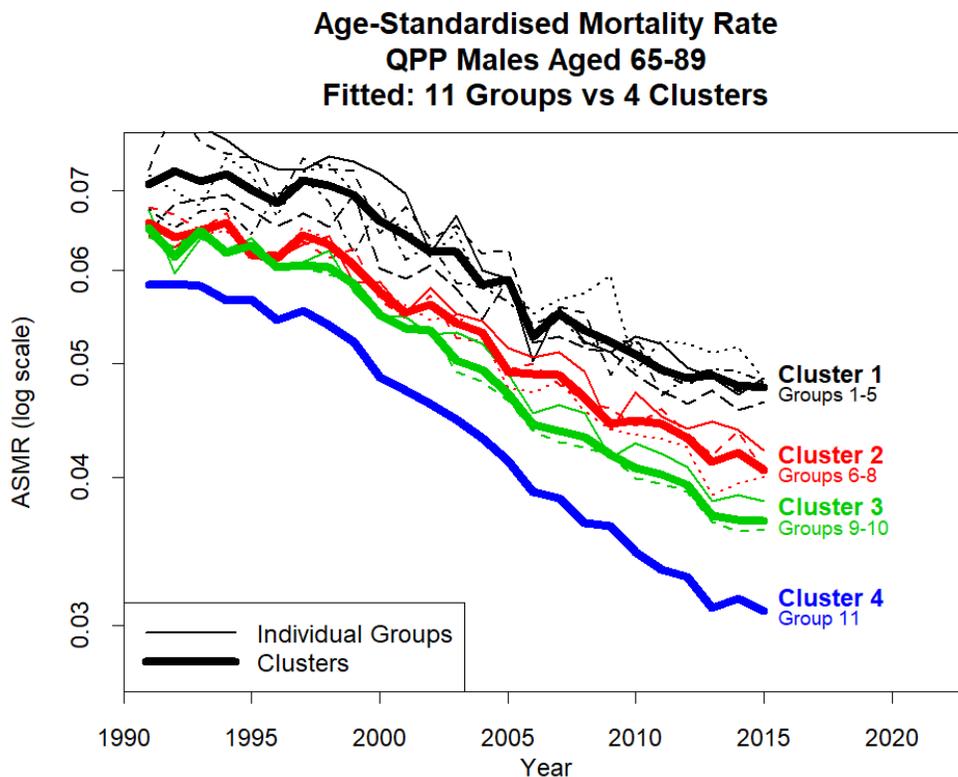
²⁹ Le petit déplacement de $\alpha(x)$ dans le graphique 22 est dû à l'application des contraintes d'identifiabilité dans le processus d'ajustement du modèle.

Les résultats correspondants chez les femmes du RRQ ainsi que les hommes et les femmes du RPC sont illustrés aux graphiques 23 à 28. Pour les hommes du RPC (graphiques 25 et 26), la situation est beaucoup plus nette avec les regroupements qu'avec les 11 groupes, maintenant que les TMSA ont été lissés. Le regroupement 1 (groupes 1 à 4) montre l'impact hypothétique de l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé. Peut-être à cause de cela, rien ou presque ne prouve que l'écart d'inégalité se creuse. Il est tentant de comparer le groupe 4 des hommes du RRQ et du RPC, ce dernier étant moins élevé. Cependant, nous devons nous rappeler que les données du RRQ incluent les retraités invalides, contrairement aux données du RPC.

Tant pour les hommes du RRQ que pour ceux du RPC, nous constatons un léger élargissement de l'écart entre les regroupements 3 et 4, ce qui pourrait s'expliquer par la contraction progressive du groupe 11 avec le temps (graphiques 9 et 10).

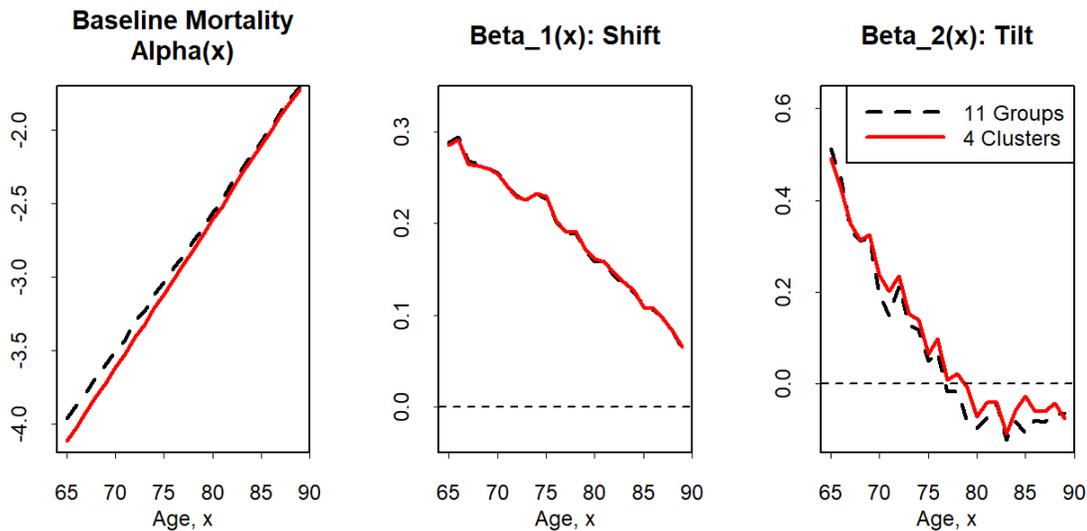
Nous pouvons aussi chercher la preuve d'un ralentissement dans les améliorations de la mortalité. Les TMSA fondés sur les regroupements sont habituellement plus lisses que les 11 groupes et il est ainsi plus facile de détecter les changements de tendance. Cependant, des observations et des conclusions semblables à celles énoncées à la section 7.4 s'appliquent. Le regroupement n'apporte aucun autre renseignement et nous en concluons que le ralentissement semble avoir touché tous les groupes.

Graphique 21 : TMSA basés sur la mortalité ajustée à l'aide du modèle M6 pour les hommes, RRQ, de 1991 à 2015, pour les groupes initiaux (traits fins) et les regroupement optimaux (traits gras).



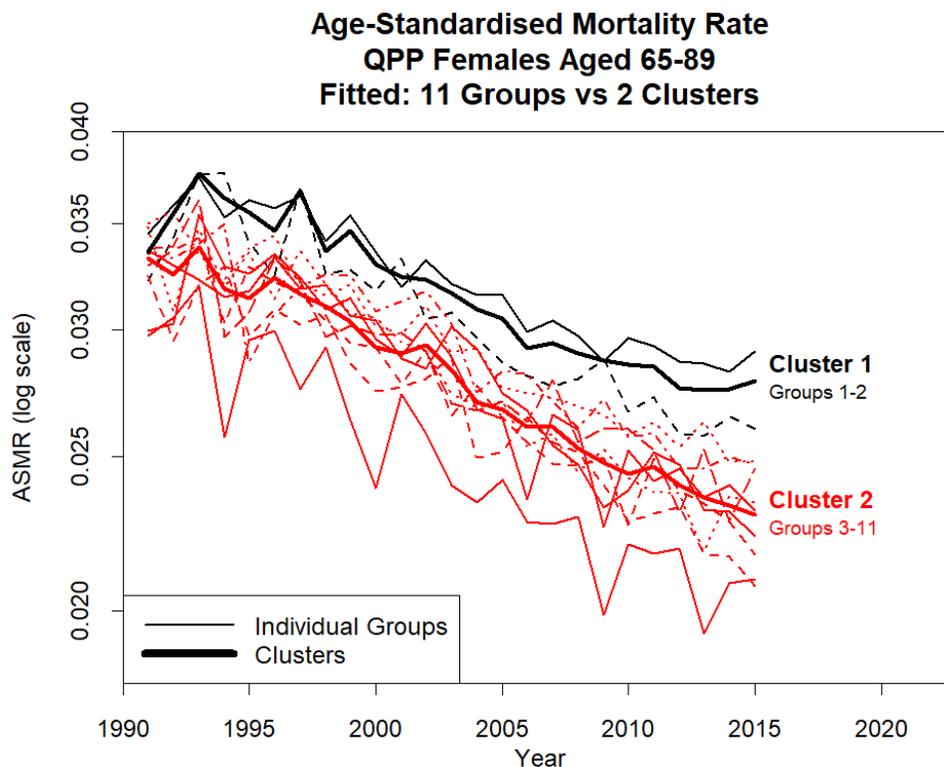
* En anglais seulement.

Graphique 22 : Effets d'âge commun, $\alpha(x)$, $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$, pour les hommes, RRQ, sans regroupement (11 groupes) et avec regroupement (4 regroupements).



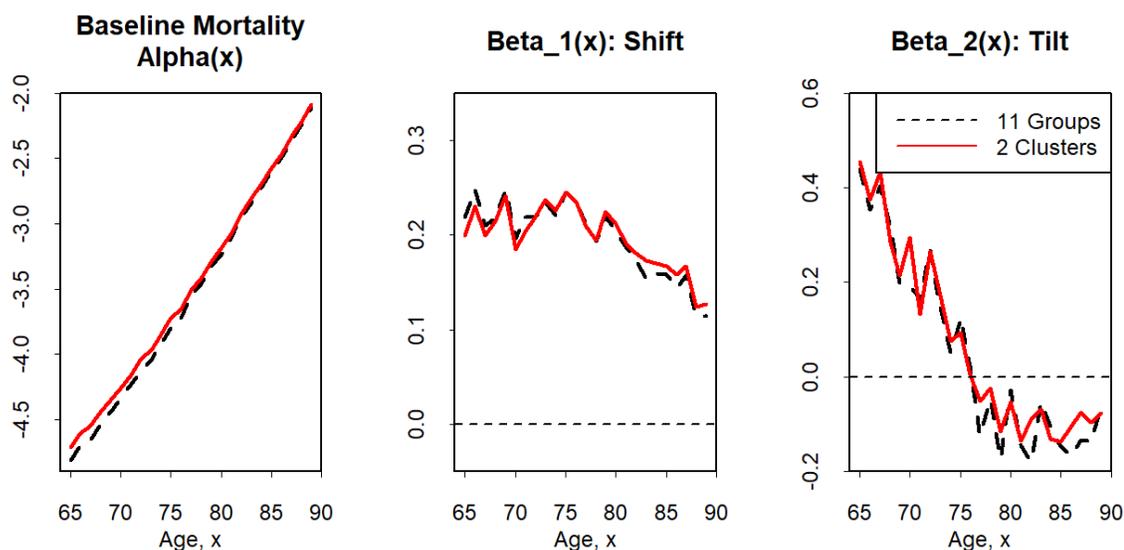
* En anglais seulement.

Graphique 23 : TMSA basés sur la mortalité ajustée à l'aide du modèle M6 pour les femmes, RRQ, de 1991 à 2015, pour les groupes initiaux (traits fins) et les regroupements optimaux (traits gras).



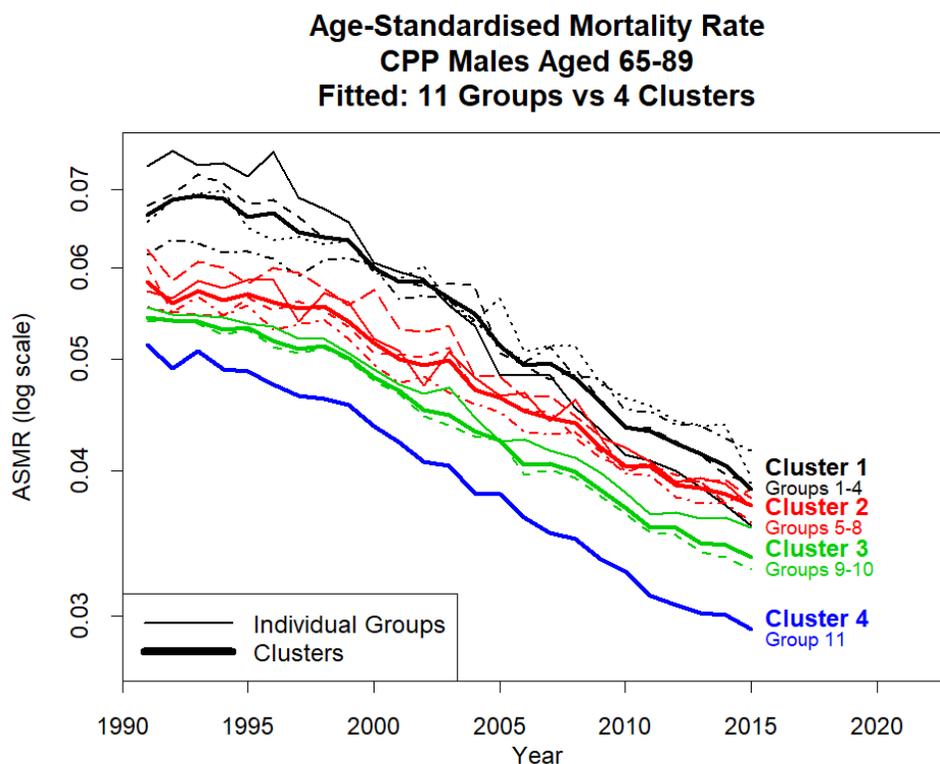
* En anglais seulement.

Graphique 24 : Effets d'âge commun, $\alpha(x)$, $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$, pour les femmes, RRQ, sans regroupement (11 groupes) et avec regroupement (4 regroupements).



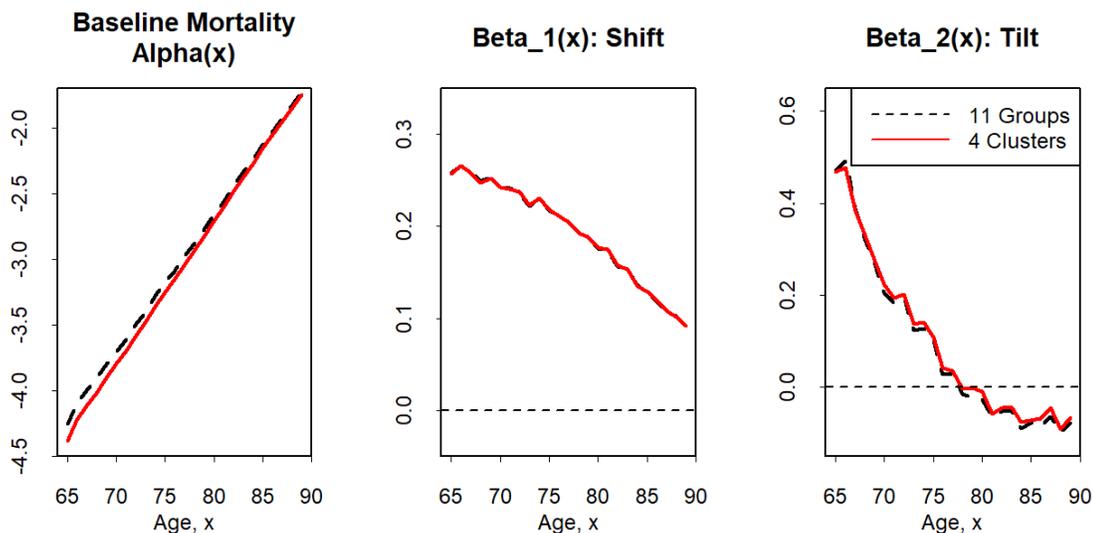
* En anglais seulement.

Graphique 25 : TMSA basés sur la mortalité ajustée à l'aide du modèle M6 pour les hommes, RPC, de 1991 à 2015, pour les groupes initiaux (traits fins) et les regroupements optimaux (traits gras).



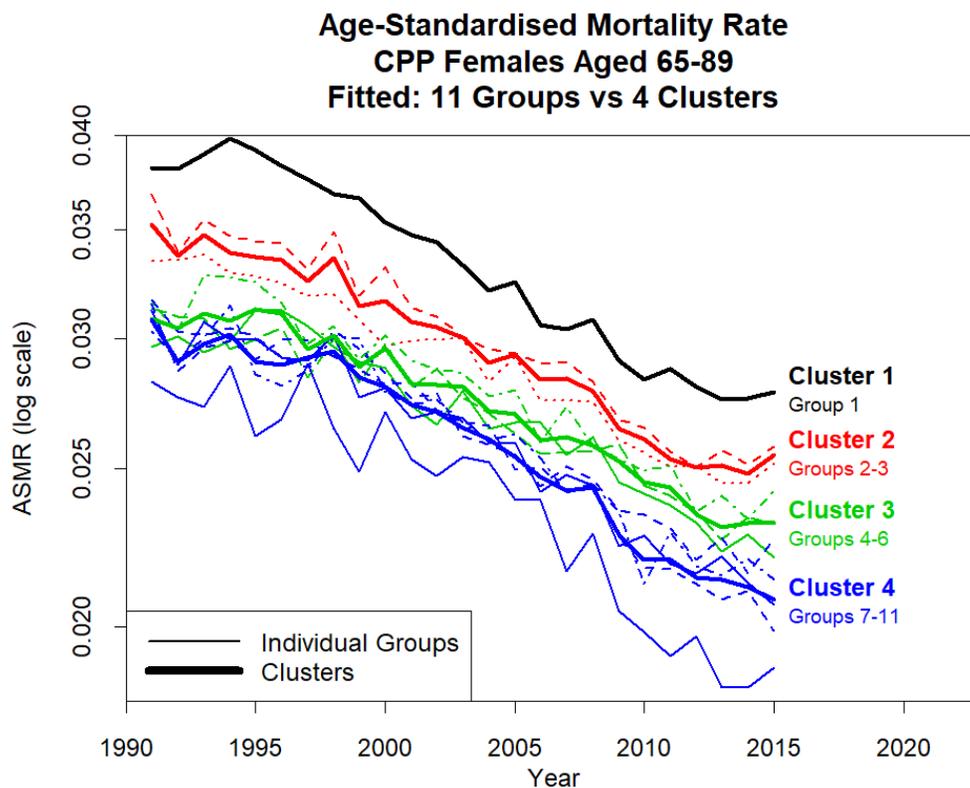
* En anglais seulement.

Graphique 26 : Effets d'âge commun, $\alpha(x)$, $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$, pour les hommes, RPC, sans regroupement (11 groupes) et avec regroupement (4 regroupements).



* En anglais seulement.

Graphique 27 : TMSA basés sur la mortalité ajustée à l'aide du modèle M6 pour les femmes, RPC, 1991 à 2015, pour les groupes initiaux (traits fins) et les regroupements optimaux (traits gras).



* En anglais seulement.

Graphique 28 : Effets d'âge commun, $\alpha(x)$, $\beta_1(x)$ et $\beta_2(x)$, pour les femmes, RPC, sans regroupement (11 groupes) et avec regroupement (4 regroupements).



* En anglais seulement.

9. Conclusions

Nous avons effectué une analyse détaillée de la mortalité des retraités du RPC et du RRQ en fonction du montant de la rente. L'analyse a été étayée par un examen attentif de la façon dont le profil de chaque cohorte, selon le montant de la rente, a évolué au fil du temps ainsi que de l'incidence de la migration sur les niveaux de mortalité.

Les conclusions générales étaient cohérentes avec ce que nous observons dans d'autres pays :

- Une variation importante du niveau de mortalité selon le montant de la rente entre tous les montants de rente, surtout aux jeunes âges;
- L'écart d'inégalité se rétrécit avec l'âge.

D'autres conclusions importantes n'auraient pu être prévues dès le départ :

- Les différentes tendances d'inégalité chez les hommes et les femmes dans les 11 groupes;
- Des niveaux d'inégalité plus élevés dans le RRQ que dans le RPC;
- L'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé, dont l'importance est telle qu'elle a une forte incidence sur la mortalité observée des groupes du RPC qui touchent une petite rente;
- Un écart d'inégalité croissant entre les âges de 65 et 75 ans.

(Les raisons des différences d'inégalité et de l'élargissement de l'écart d'inégalité ne sont pas claires et seront probablement complexes.)

La seconde moitié du document a porté sur l'utilisation des modèles stochastiques de mortalité pour améliorer l'analyse de la mortalité historique et pour servir de point de départ pour les projections. Une grande variété de modèles de mortalité à plusieurs populations ont été étudiés et, par l'application d'un mélange de critères quantitatifs et qualitatifs, nous avons conclu que le modèle avec effets d'âge commun (M6) était celui qui convenait le mieux aux données à l'étude. Le modèle assure indirectement un lissage en regroupant les données sur davantage d'années qu'une graduation actuarielle traditionnelle. Les résultats du modèle ont révélé ensuite d'autres informations détaillées dans les données qui n'étaient pas apparentes auparavant, dont une indication de la puissance de l'effet de la sélection d'immigrants en bonne santé. En ce qui concerne le récent ralentissement de l'amélioration de la mortalité au Canada, aucune preuve n'a été trouvée dans les données groupées du RPC ou du RRQ à l'effet que le ralentissement se concentre davantage à l'une ou l'autre des extrémités de l'éventail socioéconomique.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le groupe chargé de la surveillance du projet (GSP) de l'Institut canadien des actuaires (ICA) pour son soutien, sa participation et les commentaires qu'il nous a adressés tout au long du projet, de même que MM. Alain Guimond et Michel Montambeault pour la préparation des données du RPC et M. Mario Pépin pour celles du RRQ. Les auteurs remercient également les membres du GSP et les actuaires du Bureau du surintendant des institutions financières et de Retraite Québec pour leurs commentaires sur les versions précédentes de ce rapport. Ils tiennent également à exprimer leur gratitude à l'Actuarial Research Centre de l'Institute and Faculty of Actuaries, l'ICA et la Society of Actuaries pour leur financement du programme de recherche intitulé *Modelling Measurement and Management of Longevity and Morbidity Risk*.

Bibliographie

Adam, L. *La table de mortalité des retraités canadiens – Information sur la mortalité pour la période triennale se terminant le 31 décembre 2007, avec des données au 31 décembre 2008*, Université Laval, Québec (Qc), Canada, 31 mai 2012, (2012a).

Adam, L. *La table de mortalité des retraités canadiens – Tendances historiques de l'amélioration de la mortalité et un modèle de projection proposé reposant sur les données du RPC/RRQ au 31 décembre 2007*, Université Laval, Québec (Qc), Canada, 3 décembre 2012, (2012b).

Adam, L. *A comparative analysis of cohort, region and income in the measurement of mortality for Canadian pensioners as at December 31st, 2012*, présentation à l'occasion du Life and Annuity Symposium de 2016 de la SOA, à Nashville, TN, É.-U.

Base de données sur la longévité canadienne, 2011, en ligne :

<http://www.bdlc.umontreal.ca/BDLC/index.htm>

Blake, D., Cairns, A.J.G. et Dowd, K. « The impact of occupation and gender on the pensions from defined contribution plans », *Geneva Papers on Risk and Insurance*, 2007, vol. 32, p. 458-482.

Cairns, A.J.G., Blake, D. et Dowd, K. « A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: Theory and calibration », *Journal of Risk and Insurance*, 2006, vol. 73, p. 687-718.

Cairns, A.J.G., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G.D., Epstein, D., Ong, A. et Balevich, I. « A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England & Wales and the United States », *North American Actuarial Journal*, 2009, vol. 13, p. 1-35.

Cairns, A.J.G., Kallestrup-Lamb, M., Rosenskjold, C.P.T., Blake, D., et Dowd, K., (2018), *Modelling socio-economic differences in mortality using a new affluence index*, document de travail, Heriot-Watt University.

Chen, L., Cairns, A.J.G. et Kleinow, T. « Small population bias and sampling effects in stochastic mortality modelling », *European Actuarial Journal*, 2017, vol. 7, p. 193-230.

Chetty, R., Stepner, M., Abraham, S., Lin, S., Scuderi, B., Turner, N., Bergeron, A. et Cutler, D. « The association between income and life expectancy in the United States, 2001-2014 », *Journal of the American Medical Association*, 2016, vol. 315, p. 1750-1766.

Deary, I.J., Weiss, A. et Batty, G.D. *Intelligence and personality as predictors of illness and death: How researchers in differential psychology and chronic disease epidemiology are collaborating to understand and address health inequalities*, monographie, Université d'Édimbourg, 2010.

Egan, M., Daly, M., Delaney, L., Boyce, C. J. et Wood, A. M. « Adolescent conscientiousness predicts lower lifetime unemployment », *Journal of Applied Psychology*, 2017, vol. 102, p. 700-709.

Human Mortality Database. Université de la Californie, Berkeley (É.-U.) et Max Planck Institute for Demographic Research (Allemagne), 2018, en ligne : www.mortality.org ou www.humanmortality.de

Hyndman, R., Booth, H. et Yasmeen, F. « Coherent mortality forecasting: The product-ratio method with functional time series models », *Demography*, 2013, vol. 50, p. 261-283.

Institut canadien des actuaires. *La mortalité des retraités canadiens – Rapport final*, 2014, en ligne : www.cia-ica.ca/docs/default-source/2014/214013f.pdf

Kern, M.L. et Friedman, H.S. « Do conscientious individuals live longer? A quantitative review », *Health Psychology*, 2008, vol. 27, p. 505-512.

Kleinow, T. « A common age effect model for the mortality of multiple populations », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2015, vol. 63, p. 147-152.

Lee, R.D. et Carter, L.R. « Modeling and forecasting U.S. mortality », *Journal of the American Statistical Association*, 1992, vol. 87, p. 659-675.

Li, N. et Lee, R. « Coherent mortality forecasts for a group of populations: An extension of the Lee-Carter method », *Demography*, 2005, vol. 42, p. 575-594.

Longevity Science Panel. *Life expectancy: Is the socio-economic gap narrowing?*, 2018, en ligne : www.longevitypanel.co.uk/viewpoint

Macdonald, A.S., Richards, S.J. et Currie, I.D. *Modelling mortality with actuarial applications*, Cambridge University Press, Cambridge, 2018.

Mackenbach, J.P., Bos, V., Andersen, O., Cardano, M., Costa, G., Harding, S., Reid, A., Hemström, Ö., Valkonen, T. et Kunst, A.E. « Widening socio-economic inequalities in mortality in six Western European countries », *International Journal of Epidemiology*, 2003, vol. 32, p. 830-837.

Plat, R. « On stochastic mortality modelling », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2009, vol. 45, p. 393-404.

Renshaw, A.E. et Haberman, S. « Lee-Carter Mortality Forecasting with Age-Specific Enhancement », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2003, vol. 33, p. 255-72.

Vang, Z.M., Sigouin, J., Flenon, A. et Gagnon, A. « Are immigrants healthier than native-born Canadians? A systematic review of the healthy immigrant effect in Canada », *Ethnicity and Health*, 2017, vol. 22, p. 209-241.

Villegas, A., Haberman, S., Kaishev, V., et Millossovich, P., *A comparative study of two-population models for the assessment of basis risk in longevity hedges*, ASTIN Bulletin, vol 47, p. 631-679, 2017.

Annexes

A. Évaluation des critères de sélection d'un modèle

Le modèle doit vérifier les critères suivants :

- BIC : Le modèle a un faible score BIC, mais pas forcément le meilleur.
- GD : Les tests diagnostiques graphiques³⁰ donnent tous ou en grande partie des résultats satisfaisants. Les conclusions dépendent de la qualité de l'ajustement de chaque modèle aux ensembles de données à l'étude.
- Coh : Le modèle à plusieurs populations doit vérifier le principe de cohérence. L'évaluation détermine si le modèle empêche ou non les taux de mortalité de deux populations de diverger dans le temps et ne dépend pas des jeux de données utilisés.
- Cross : Le modèle ne doit pas imposer de croisements de courbe de mortalité en cours d'année lorsque ceux-ci ne sont pas apparents dans les données brutes. L'évaluation dépend en partie de la qualité de l'ajustement du modèle aux données à l'étude et en partie de la possibilité de croisements dans les scénarios futurs.
- Corr : Le modèle produit-il une structure du terme de corrélation, $\rho(t, i, j, x_i, x_j)$, qui est intuitivement plausible? C'est-à-dire : à l'intérieur d'une population, corrélations non triviales entre les âges; entre les populations, corrélations non triviales; plus faibles corrélations entre une paire d'âges dans différentes populations qu'à l'intérieur de la même population; et les corrélations sont d'autant plus faibles que les âges sont distants. L'évaluation ne dépend pas des ensembles de données utilisés.

³⁰ Les tests diagnostiques graphiques (DG) offrent une solution de rechange plus informelle aux tests d'hypothèse plus formels; le graphique 29 donne certains exemples. Un DG s'accompagnera normalement d'une hypothèse sous-jacente. Si l'hypothèse s'avère valide, le DG devrait alors afficher certaines caractéristiques. Dans le graphique supérieur gauche du graphique 29, par exemple, l'hypothèse émise est que les résidus devraient être indépendants l'un de l'autre, d'où un DG devant afficher un modèle aléatoire d'indicateurs rouges et bleus. Si le DG n'affiche pas les caractéristiques attendues (p. ex., si le graphique supérieur gauche du graphique 29 avait des groupes d'indicateurs rouges et bleus délimités), il est alors probable que l'hypothèse sous-jacente soit fausse. En outre, les caractéristiques que nous observons peuvent indiquer comment le modèle pourrait être amélioré.

Tableau 4 : Évaluation des critères de sélection pour chaque modèle et ensemble de données. Les valeurs BIC ne doivent être comparées que dans la même colonne (même ensemble de données). Les coches indiquent qu'un modèle particulier vérifie un critère particulier ou obtient un bon score en comparaison des autres modèles.

	BIC				Critères				
	RPC		RRQ		BIC	GD	Coh	Cross	Corr
	Hommes	Femmes	Hommes	Femmes					
M1	63936	61415	56265	52401	✗	✓	✗	✗	✓
M2	62106	59638	54389	50598	✗	✓	✗	✗	✓
M3	60466	57854	52588	48733	✗	✓	✗	✓	✗
M4	60411	57737	52515	48658	✗	✓?	✗	✗	✗
M5	60598	58051	52775	48957	✗	✓	✓	✓	✓
M6	58823	56277	51030	47185	✓	✓	✓	✓	✓
M7	60502	57770	52526	48750	✗	✗	✓	✗	✓
M8	58764	56000	50798	46921	✓	✗	✓	?	✓
M9	59484	56244	51168	46965	✓	✗	✓	✗?	✓
M10	58774	56113	50835	46939	✓	✗	✓	✗?	✓
M11	57747	54546	49493	45139	✓	✗	✓	✓	✗

Tableau 5 : Résultats des tests diagnostiques graphiques pour tous les modèles sous-jacents. Pour les ensembles de données du RPC, les valeurs résiduelles normalisées du groupe 11 montrent une tendance non aléatoire significative quel que soit le modèle (voir, par exemple, le graphique 30). Par conséquent, tout modèle qui se comporte bien pour les groupes 1 à 10 et qui n'est pas manifestement pire que les autres modèles pour le groupe 11 se voit attribuer une coche.

Modèle	Hommes RRQ	Femmes RRQ	Hommes RPC	Femmes RPC
M1	✓	✓	✓	✓
M2	✓	✓	✓	✓
M3	✓	✓	✓	✓
M4	?	✓	✓	✓
M5	✓	✓	✓	✓
M6	✓	✓	✓	✓
M7	✓	✓	✓ ✗	✗
M8	✓	✓	✓ ✗	✗
M9	✗	✓	✗	✗
M10	✗	✓	✗	✗
M11	✗	✓	✗	✗

Notre évaluation des modèles en fonction de ces critères ainsi que les valeurs BIC sont présentées au tableau 4, avec plus de détails au tableau 5 sur les résultats des diagnostics graphiques. L'enchâssement des modèles signifie, par exemple, que le modèle M1 a un maximum de log-vraisemblance supérieur à celui des autres modèles, mais qu'il est fortement pénalisé du fait qu'il est surparamétré, ce qui fait que son score BIC est moins bon que celui de tous les autres modèles.

Des exemples de diagnostics graphiques sont donnés aux graphiques 29 à 32. Les valeurs résiduelles normalisées se définissent comme suit :

$$Z(i, t, x) = (D(i, t, x) - m(i, t, x)E(i, t, x)) / \sqrt{m(i, t, x)E(i, t, x)},$$

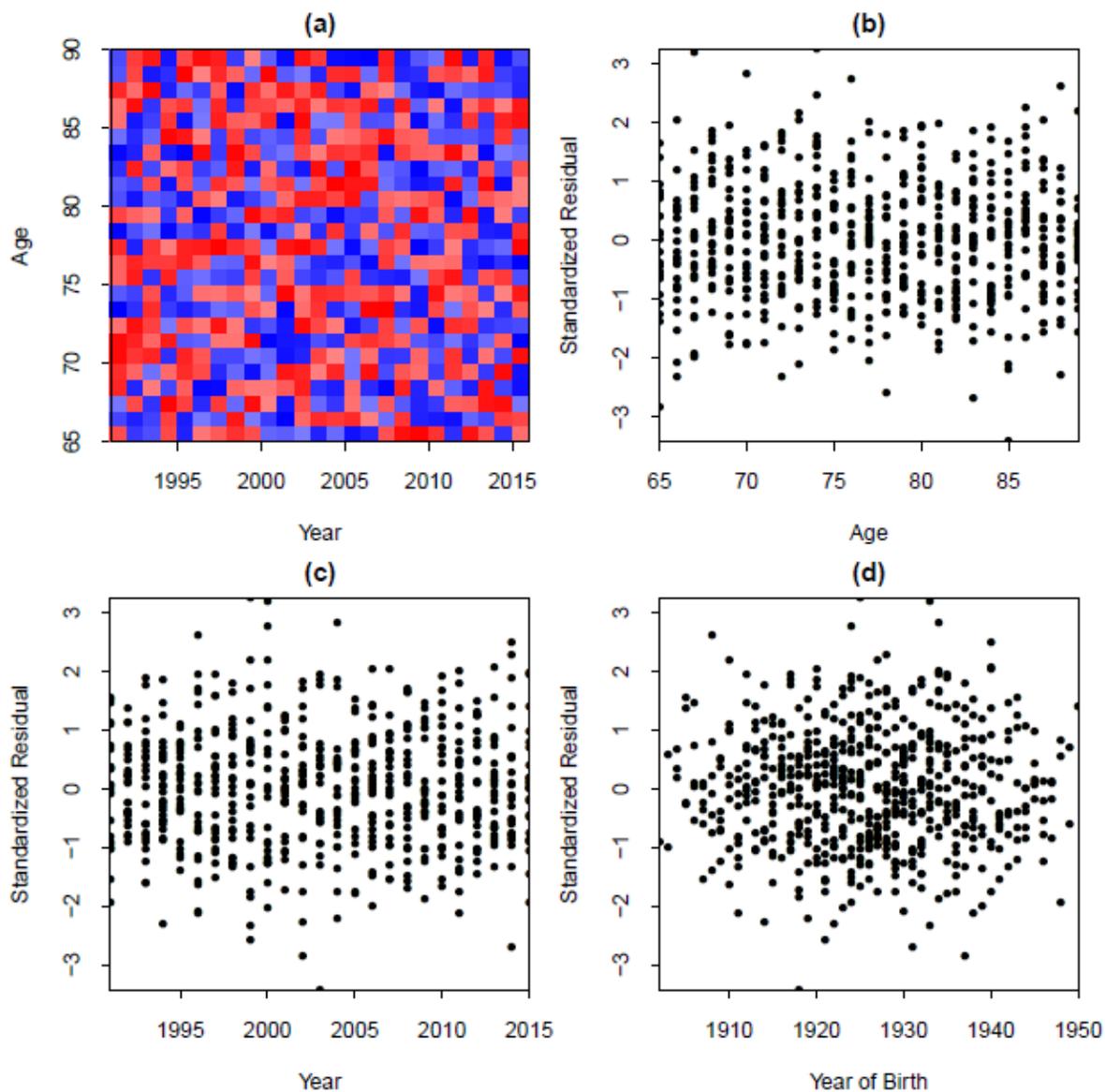
et ils devraient être à peu près identiquement distribués comme des variables aléatoires normales centrées-réduites indépendantes si nous avons un bon modèle. Le graphique 29 est très typique de la grande majorité des groupes, des populations et des modèles. Le graphique 30 met en évidence un effet potentiel de cohorte (voir, p. ex., Cairns et coll., 2009) qui émerge chez la plupart des modèles pour les hommes du RPC dans le groupe 11 seulement³¹. La comparaison des figures (c) et (d) du graphique 30 révèle une certaine similitude dans le tracé depuis environ 1918. La figure (c) est un tracé typique des valeurs résiduelles tandis que la figure (d) montre la proportion de chaque cohorte par année de naissance dans le groupe 11 (points à différents âges, ligne rouge à 65 ans uniquement pour les cohortes les plus jeunes). Plus particulièrement, étant donné que le groupe 11 est le groupe le plus élevé, s'il est plus petit (soit plus concentré là où se situent les travailleurs constamment mieux rémunérés), nous pourrions nous attendre à une mortalité (même) plus faible que ce ne serait le cas si la proportion du groupe 11 était restée la même d'année en année.

Pour ces ensembles de données (surtout la tranche d'âge des 65 à 89 ans), nous pourrions également choisir M8 plutôt que M6. Or, voici pourquoi nous préférons M6 à M8 :

- M6 s'ajuste plus facilement aux jeunes âges, alors que les effets linéaires d'âge-période dans M8 donnent lieu à un mauvais ajustement sur une tranche d'âge plus large.
- Les effets linéaires d'âge-période entraînent également de légers problèmes de croisement dans certaines années. Cela est implicite lorsque nous comparons M6 et M8 pour le groupe 1 (le graphique 31 (M6) par rapport au graphique 32 (M8)). Dans le graphique 32(a), il existe des regroupements de cellules rouges vers les dernières années aux premiers âges et aux âges avancés. Aux âges avancés, cela provoque un croisement qui n'est pas évident dans les données dans les dernières années.

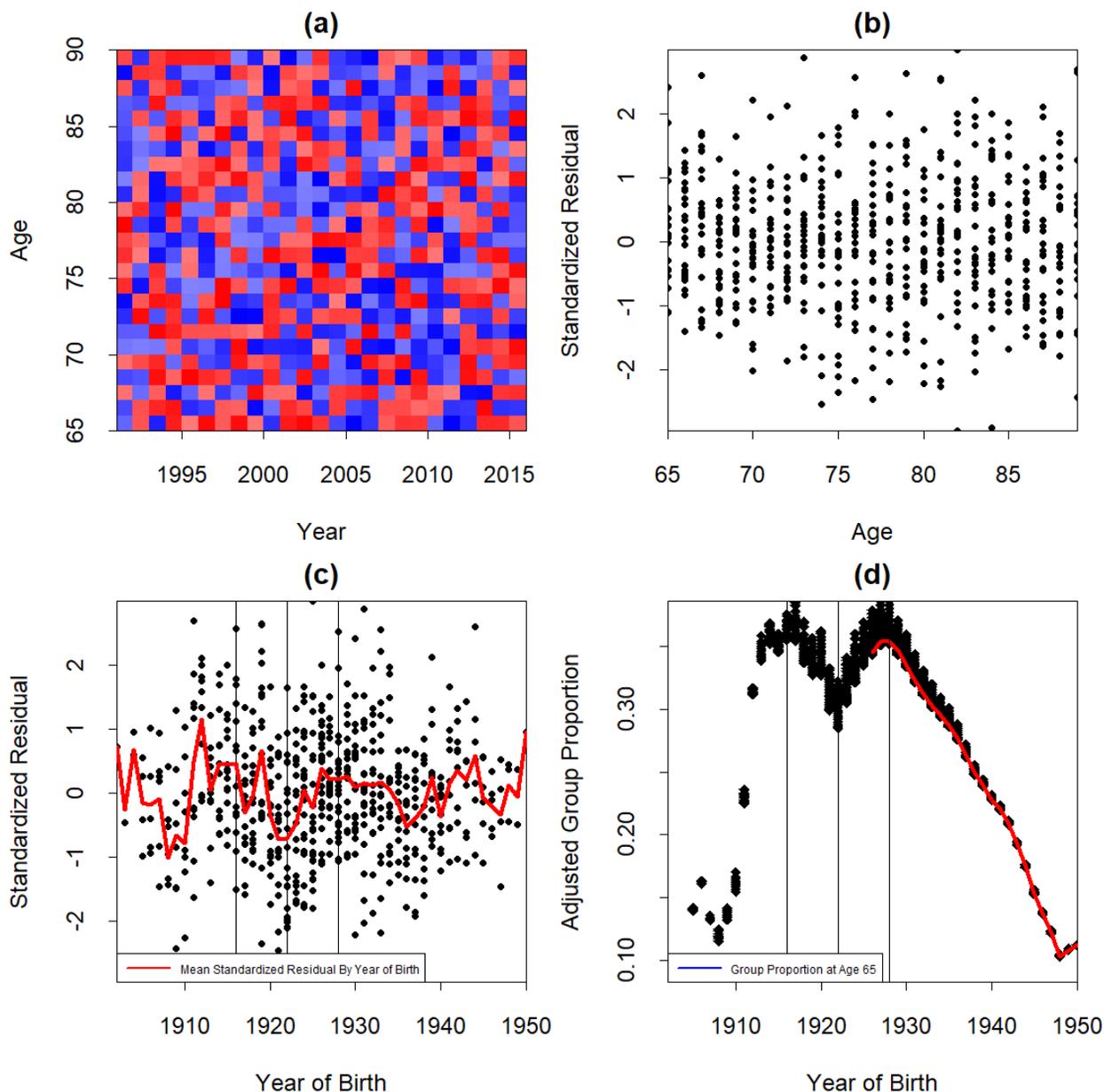
³¹ Dans ce contexte, les effets de cohorte peuvent survenir lorsque les groupes d'individus contiennent encore un degré résiduel d'hétérogénéité. Si l'équilibre entre les « sous-groupes » change par cohorte, cela a une incidence sur les niveaux de mortalité par cohorte.

Graphique 29 : Diagnostics graphiques du modèle M6 pour les hommes du groupe 6, RPC, au moyen des valeurs résiduelles normalisées, $Z(i, t, x)$. (a) Carte thermique des $Z(i, t, x)$ (rouge : positif; bleu : négatif) (b) Valeurs résiduelles par âge (c) Valeurs résiduelles par année civile (d) Valeurs résiduelles par année de naissance.



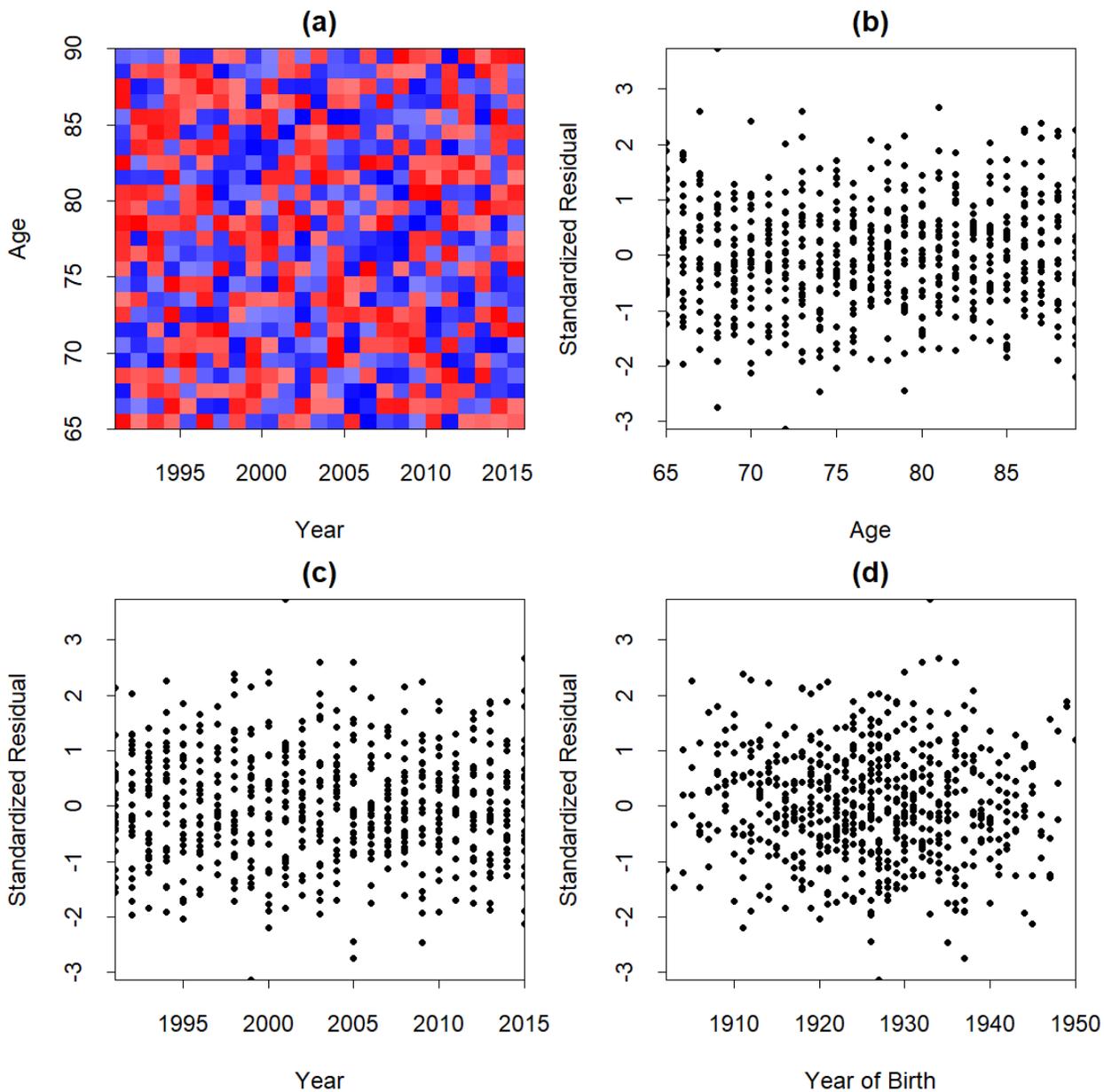
* En anglais seulement.

Graphique 30 : Diagnostics graphiques du modèle M6 pour les hommes du groupe 11, RPC, au moyen des valeurs résiduelles normalisées, $Z(i, t, x)$. (a) Carte thermique des $Z(i, t, x)$ (rouge : positif; bleu : négatif) (b) Valeurs résiduelles par âge (c) Valeurs résiduelles par année de naissance (d) Proportion des expositions totales (t, x) dans le groupe 11 par cohorte (trait rouge : proportions à l'âge de 65 ans par cohorte) avec ajustement linéaire.



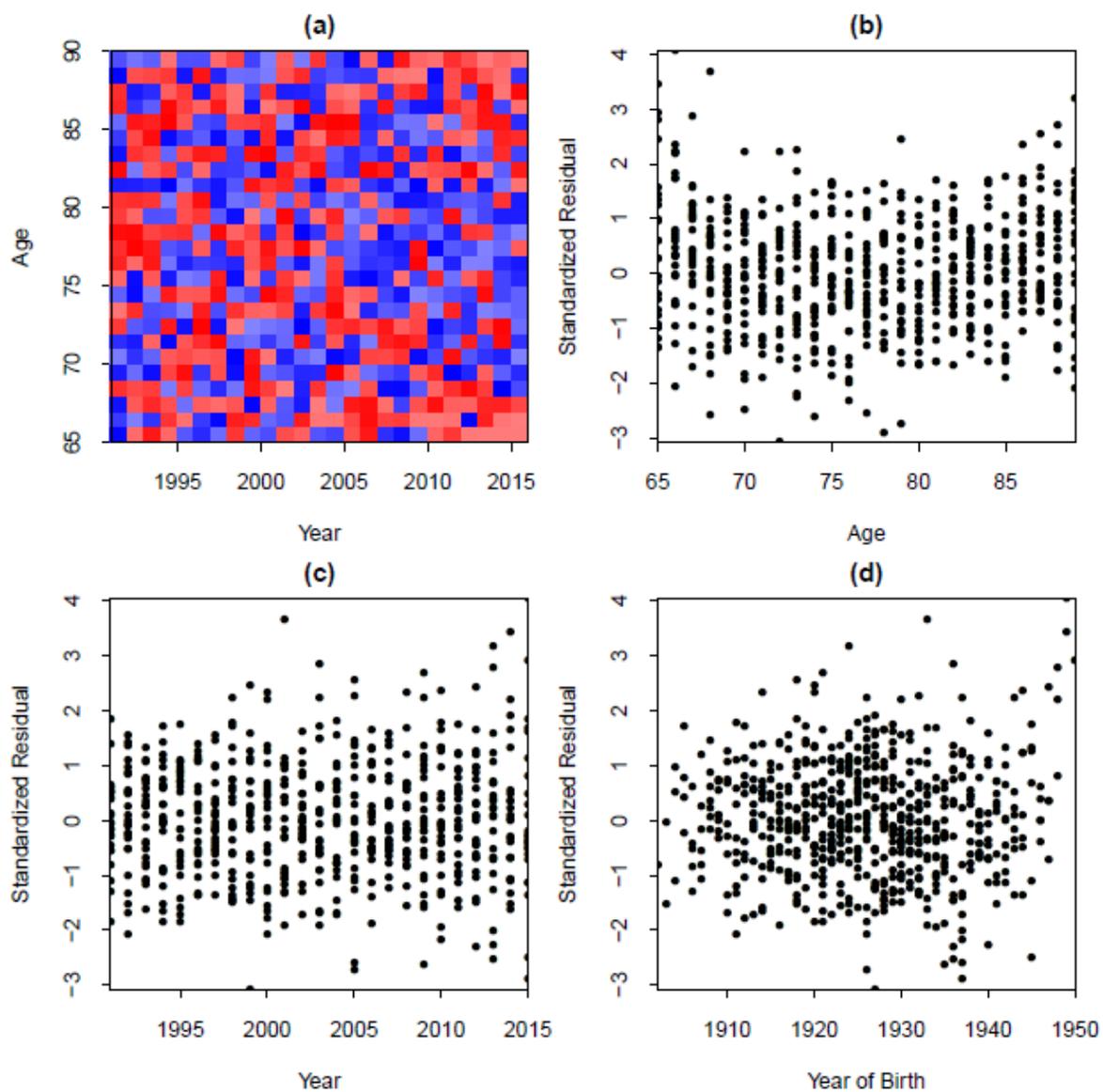
* En anglais seulement.

Graphique 31 : Diagnostics graphiques du modèle M6 pour les hommes du groupe 1, RPC, au moyen des valeurs résiduelles normalisées, $Z(i, t, x)$. (a) Carte thermique des $Z(i, t, x)$ (rouge : positif; bleu : négatif) (b) Valeurs résiduelles par âge (c) Valeurs résiduelles par année civile (d) Valeurs résiduelles par année de naissance.



* En anglais seulement.

Graphique 32 : Diagnostics graphiques du modèle M8 pour les hommes du groupe 1, RPC, au moyen des valeurs résiduelles s normalisées, $Z(i, t, x)$. (a) Carte thermique des $Z(i, t, x)$ (rouge : positif; bleu : négatif) (b) Valeurs résiduelles par âge (c) Valeurs résiduelles par année civile (d) Valeurs résiduelles par année de naissance.



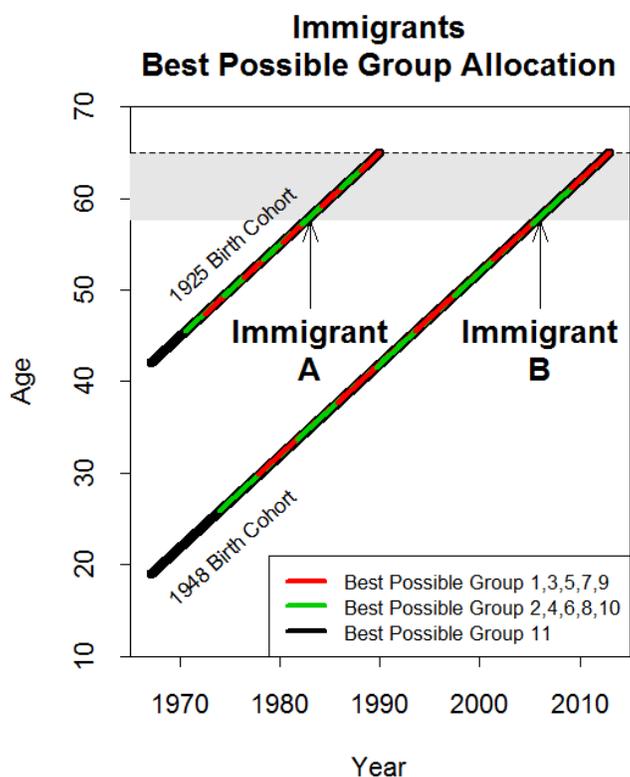
* En anglais seulement.

B. Proportion croissante d'immigrants dans les groupes de niveau inférieur

Le graphique 33 montre comment, une fois que le régime sera arrivé à maturité, le reste des immigrants dans la population des retraités se sera déplacé dans les groupes de niveau inférieur. Considérons deux immigrants, A et B, qui ont tous deux immigré au Canada à l'âge de 58 ans. A appartient à la cohorte née en 1925, B à celle née en 1948. Si A gagne un salaire supérieur au MGAP de 58 ans à 64 ans, il/elle pourra prendre sa retraite à 65 ans avec une rente du RPC qui sera légèrement inférieure à 40 % du maximum (groupe 4), mais pas plus sans devoir reporter sa retraite. En revanche, l'immigrant B ne peut faire mieux que le groupe 2.

Pour ce qui est de la cohorte de 1925, la migration au Canada au début de la quarantaine suffirait à leur faire toucher la plus grosse rente possible. Quant à la cohorte de 1948, il faudrait pour ce faire que la migration au Canada ait lieu au début de leur vingtaine.

Graphique 33 : Obtention de différents montants de rente selon la cohorte des immigrants de différents âges. Les immigrants A et B arrivent au Canada à l'âge de 58 ans. Si l'immigrant A (cohorte née en 1925) touche un salaire qui est toujours supérieur au MGAP, il sera encore seulement dans le groupe 4 au moment de son départ à la retraite à 65 ans. L'immigrant B (cohorte née en 1948) ne peut faire mieux que le groupe 2.



* En anglais seulement.

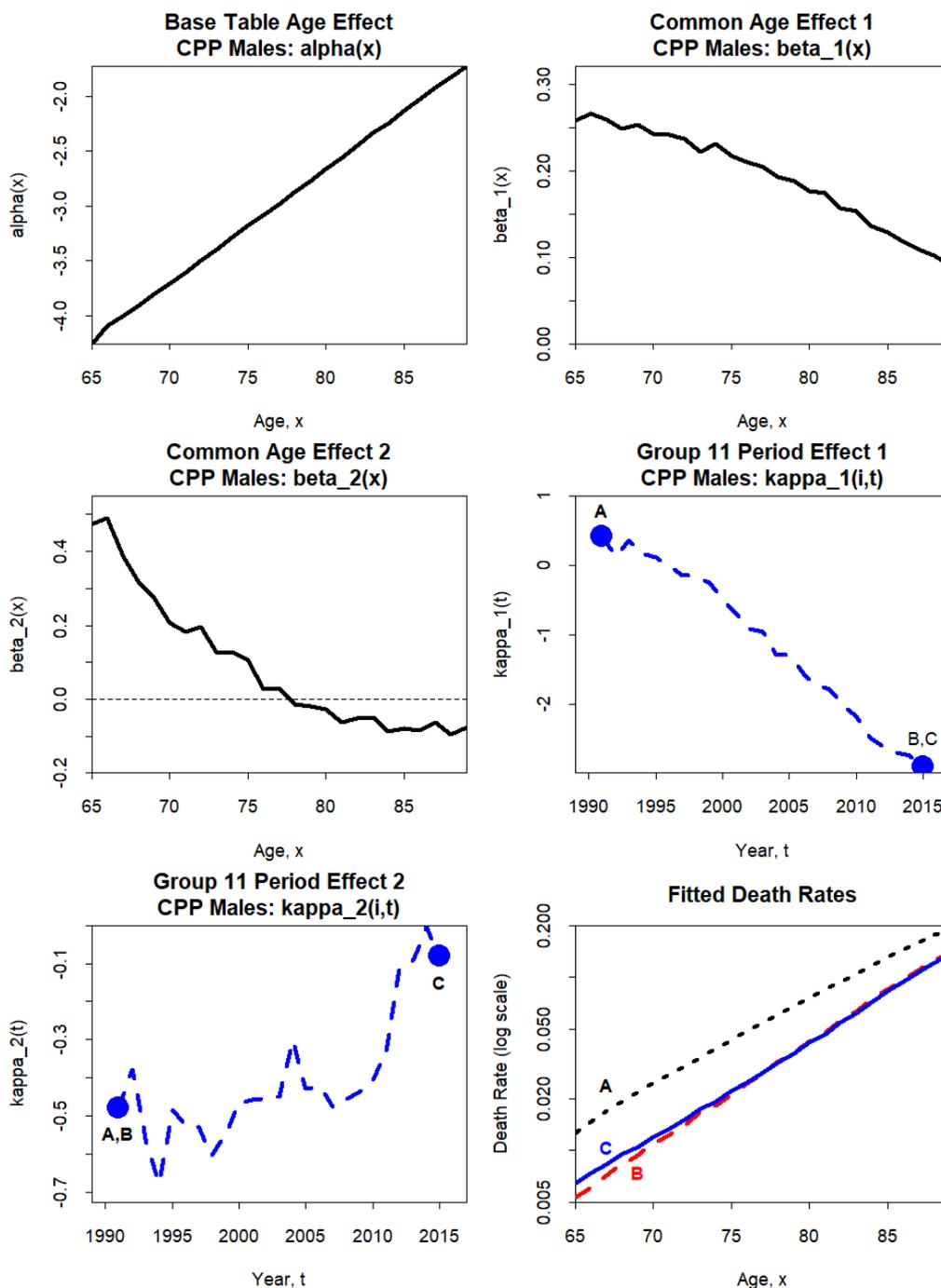
C. Fondements du modèle M6

Dans cette annexe, nous illustrons la façon dont le modèle M6 fonctionne relativement aux résultats pour le groupe 11, hommes du RPC. Dans le graphique 34, nous avons extrait du graphique 16 les effets d'âge et de période des hommes du RPC du groupe 11.

Nous étudions maintenant comment les effets d'âge et de période influent sur les taux de décès calculés. Les taux de décès sont indiqués dans le graphique inférieur droit du graphique 34.

- Les grands points dans le graphique intermédiaire droit (κ_1) et le graphique inférieur gauche (κ_2) indiquent les valeurs de κ_1 et κ_2 qui sont utilisées pour construire les trois courbes A, B et C du graphique inférieur droit.
- La courbe A (ligne noire pointillée) indique les taux de décès ajustés en 1991.
- Le déplacement de la courbe A à la courbe B (ligne rouge pointillée) illustre l'incidence du changement dans κ_1 *seulement* de 1991 à 2015 (κ_2 demeure à sa valeur de 1991). κ_1 (graphique intermédiaire droit) a chuté pendant cette période. Multiplié par $\beta_1(x)$, le changement dans κ_1 génère une baisse du niveau général de mortalité. Toutefois, puisque $\beta_1(x)$ n'est pas stable, la réduction en pourcentage est plus importante aux jeunes âges.
- Le déplacement de la courbe B à la courbe C (ligne bleue pleine) montre l'incidence additionnelle du changement dans κ_2 de 1991 à 2015. Étant donné que l'effet d'âge correspondant, $\beta_2(x)$, est positif aux jeunes âges et négatif aux âges plus avancés, la hausse que nous observons dans κ_2 pendant cette période fait incliner la courbe à plus ou moins 77 ans : il augmente aux jeunes âges et recule (légèrement) aux âges plus avancés.
- En comparant A, B et C, nous pouvons constater que l'impact des changements dans κ_2 est beaucoup moins prononcé que celui des changements dans κ_1 .
- Les changements dans κ_2 pour d'autres groupes sont tout aussi importants ou moindres et ainsi une conclusion semblable s'impose : la composante $\kappa_1(i, t)\beta_1(x)$ du modèle est le principal vecteur des changements dans la courbe des taux de décès; la composante $\kappa_2(i, t)\beta_2(x)$ du modèle saisit les effets moindres (effets de second ordre).

Graphique 34 : Effets d'âge et de période ajustés pour le groupe 11 à l'aide du modèle M6. Graphique inférieur droit : taux de décès ajustés pour A : les composantes κ_1 et κ_2 sont à leurs valeurs de 1991; B : la composante κ_1 est à sa valeur de 2015, mais la composante κ_2 demeure à sa valeur de 1991; C : les composantes κ_1 et κ_2 sont à leurs valeurs de 2015.



* En anglais seulement.

D. Tables d'espérances de vie du moment

Nous calculons ici (tables 6 et 7) les espérances de vie du moment pour le modèle M6 déjà présentées dans le graphique 20. Nous avons aussi calculé les espérances de vie du moment pour l'âge de 75 ans (tables 8 et 9).

Aux fins de comparaison, voici les espérances de vie du moment à 65 ans établies à l'aide d'autres tables.

- BDLC Canada³², 2010, hommes : 18,74
- BDLC Canada, 2010, femmes : 21,68
- Table de base CPM 2014³³, hommes : 20,83
- Table de base CPM 2014, femmes : 23,39

Voici les espérances de vie du moment à 75 ans correspondantes.

- BDLC Canada, 2010, hommes : 11,54
- BDLC Canada, 2010, femmes : 13,80
- Table de base CPM 2014, hommes : 12,94
- Table de base CPM 2014, femmes : 15,03

³² Se reporter à www.mortality.org, Canada, Life tables, colonne « ex ».

³³ Données de base tirées de www.cia-ica.ca/docs/default-source/2014/214013t1f.xls et espérances de vie calculées.

Table 6 : Espérances de vie du moment à compter de 65 ans ajustées d'après le modèle M6 pour certaines années, Groupes 1-11, pour les hommes et les femmes, RPC.

Hommes, RPC, 65 ans	1995	2000	2005	2010	2015
Groupe 1	14,14	15,41	17,02	18,21	19,2
Groupe 2	14,55	15,44	16,77	17,89	18,65
Groupe 3	14,77	15,62	16,13	17,41	18,5
Groupe 4	15,2	15,44	16,6	17,65	18,19
Groupe 5	15,69	16,07	17,24	18,55	18,89
Groupe 6	15,86	16,63	17,53	18,24	19,05
Groupe 7	16,04	16,93	17,51	18,51	18,81
Groupe 8	16,24	17,05	17,72	18,65	19,31
Groupe 9	16,55	17,12	18,23	18,91	19,44
Groupe 10	16,63	17,36	18,24	19,27	20,02
Groupe 11	17,29	18,09	19,06	20,11	20,85
Femmes, RPC, 65 ans	1995	2000	2005	2010	2015
Groupe 1	18,74	19,43	20,02	20,98	21,11
Groupe 2	19,65	19,93	20,75	21,48	21,65
Groupe 3	20	20,72	20,78	21,72	21,83
Groupe 4	20,09	20,61	21,1	21,89	22,09
Groupe 5	20,66	20,71	21,54	22,03	22,41
Groupe 6	20,37	20,94	21,43	22,11	22,73
Groupe 7	20,63	20,98	21,74	22,31	22,54
Groupe 8	21	21,16	21,55	22,99	22,9
Groupe 9	20,66	21,13	21,64	22,5	23,16
Groupe 10	20,84	21,11	21,89	22,8	23,38
Groupe 11	21,6	21,37	22,16	23,41	23,74

Table 7 : Espérances de vie du moment à compter de 65 ans ajustées d'après le modèle M6 pour certaines années, Groupes 1-11, pour les hommes et les femmes, RRQ.

Hommes, RRQ, 65 ans	1995	2000	2005	2010	2015
Groupe 1	13,7	13,74	15,43	16,11	16,77
Groupe 2	13,82	14,6	15,19	16,37	16,87
Groupe 3	13,97	14,68	15,73	16,82	16,98
Groupe 4	14,59	14,2	15,7	16,43	16,98
Groupe 5	14,47	15,16	15,74	16,99	17,36
Groupe 6	15,27	15,72	16,64	17,29	18,03
Groupe 7	15,24	15,88	17,01	17,72	18,39
Groupe 8	15,23	15,88	17,3	17,99	18,52
Groupe 9	15,09	16,28	17,15	18,15	18,93
Groupe 10	15,24	16,3	17,53	18,66	19,36
Groupe 11	16,04	17,25	18,47	19,71	20,49
Femmes, RRQ, 65 ans	1995	2000	2005	2010	2015
Groupe 1	19,33	19,78	20,23	20,61	20,68
Groupe 2	19,83	20,28	21,01	21,4	21,5
Groupe 3	19,81	20,62	21,2	21,62	21,84
Groupe 4	20,97	20,51	21,03	21,64	21,88
Groupe 5	20,56	20,66	21,35	21,6	21,92
Groupe 6	20,17	20,53	21,28	22,23	22,59
Groupe 7	20,06	20,91	21,53	22,54	22,76
Groupe 8	19,9	20,57	21,41	22,07	22,26
Groupe 9	20,07	20,77	21,56	21,87	22,37
Groupe 10	20,78	21,29	21,9	22,53	23,08
Groupe 11	20,83	22,21	22,14	22,72	22,98

Table 8 : Espérances de vie du moment à compter de 75 ans ajustées d'après le modèle M6 pour certaines années, Groupes 1-11, pour les hommes et les femmes, RPC.

Hommes, RPC, 75 ans					
Groupe 1	8,38	9,28	10,58	11,36	12,27
Groupe 2	8,69	9,49	10,24	11,02	11,59
Groupe 3	9,02	9,34	9,44	10,7	11,7
Groupe 4	9,24	9,36	10,2	10,74	11,22
Groupe 5	9,59	9,34	10,33	11,41	11,72
Groupe 6	9,32	10,03	10,51	11,07	11,71
Groupe 7	9,57	10,07	10,55	11,26	11,54
Groupe 8	9,57	10,22	10,75	11,3	11,85
Groupe 9	9,73	10,28	10,95	11,47	11,76
Groupe 10	9,79	10,31	10,86	11,61	12,15
Groupe 11	10,18	10,71	11,37	12,09	12,74
Femmes, RPC, 75 ans					
Groupe 1	11,39	12,09	12,52	13,4	13,52
Groupe 2	12,09	12,24	12,94	13,62	13,78
Groupe 3	12,44	12,83	13	13,84	13,85
Groupe 4	12,3	12,78	13,29	13,84	14,1
Groupe 5	12,73	12,66	13,53	13,89	14,24
Groupe 6	12,51	12,9	13,43	13,9	14,44
Groupe 7	12,73	13,02	13,49	14,13	14,27
Groupe 8	12,98	13,21	13,43	14,73	14,42
Groupe 9	12,66	13,04	13,45	14,12	14,75
Groupe 10	12,96	12,98	13,62	14,35	14,83
Groupe 11	13,44	13,2	13,74	14,88	15,18

Table 9 : Espérances de vie du moment à compter de 75 ans ajustées d'après le modèle M6 pour certaines années, Groupes 1-11, pour les hommes et les femmes, RRQ.

Hommes, RRQ, 75 ans					
Groupe 1	8,34	8,67	9,64	10,49	10,83
Groupe 2	8,24	9,35	9,11	10,19	10,77
Groupe 3	8,48	8,92	9,5	10,56	10,54
Groupe 4	9,42	8,97	9,97	10,13	10,66
Groupe 5	8,86	9,69	9,34	10,45	10,71
Groupe 6	9,3	9,44	10,17	10,55	11,26
Groupe 7	9,22	9,74	10,32	10,98	11,45
Groupe 8	9,2	9,5	10,48	10,88	11,36
Groupe 9	8,98	9,77	10,26	10,91	11,47
Groupe 10	9,11	9,63	10,56	11,23	11,68
Groupe 11	9,57	10,29	11,05	11,88	12,37
Femmes, RRQ, 75 ans					
Groupe 1	11,96	12,41	12,75	13,16	13,31
Groupe 2	12,15	12,47	13,04	13,57	13,85
Group 3	12,41	12,75	13,43	13,85	14,01
Groupe 4	13,49	12,58	13,29	13,85	13,96
Groupe 5	12,7	13	13,46	13,59	13,95
Groupe 6	12,99	12,82	13,36	13,9	14,4
Groupe 7	12,39	12,76	13,54	14,34	14,56
Groupe 8	12,32	12,62	13,28	13,99	14,17
Groupe 9	12,62	12,84	13,49	13,55	14,09
Groupe 10	12,96	13,22	13,65	14,12	14,62
Groupe 11	12,96	14,1	14,01	14,5	14,89