



Vieillessement et retraite

L'histoire de deux régimes de retraite : L'évaluation du risque de régime de retraite sous l'angle du capital économique



L'histoire de deux régimes de retraite : L'évaluation du risque de régime de retraite sous l'angle du capital économique

AUTEURS

Douglas Andrews
Stephen Bonnar
Lori J. Curtis
Jaideep S. Oberoi
Aniketh Pittea
Pradip Tapadar

COMMANDITAIRE

Retirement Section Research Committee de la
SOA

REMERCIEMENTS

Le présent rapport a été préparé dans le cadre d'un projet intitulé *A Tale of Two Pension Plans: Measuring Pension Plan Risk from an Economic Capital Perspective* (L'histoire de deux régimes de retraite : L'évaluation du risque de régime de retraite sous l'angle du capital économique), exécuté pour le compte de la Society of Actuaries et financé par le Retirement Section Research Committee. L'équipe du projet se compose de Douglas Andrews, Stephen Bonnar et Lori Curtis, de l'Université de Waterloo (Canada), et de Jaideep Oberoi, Aniketh Pittea et Pradip Tapadar, de l'Université de Kent (Royaume-Uni). L'équipe du projet a reçu de précieux conseils du Groupe chargé de la surveillance du projet, ainsi que des ressources de la SOA, Steven Siegel, Barbara Scott et Max Rudolph. Les membres du Groupe chargé de la surveillance du projet sont David Abramowitz, Matthew Brady, David Cantor, Garfield Francis (président), Edder Martinez-Lazo, Bob Reitano, Howard Simon, James Walton, Asa Waterman, Lane West et Alexandru Zaharia.

Ce projet s'inscrit dans le cadre d'un vaste projet intitulé *Population Aging, Implications for Asset Values, and Impact for Pension Plans: An International Study* (Vieillesse de la population, répercussions sur la valeur des actifs et incidence sur les régimes de retraite : Une étude internationale), qui a été financé par les partenaires suivants : l'Institut canadien des actuaires, l'Institute and Faculty of Actuaries, la Society of Actuaries, le Conseil de recherches en sciences humaines, l'Université de Kent et l'Université de Waterloo. Outre les membres de l'équipe de projet déjà mentionnés, l'équipe du projet global comprend les chercheurs Kathleen Rybczynski, de l'Université de Waterloo; Miguel Leon-Ledesma, de l'Université de Kent; Mark Zhou, de la Société canadienne d'hypothèques et de logement; et le contributeur Tony Wirjanto, de l'Université de Waterloo. L'équipe du projet global remercie tous ceux qui ont rendu ce projet possible.

Mise en garde et avis de non-responsabilité

Les opinions exprimées et les conclusions des auteurs sont les leurs et ne représentent en aucun cas une position ou une opinion officielle de l'Institute and Faculty of Actuaries (IFoA), de l'Institut canadien des actuaires (ICA), de la Society of Actuaries (SOA) ou de leurs membres. L'IFoA, l'ICA et la SOA n'approuvent aucun des points de vue ou opinions exprimés, ni aucune revendication ni représentation formulées dans le présent document et n'assument aucune responsabilité envers quiconque en cas de perte ou de dommage découlant de l'usage des opinions, revendications ou représentations faites dans le présent document. Les informations et expressions d'opinions contenues dans ce document ne sont pas destinées à constituer une étude approfondie ni à fournir des conseils actuariels ou de quelque nature que ce soit et ne doivent pas être traitées comme des substituts à des conseils spécifiques concernant des situations individuelles. En aucun cas, aucune partie de ce document ne peut être reproduite sans l'autorisation écrite expresse de l'IFoA, de l'ICA et de la SOA.

Note : Les auteurs Douglas Andrews, Jaideep Oberoi, Aniketh Pittea et Pradip Tapadar sont membres du régime de retraite des universités du Royaume-Uni (USS), tel que mentionné dans ce document de recherche.

TABLE DES MATIÈRES

Sommaire	4
Section 1 : Introduction.....	5
Section 2 : Analyse documentaire	7
Section 3 : Données	7
Section 4 : Hypothèses.....	8
Section 5 : Méthodologie	17
Section 6 : Résultats du régime de retraite du R.-U.	20
Section 7 : Résultats du régime américain stylisé	26
Section 8 : Conclusion et travaux futurs	34
Section 9 : Bibliographie	36
Annexe A : Générateur de scénarios économiques.....	39
Annexe B : Modèles de mortalité	54
Annexe C : Exemple de simulation	61
À propos de l’Institut canadien des actuaires	63
À propos de la Society of Actuaries	64
À propos de l’Institute and Faculty of Actuaries	65

Sommaire

Ce projet de recherche fournit une analyse des risques pour deux régimes de retraite, l'un représentant les États-Unis (É.-U.) et l'autre le Royaume-Uni (R.-U.). Nous utilisons des renseignements disponibles publiquement provenant d'un régime de retraite à prestations déterminées (PD) de grande taille au R.-U. afin de construire une représentation du régime des É.-U. qui correspond à son évaluation, et qui actualise les travaux de Porteous et coll. (2012). Nous analysons également un régime américain stylisé ayant le même profil de participants et appliquant des dispositions modifiées pour tenir compte d'un régime américain type à prestations déterminées (PD). L'évaluation des risques a été effectuée en déterminant les exigences de capital économique à l'aide d'un cadre Solvabilité II.

L'analyse est effectuée à l'aide d'un générateur de scénarios économiques stochastiques étalonné pour le Royaume-Uni et les États-Unis. L'analyse utilise aussi un modèle stochastique de mortalité étalonné de la même façon au Royaume-Uni et aux États-Unis.

La mesure du risque utilisée est le capital économique, qui se définit comme suit :

« Le capital économique d'un régime de retraite correspond au montant qu'il faudrait ajouter à son actif actuel pour satisfaire aux obligations nettes relatives aux prestations avec un degré de confiance prescrit. Les obligations nettes d'un régime au titre des prestations sont toutes les obligations à l'égard des participants actuels, y compris les services futurs, déduction faite des cotisations futures au régime. »

Nous utilisons un niveau de confiance de 99,5 %, ce qui est conforme à l'analyse de 2012 et à Solvabilité II. Les résultats sont présentés pour l'ensemble de leur distribution, mais l'accent est mis sur le 0,5^e centile selon le degré de confiance choisi.

Voici les principaux résultats de l'étude :

- En pourcentage de l'actif initial, le régime américain stylisé est plus volatile que le régime du R.-U. Le régime des États-Unis exige plus de trois fois la valeur initiale de son actif à titre de coussin de capital économique pour garantir 99,5 % du versement des prestations de retraite. Le régime du R.-U. exige environ la moitié de ce pourcentage.
- Les avantages d'une affectation plus importante aux obligations à long terme sont plus importants dans le régime américain que dans le régime du R.-U. Cela s'explique en grande partie par le fait que les prestations du régime du R.-U. augmentent entièrement en fonction de l'augmentation des salaires ou de l'inflation des prix. Les prestations du régime américain tiennent compte des augmentations salariales pendant que les particuliers accumulent des prestations, mais elles n'entraînent par ailleurs aucune augmentation de l'inflation.
- L'effet de l'un ou l'autre régime sur le capital économique est beaucoup plus important pour les changements dans la répartition de l'actif que pour les changements dans les cotisations au régime.

Voici certaines des répercussions des résultats pour diverses parties prenantes :

- Les promoteurs de régime doivent comprendre qu'il existe un très large éventail de résultats possibles dans un régime PD type. Cet éventail peut entraîner des variations importantes des cotisations au régime. Dans une certaine mesure, la gamme des résultats peut être réduite par une sélection pertinente de la répartition de l'actif et des dispositions du régime.
- La distribution complète des résultats figure dans le corps du présent rapport. Les praticiens des régimes de retraite devraient discuter avec les promoteurs des régimes pour les aider à comprendre toute la gamme d'incertitudes qu'ils prennent en charge dans le provisionnement de leurs régimes PD.

- Un cadre de capital économique fournit aux organismes de réglementation des régimes de retraite un autre outil qui leur permet de tenir compte de leur exposition aux prestations garanties par le Pension Protection Fund et la Pension Benefit Guaranty Corporation. Il leur transmet également des conseils dans des situations où l'on peut s'attendre à ce que les promoteurs des régimes conservent une certaine marge pour écarts défavorables dans leurs caisses de retraite. Les résultats montrent clairement que le niveau de marge pertinent est largement tributaire des dispositions du régime, de la répartition de son actif et du niveau de confiance souhaité quant au versement des prestations promises.
- Le cadre de capital économique pourrait également intéresser les participants des régimes. Il peut les aider à comprendre l'incertitude à laquelle sont confrontés les promoteurs à l'égard du provisionnement des régimes de retraite PD. Cette approche peut compléter d'autres communications destinées aux participants qui les renseignent sur le provisionnement de leur régime.

Section 1 : Introduction

Des années de forte inflation, de bons rendements des placements et de bons bénéfices au cours des années 1970 et 1980 ont créé l'illusion que les régimes de retraite à prestations déterminées (PD) sont facilement abordables. En raison du cumul d'importants excédents au cours de ces années, les risques liés aux régimes de retraite ont généralement été exclus du processus général de gestion des risques des organisations. Toutefois, au cours de la dernière décennie ou plus, l'augmentation de l'espérance de vie et la baisse constante des taux d'intérêt ont fait augmenter le coût des rentes. Par conséquent, de nombreux régimes de retraite n'ont plus suffisamment d'actifs pour couvrir toutes les prestations promises. Ainsi, la sécurité des prestations des participants pourrait être compromise.

Porteous et coll. (2012) ont évalué un régime de retraite à prestations déterminées du Royaume-Uni de grande taille à l'aide de données disponibles publiquement, nonobstant la détermination de l'exigence de capital de solvabilité de la caisse dans un cadre Solvabilité II¹. Cela répondait à l'intérêt pour les nouvelles règles relatives à Solvabilité II, bien qu'elles ne s'appliquent pas aux caisses de retraite. Ce projet de recherche met à jour ces travaux antérieurs². À des fins de comparaison, nous exécutons également une analyse du capital économique pour un régime américain stylisé. Les étapes de base que nous suivons sont les suivantes :

- Étape 1 : Choisir un régime de retraite représentatif pour le Royaume-Uni et les États-Unis aux fins d'analyse.
- Étape 2 : Fixer une date de début convenable et élaborer un modèle de régime de retraite représentatif qui reflète adéquatement le profil des participants et du passif du régime à cette date.
- Étape 3 : Choisir un générateur de scénarios économiques (GSE) convenable, idéalement stochastique, pour projeter l'actif et le passif du régime à compter de la date de début indiquée à l'étape 2.
- Étape 4 : Choisir un modèle de mortalité convenable, peut-être stochastique, pour projeter les résultats de mortalité des participants du régime.
- Étape 5 : Quantifier les risques du régime de retraite à l'aide d'une mesure de risque pertinente.

¹ Même si Solvabilité II exige une évaluation du risque opérationnel, nous n'en tenons pas compte dans notre analyse.

² L'analyse a été mise à jour pour tenir compte de la situation financière et de la composition des régimes dans le plus récent rapport d'évaluation déposé à la même caisse, de l'étalonnage actualisé du générateur de scénarios économiques et d'un modèle de mortalité stochastique mis à jour.

Pour notre analyse, nous devons d'abord établir une date de début. Cette date dépend habituellement de la disponibilité des données. Au début de cette recherche, les résultats les plus récents publiés et disponibles de la représentation choisie du régime de retraite du R.-U. dans l'évaluation triennale remontait au 31 mars 2014. Nous avons donc décidé d'utiliser cette date comme date de début.

Les données publiques tirées des rapports d'évaluation actuarielle et d'autres documents fournissent habituellement des données résumées sur le profil des participants, les prestations accumulées, la moyenne du salaire/de la rente, les services passés, la répartition selon l'âge et le sexe, ainsi que le passif actuariel. Puisque nous n'avons pas accès à toutes les données sous-jacentes sur les participants, nous devons élaborer un modèle représentatif, avec des points de modèle pertinents pour les participants actifs, les participants ayant droit à une rente différée et les retraités, afin d'établir une correspondance générale avec les données résumées publiées à la date de début choisie.

Pour le Royaume-Uni, nous avons décidé de fonder notre analyse sur un modèle représentatif des Universities Superannuation Scheme (USS) au 31 mars 2014 et de projeter son actif et son passif à compter de cette date. Pour les États-Unis, nous utilisons un régime de retraite américain stylisé qui recourt aux mêmes points de modèle que l'USS, mais un certain nombre de changements sont apportés à la structure des prestations et aux taux de cotisation.

La mesure de risque utilisée est le capital économique, défini comme suit :

« Le capital économique d'un régime de retraite correspond au montant qu'il faudrait ajouter à son actif actuel pour satisfaire aux obligations nettes relatives aux prestations avec un degré de confiance prescrit. Les obligations nettes au titre des prestations d'un régime sont toutes les obligations à l'égard des participants actuels, y compris les services futurs, déduction faite des cotisations futures au régime. »

Nous utilisons un niveau de confiance de 99,5 %, ce qui est conforme à l'analyse de Porteous et coll. (2012) et à Solvabilité II. Les résultats sont présentés pour l'ensemble de leur distribution, mais l'accent est mis sur le 0,5^e centile selon le degré de confiance choisi.

Le rapport est structuré comme suit :

- À la section 2, nous proposons une analyse documentaire qui se rapporte à la présente recherche.
- À la section 3, nous présentons un aperçu des données que nous avons utilisées pour étalonner nos modèles.
- À la section 4, nous présentons nos principales hypothèses.
- À la section 5, nous présentons la méthodologie utilisée pour évaluer les risques des régimes de retraite.
- À la section 6, nous présentons les résultats du régime de retraite du Royaume-Uni.
- À la section 7, nous présentons les résultats du régime américain stylisé.
- À la section 8, nous proposons un résumé des travaux futurs prévus.

Section 2 : Analyse documentaire

La documentation sur la mesure du risque des régimes de retraite est abondante. Dans le cadre du projet, une analyse documentaire détaillée a été préparée et affichée séparément sur le site Web de la Society of Actuaries. Dans la présente section, nous présentons un bref résumé de la documentation.

Plusieurs documents, dont Porteous et coll. (2012), Devolder et Piscopo (2014), Ai et coll. (2015) et Yang et Tapadar (2015), ont utilisé le cadre Solvabilité II et la valeur à risque (VaR) pour établir une estimation du risque des régimes de retraite. Il existe également d'autres méthodes pour mesurer ce risque. Par exemple, Boonen (2017) a employé la perte prévue (PP) pour quantifier le risque lié aux régimes de retraite; Devolder et Lebegue (2016) ont utilisé la théorie de la ruine pour mesurer l'exigence de capital de solvabilité des produits de retraite; Kemp et Patel (2012) ont eu recours à des techniques de gestion du risque d'entreprise pour mesurer le risque des régimes de retraite; et Devolder et Lebegue (2017) ont utilisé des mesures dynamiques du risque.

Certains ouvrages ont comparé l'importance relative des facteurs qui sous-tendent les risques des régimes de retraite, notamment le risque lié aux actions, aux taux d'intérêt et à la longévité. Parmi les documents qui ont abordé cette question, mentionnons Butt (2012), Liu (2013), Karabey et coll. (2014) et Sweeting (2017). D'autres ouvrages ont comparé l'impact de différents GSE sur les risques des régimes de retraite (comme Abourashchi et coll. (2016) et Devolder et Tassa (2016)), de même que les répercussions de différents modèles de mortalité sur le risque des régimes de retraite, dont Lemoine (2015) et Arik et coll. (2018).

La documentation comprend une vaste gamme de travaux de recherche sur la gestion des risques du point de vue du promoteur. Certains documents ont utilisé des instruments financiers pour couvrir ou transférer le risque. Les instruments utilisés comprennent notamment la couverture naturelle (Li et Haberman 2015), les couvertures de longévité (Lin et coll., 2014, 2015), et les rachats d'engagements de retraite (Cox et coll. 2018). Certains documents ont également porté sur la gestion des risques en fonction de la structure du régime, comme Kleinow (2011), Aro (2014) et Platanakis et Sutcliffe (2016). De plus, certains chercheurs ont utilisé des techniques d'optimisation pour voir dans quelle mesure le risque du promoteur peut être réduit. Parmi les techniques dont ils ont discuté, mentionnons la répartition dynamique de l'actif (Liang et Ma 2015) et les mécanismes automatiques d'équilibrage (Godinez-Olivares et coll., 2016).

Enfin, certains auteurs se sont penchés sur les risques des régimes de retraite du point de vue des participants. Entre autres, un certain nombre de documents ont porté sur la résolution de problèmes d'optimisation afin de maximiser l'utilité prévue des participants. Par exemple, Devolder et Melis (2014) ont examiné les avantages des rentes publiques provisionnées et non provisionnées pour les participants des régimes. Par ailleurs, Chen et Delong (2015) ont étudié le problème de répartition de l'actif afin de maximiser l'utilité pour les participants à un régime à cotisations déterminées. D'autres documents ont proposé des structures de retraite novatrices afin de réduire les risques pour les participants. Les structures analysées et examinées comprenaient des structures hybrides (Khorasane, 2012) et TimePension (Linnemann et coll., 2014). Le partage intergénérationnel des risques et les avantages pour les participants et les retraités sont également des domaines d'intérêt permanent pour la recherche (comme Chen et coll., 2014 et Wang et coll., 2018).

Section 3 : Données

Dans cette section, nous décrivons les données que nous utilisons pour élaborer un modèle de retraite et effectuer l'évaluation du risque d'un régime de retraite. Les deux principales sources de risque des régimes de retraite sont l'incertitude quant au rendement futur de l'actif (risque économique) et l'évolution future des taux de mortalité (risque démographique).

Pour saisir le risque économique, nous avons besoin d'un GSE. Pour le Royaume-Uni, nous adoptons deux GSE différents : le modèle de Wilkie (Wilkie, 1986, 1995; Wilkie et coll., 2011) et le modèle graphique (Oberoi et coll., 2018). Les mêmes données économiques sous-jacentes du Royaume-Uni sont utilisées pour étalonner les deux

modèles. Les variables modélisées sont l'inflation des prix, l'inflation des salaires, le rendement en dividendes, la croissance des dividendes et le rendement des obligations à long terme. Pour plus de précisions, veuillez consulter Wilkie et coll. (2011) et Oberoi et coll. (2018).

Pour les États-Unis, les données proviennent de deux sources. La première est Robert Shiller, qui fournit des données en ligne sur l'Indice des prix à la consommation (IPC), l'Indice des prix S&P 500, l'Indice des dividendes S&P 500 et le rendement des obligations à dix ans. La seconde est Emmanuel Saez, qui propose des données en ligne sur les salaires moyens aux États-Unis. Les données que nous utilisons portent sur la période comprise entre 1913 et 2015.

Pour tenir compte du risque démographique dans les deux pays, nous utilisons le modèle M7 de Cairns et coll. (2009)³. Pour paramétrer le modèle M7, nous employons les données de la Human Mortality Database (HMD), qui est une riche source de données fondées sur les taux de mortalité de la population du Royaume-Uni et des États-Unis (entre autres pays)⁴. Pour le Royaume-Uni, nous utilisons les données de 1922 à 2016; pour les États-Unis, nous employons les données de 1933 à 2016. Le modèle est étalonné pour les hommes et les femmes de 30 à 100 ans. Puisque les données sont parfois peu fiables au-delà de 100 ans, nous n'incluons pas ces participants dans notre analyse.

Section 4 : Hypothèses

Dans cette section, nous discutons de nos hypothèses pertinentes pour le régime de retraite du Royaume-Uni selon l'USS et de la façon dont nous avons modifié le modèle du R.-U. pour un régime de retraite américain stylisé. L'USS est l'un des plus importants régimes PD ouverts du Royaume-Uni; il compte plus de 350 employeurs participants et environ 400 000 participants. Les hypothèses présentées ici reposent sur l'évaluation effectuée pour le régime au 31 mars 2014⁵. Comme nous n'avons pas accès à toutes les données d'évaluation sous-jacentes, nous élaborons un « modèle » USS à l'aide de points de modèle qui saisissent le profil général des participants. En outre, nous énonçons les dispositions du régime (et des ajustements mineurs à la méthode d'évaluation) pour un régime de retraite américain stylisé.

³ On trouvera des détails sur le modèle M7 à l'Annexe B.1.

⁴ Le rapport d'évaluation de l'USS utilise une table déterministe pour appliquer les projections de la mortalité table (table « allégée » de mortalité S1NA et table de projection CMI_2014). Comme nous recherchons des tables de mortalité stochastiques, nous utilisons le modèle M7, qui est étalonné d'après les données de la HMD. Nous projetons ensuite les trajectoires des données sur la mortalité future, puis nous en rajustons les taux de manière à ce que la projection centrale du modèle M7 corresponde aux projections de mortalité du rapport d'évaluation de l'USS.

⁵ Bien qu'un rapport d'évaluation de l'USS pour 2017 ait été publié depuis, il a fait l'objet de discussions publiques importantes. Nous continuons à utiliser les informations convenues pour 2014 afin d'éviter l'incertitude entourant la dernière évaluation et parce que la décision n'affecte pas la nature de l'analyse.

4.1 Profil des participants

Tableau 1

Profil des participants

Actifs	Nombre	167 545
	Salaire moyen ouvrant droit à pension	42 729 £
	Âge moyen	43,8
	Moyenne des services passés	12,5
Participants avec rentes différées	Nombre	110 430
	Rente moyenne différée	2 373 £
	Âge moyen	45,1
Retraités (y compris leurs personnes à charge)	Nombre	70 380
	Rente moyenne	17 079 £
	Âge moyen	71,1

Le tableau 1 présente le profil des participants tel qu'il figure dans le rapport d'évaluation de 2014 de l'USS. Un seul âge moyen est prévu pour les participants actifs, ce qui n'est pas suffisant pour tenir compte des caractéristiques globales du risque du régime. Nous avons besoin d'un éventail de points de modèle pour saisir la dynamique intergénérationnelle des risques. Le document publié sur l'USS en 2014 et intitulé « Report and Accounts » renferme des renseignements sur la proportion de participants actifs dans différentes tranches d'âge, d'après lesquels nous proposons une répartition selon l'âge des participants actifs au tableau 2. Ce dernier indique également les hypothèses de services passés et de salaire pour les participants actifs pour chaque point de modèle. Ces hypothèses ont été établies de sorte que les moyennes des salaires et des services passés des participants actifs correspondent en général aux données du tableau 1.

Tableau 2

Points de modèle, services passés et salaires des participants actifs de l'USS

Âge	Proportion	Nombre	Services passés	Salaire
30	30 %	50 264	7	25 500 £
40	30 %	50 264	11	42 500 £
50	20 %	33 509	15	52 500 £
60	20 %	33 509	19	58 500 £
Total	100 %	167 545		
Moyenne			12,2	42 600 £

Pour les participants avec rentes différées et les retraités, nous utilisons un seul modèle pour représenter chacune de ces catégories de participants. Nous supposons également une répartition égale entre les sexes et aucun écart salarial entre les sexes pour toutes les catégories de participants.

Tableau 3

Points de modèle et rente accumulée des participants de l'USS avec rentes différées

Âge	Nombre	Rente accumulée
45	110 430	2 373 £

Tableau 4

Points de modèle et rente accumulée des participants retraités de l'USS

Âge	Nombre	Rente accumulée
71	70 380	17 079 £

4.2 Structure des prestations – USS

4.2.1 Prestations de retraite

La rente et les montants forfaitaires au départ à la retraite sont calculés ainsi :

$$\text{Rente annuelle} = \text{Salaire ouvrant droit à pension} \times \text{Années de service ouvrant droit à pension} \times \text{Taux d'accumulation}$$

$$\text{Montant forfaitaire} = \text{Rente annuelle} \times 3$$

Jusqu'en octobre 2011, le taux d'accumulation s'élevait à 1,25 % (1/80^e) et le salaire ouvrant droit à pension reposait sur les derniers salaires (DS), définis ainsi : « montant le plus élevé entre le meilleur salaire indexé sur 12 mois au cours des 36 derniers mois de participation ou moyenne du meilleur salaire indexé sur une période de trois années consécutives au cours des 13 dernières années » pour tous les participants. À des fins de mise en œuvre pratique, nous supposons que, dans le cas des DS, le salaire ouvrant droit à pension correspond au salaire du participant pendant la dernière année de service.

Le 1^{er} octobre 2011, le régime des DS a été éliminé pour les nouveaux participants. Ceux-ci ont plutôt adhéré à un régime distinct fondé sur les prestations de carrière réévaluées (PCR). Le 1^{er} avril 2016, le régime des DS a été aboli et tous les participants existants ont été transférés au régime des PCR, à un taux d'accumulation majoré de 1,33 %.

Pour que notre modèle USS demeure simple, nous proposons que tous les participants accumulent des prestations sur la base des DS jusqu'au 31 mars 2014. Par la suite, tous les participants passent à la base des PCR.

La rente annuelle est présumée augmenter en fonction de l'IPC, sous réserve d'une limite de 5 %.

Le salaire des participants augmente selon l'inflation des salaires. Outre cette inflation, il existe une échelle d'avancement promotionnel fondée sur l'âge, comme l'indique le tableau 5.

Tableau 5
Hypothèses relatives à l'USS

Âge	Échelle d'avancement des salaires		Retrait		Proportion de participants mariés	
	Hommes (%)	Femmes (%)	Hommes (%)	Femmes (%)	Hommes (%)	Femmes (%)
25	3,8	3,1	14,42	19,28	10,90	10,90
35	3,8	3,1	9,19	11,40	53,41	53,41
45	2,0	1,8	3,79	3,83	69,76	69,79
55	1,1	1,4	3,79	3,83	69,76	69,79

4.2.2 Prestations de cessation

Dans le cas des participants qui cessent leur participation au régime, une rente différée indexée est accordée en fonction des années de service accumulées. L'indexation des salaires en fonction de l'Indice des prix de détail (IPD) est prévue entre la date de retrait du participant et la date de sa retraite.

Un échantillon des taux de cessation de l'USS, qui correspondent à 270 % de la table LG59/60 pour les hommes et à 113 % de la table LG59/60 pour les femmes, figure au tableau 5.

4.2.3 Prestations de décès

Au décès d'un participant actif, un montant forfaitaire correspondant au triple du salaire annuel est versé à la date du décès, de même que la rente de conjoint, qui correspond à la moitié du montant de la rente que le participant aurait reçue s'il avait vécu jusqu'à sa retraite normale.

Au décès d'un participant avec rente différée, un montant forfaitaire équivalant à la valeur actualisée du montant forfaitaire différé payable à la date de retraite normale est versé, de même que la rente de conjoint, qui correspond à la moitié du montant de la rente différée payable à la date de retraite normale.

Au décès d'un retraité, une rente de conjoint correspondant à la moitié du montant de la rente du participant est payable.

Les prestations de décès payables au conjoint d'un participant actif, retraité ou avec rentes différées débutent à la date du décès du participant.

Un échantillon de la proportion de personnes mariées, qui correspond à 109 % du tableau de 2008 de l'Office of National Statistics⁶ pour les hommes et les femmes, est présenté au tableau 5.

4.3 Structure des prestations – Régime de retraite américain stylisé

4.3.1 Prestations de retraite

Dans le cas du régime de retraite américain stylisé, l'utilisation du salaire moyen des trois dernières années constitue la meilleure façon de déterminer le salaire ouvrant droit à pension. À des fins de mise en œuvre pratique, nous supposons que le salaire ouvrant droit à pension correspond au salaire du participant pendant la dernière année de service. Le service ouvrant droit à pension correspond à toutes les années de service, et le taux d'accumulation est fixé à 1,5 %. Aucun montant forfaitaire n'est versé au départ à la retraite. Par souci d'uniformité,

⁶ Le lien suivant donne accès au tableau de 2008 de l'ONS : <https://webarchive.nationalarchives.gov.uk/20160107162445tf/http://www.ons.gov.uk/ons/rel/pop-estimate/population-estimates-by-marital-status/mid-2010/index.html>. Rappelez-vous que ce tableau est mis à jour de temps à autre.

les hypothèses d'avancement salarial sont réputées identiques à celles de l'USS (voir le tableau 5). En outre, aucune indexation n'est appliquée au cours de la période de versement.

4.3.2 Prestations de cessation

Dans le cas des participants qui cessent leur participation au régime, une rente différée est accordée en fonction des années de service accumulées. Aucune indexation des salaires n'est prévue entre la date de cessation du participant et la date de sa retraite. En outre, aucune indexation n'est appliquée au cours de la période de versement. Les taux de cessation sont présumés identiques à ceux de l'USS (voir le tableau 5).

4.3.3 Prestations de décès

Au décès d'un participant actif, un montant forfaitaire correspondant à la valeur actualisée de la rente qu'il aurait reçue s'il avait vécu jusqu'à sa retraite normale est versé à la date du décès.

Au décès d'un participant avec rente différée, un montant forfaitaire correspondant à la valeur actualisée de la rente qu'il aurait reçue s'il avait vécu jusqu'à sa retraite normale est versé à la date du décès.

Au décès d'un retraité, une rente de conjoint correspondant à la moitié du montant de la rente du participant est payable. La proportion de participants mariés est réputée identique à celle de l'USS (voir le tableau 5).

4.4 Cotisations

Pour le régime USS, les employeurs versent des cotisations équivalant à 16 % du salaire et les employés versent des cotisations correspondant à 8 % du salaire, ce qui représente une contribution totale de 24 % du salaire.

Pour le régime américain stylisé, les employés ne versent pas de cotisations, tandis que l'employeur paie un montant égal au niveau actuel de la cotisation d'exercice, exprimé en pourcentage du salaire. À partir des données, nous avons établi qu'un taux de cotisation de 10,8 % du salaire est suffisant pour couvrir la cotisation d'exercice. Une cotisation supplémentaire est supposée au cours des sept premières années pour financer le déficit initial (voir la section 4.6).

4.5 Méthode d'évaluation

L'USS utilise la méthode des unités projetées (MUP) pour estimer le passif du régime. La MUP est une méthode d'évaluation prospective en vertu de laquelle une estimation du passif est établie d'après les services passés accumulés à la date d'évaluation, compte tenu de l'inflation future des salaires. Nous appliquons également la MUP au régime américain stylisé.

4.6 Actif et passif

Pour l'USS, les valeurs initiales de l'actif et du passif, au 31 mars 2014, sont les suivantes :

- $L_0 = 46,9$ milliards de £ (d'après le rapport d'évaluation, compte tenu d'un taux d'actualisation de 5,2 %, qui décroît de façon linéaire jusqu'à 4,7 % sur 20 ans);
- $A_0 = 41,6$ milliards de £ (d'après le rapport d'évaluation).

Il en découle un déficit d'évaluation initial de 5,3 milliards de £. Nous supposons que le déficit initial n'est pas amorti. Le régime USS investit approximativement 70 % de son actif dans des titres réels et 30 % dans des titres à revenu fixe. Aux fins de nos calculs, nous supposons une répartition de l'actif dans des proportions de 70 % dans des actions et de 30 % dans des obligations.

Pour le régime américain stylisé, les valeurs initiales de l'actif et du passif au 31 mars 2014 sont présumées les suivantes :

- $L_0 = 32,6$ milliards de dollars (d'après la méthode d'évaluation décrite à la section 4.5, à l'aide d'un taux d'actualisation de 3,9 %);
- $A_0 = 26,1$ milliards de dollars (d'après l'hypothèse décrite ci-dessous).

L'actif est réputé représenter 80 % de la valeur du passif au 31 mars 2014, afin de modéliser un déficit initial de 20 %. Nous supposons que le répondant injecte un flux monétaire annuel supplémentaire sur sept ans pour amortir le déficit initial. Ce flux monétaire annuel s'ajoute à la cotisation d'exercice de 10,8 % du salaire. La répartition de base de l'actif est présumée constituée de 50 % d'actions et de 50 % d'obligations⁷. Nous nous pencherons également sur la nature délicate d'autres répartitions de l'actif.

4.7 Générateur de scénarios économiques

Pour effectuer une projection de l'actif et du passif, nous avons besoin d'un GSE. Pour le Royaume-Uni, nous envisageons deux GSE. Le premier, le modèle de Wilkie (Wilkie et coll., 2011) est un GSE bien établi dans la documentation actuarielle. Deux versions de ce modèle ont été diffusées avant la plus récente en 2011 – la première en 1986 (Wilkie 1986) et la seconde en 1995 (Wilkie 1995). Nous donnons un bref aperçu des trois modèles à la section 4.7.1. Pour plus de détails sur les trois versions du modèle de Wilkie, veuillez consulter l'Annexe A.1.

Le deuxième GSE que nous utilisons est un modèle graphique mis au point par Oberoi et coll. (2018) à l'aide de données économiques du Royaume-Uni. Pour le présent rapport, nous utilisons la même méthodologie pour élaborer et paramétrer un modèle pour l'économie des États-Unis à l'aide des données américaines.

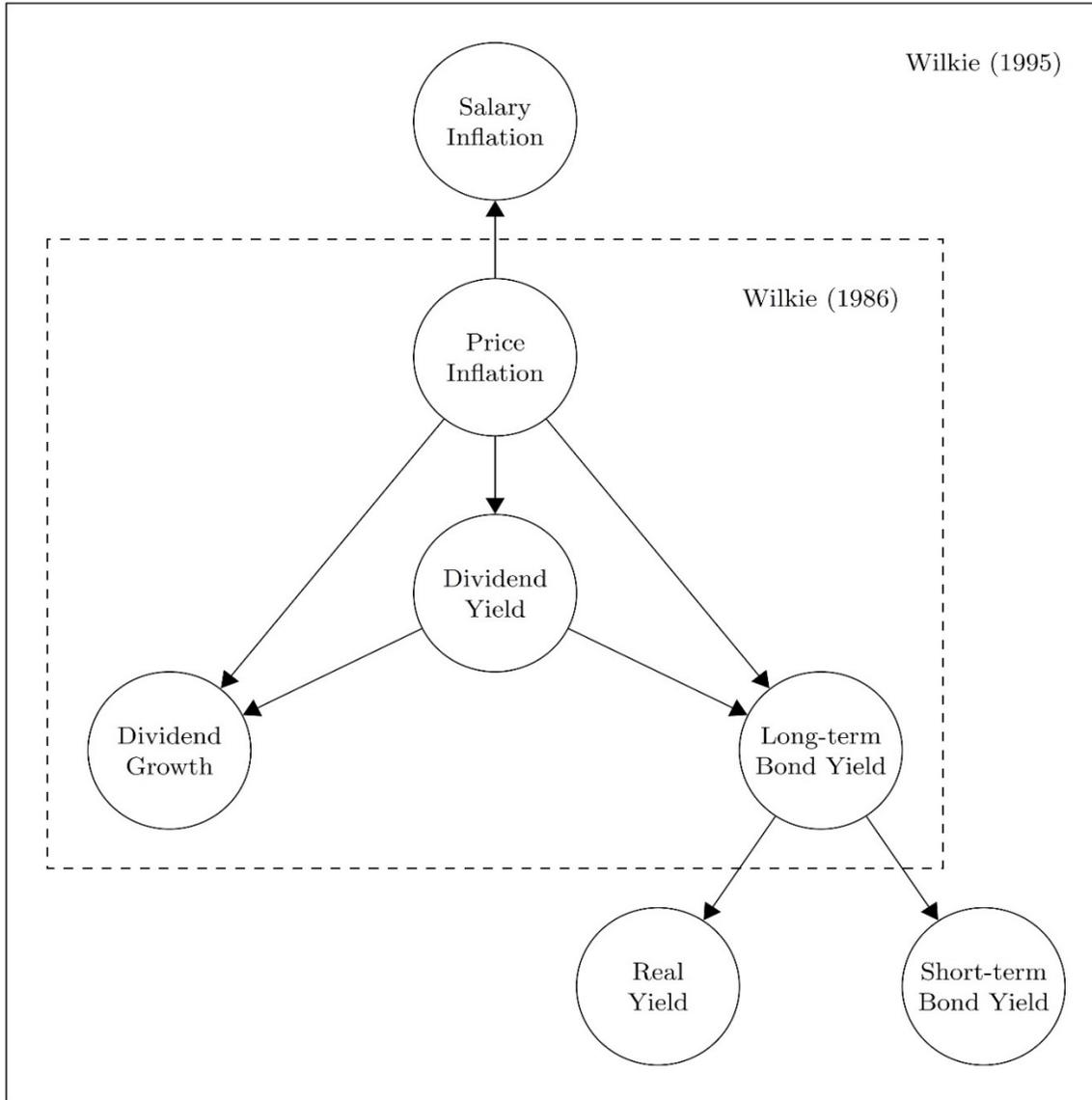
Dans l'approche graphique, la dépendance entre les variables est représentée par des « limites » dans un graphique qui relie les variables ou des « nœuds ». Cette approche nous permet de supposer une indépendance conditionnelle entre les variables et de fixer leurs corrélations partielles à zéro et de prévoir une spécification plus parcimonieuse du modèle. Deux variables peuvent être reliées par au moins une variable intermédiaire, pour qu'elles puissent tout de même être faiblement corrélées. L'approche graphique est facile à mettre en œuvre, elle est souple, transparente et facile à appliquer à différents ensembles de données (p. ex., des pays). Puisque le modèle de Wilkie (Wilkie et coll. 2011) n'est paramétré qu'aux données du R.-U., nous n'utiliserons que le modèle graphique comme GSE pour les États-Unis. Nous expliquerons ce modèle à la section 4.7.2.

4.7.1 Modèle de Wilkie

Le modèle de Wilkie est un modèle de séries chronologiques autorégressives à plusieurs variables qui repose sur une structure en cascade, comme le démontre le graphique 1. L'inflation des prix influe sur toutes les autres variables du modèle. Parmi les autres variables, mentionnons le rendement en dividendes, la croissance des dividendes touchés et le rendement des obligations d'État à long terme. Les variables de la zone hachurée de le graphique 1 sont les variables originales incluses dans le modèle de Wilkie (1986). Les autres variables ont été ajoutées au modèle de Wilkie (1995). Le modèle complet et les valeurs paramétriques pertinentes sont indiqués à l'Annexe A.1.

⁷ Cette répartition de l'actif se veut un exemple d'un régime de retraite type des États-Unis.

Graphique 1
Modèles de Wilkie : Structure en cascade



Source : Wilkie (1986, 1995). *Ce graphique est disponible en anglais seulement.

4.7.2 Modèle graphique

Dans un GSE à modèle graphique, nous intégrons d’abord un modèle de séries chronologiques à une variable, habituellement un processus AR(1), à chaque variable économique, comme suit :

$$Z_{(i,t)} = Y_{(i,t)} + \mu_{(i,t)}. \quad (1)$$

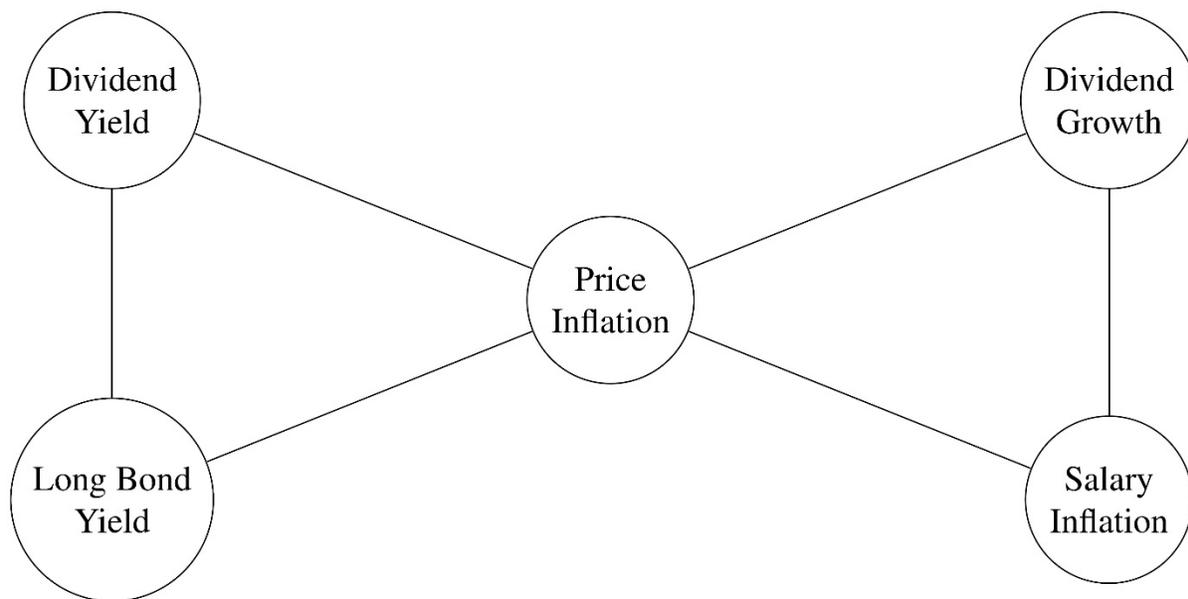
$Y_{(i,t)}$ est une série chronologique autorégressive du premier ordre à volatilité constante :

$$Y_{(i,t)} = \beta_i Y_{(i,t-1)} + \varepsilon_{(i,t)}, \quad (2)$$

où $\varepsilon_{(i,t)}$ est affiché dans un modèle graphique. Ainsi, $Y_{(i,t)}$ représente la volatilité courante de la moyenne de la variable économique.

Les innovations $\varepsilon_{(i,t)}$ sont modélisées à l'aide d'une approche graphique. La méthodologie est décrite en détail à l'annexe A.2. Un modèle graphique est un outil de réduction des dimensions selon lequel il n'est pas nécessaire d'estimer toutes les paires d'innovations. Nous déterminons plutôt les indépendantes conditionnelles et nous estimons les corrélations entre les variables qui ne sont pas conditionnellement indépendantes. Par exemple, les graphiques 2 et 3 montrent les structures que nous utilisons pour le Royaume-Uni et les États-Unis respectivement⁸. La méthodologie appliquée pour déterminer la structure graphique des deux pays est identique. La différence de structure est attribuable à la différence au chapitre des données dans les deux pays. Les valeurs paramétriques estimatives sont fournies à l'annexe A.2.

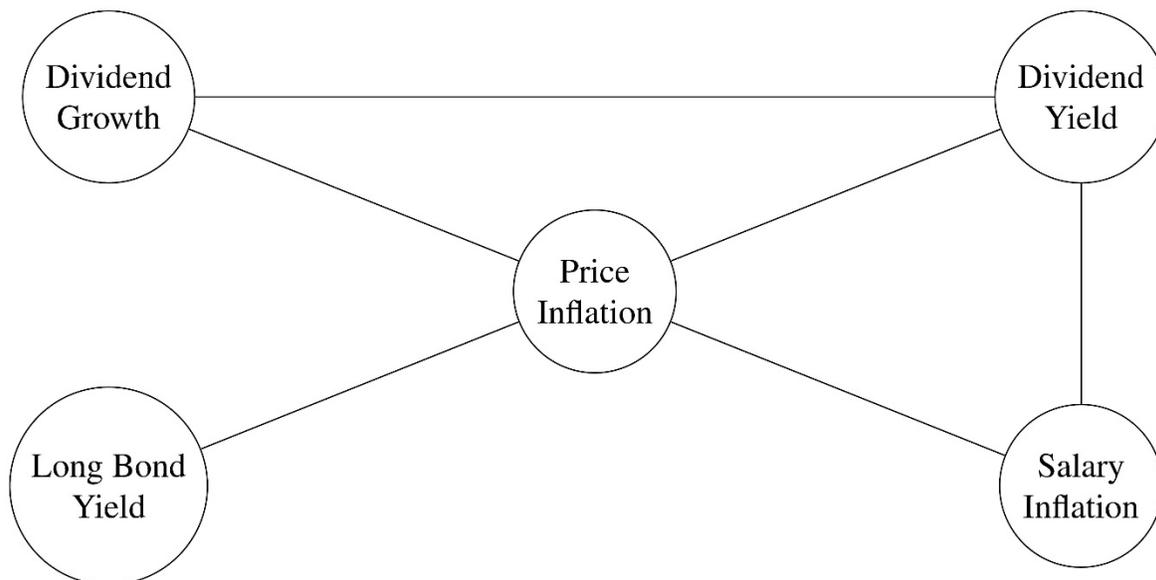
Graphique 2
Structure graphique pour le Royaume-Uni



*Ce graphique est disponible en anglais seulement.

⁸ Contrairement au modèle de Wilkie, la structure graphique ne comporte pas de flèches, ce qui signifie qu'il n'existe pas d'hypothèse selon laquelle une variable économique en contrôle une autre, mais simplement qu'elles partagent une certaine association.

Graphique 3
Structure graphique pour les États-Unis



*Ce graphique est disponible en anglais seulement.

4.8 Modèle de mortalité

Les projections futures du passif d’un régime de retraite dépendront également des hypothèses de mortalité. Les récents progrès de la modélisation actuarielle de la mortalité nous fournissent une gamme d’autres modèles de mortalité qui conviennent à notre mission.

Cairns et coll. (2009) fournissent une comparaison quantitative de huit modèles stochastiques de mortalité à l’aide de données de l’Angleterre, du Pays de Galles et des États-Unis. Un aperçu de ce rapport figure à l’annexe B.1. Aux fins du présent rapport, nous utilisons le modèle M7 pour projeter les taux stochastiques de mortalité à terme. À partir de Cairns et coll. (2009), le modèle M7 convient bien aux données du Royaume-Uni et des États-Unis⁹.

La structure du modèle M7, qui modélise $q(t, x)$, la probabilité qu’une personne âgée de x ans à la date t décède entre t et $t+1$, est la suivante :

$$\text{logit } q(t, x) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)} (x - \bar{x}) + k_t^{(3)} [(x - \bar{x})^2 - \sigma^2] + \gamma_{(t-x)}^{(4)}, \quad (3)$$

où

x représente l’âge;

$k_t^{(i)}$ représente l’effet de période;

$\gamma_{(t-x)}^{(i)}$ représente l’effet de cohorte;

⁹ Sur le plan conceptuel, le modèle M7 projette les améliorations futures de la mortalité d’après le nombre d’années futures que nous projetons et l’année de naissance de la personne (l’effet de cohorte).

σ^2 représente la moyenne de $(x - \bar{x})^2$.

Nous paramétrons le modèle M7 à l'aide des données du R.-U. provenant de la HMD pour les hommes et les femmes entre 1961 et 2014, entre 30 et 100 ans.

Pour le régime américain stylisé, nous paramétrons le modèle M7 à l'aide des données américaines de la HMD. À des fins d'analyse de sensibilité, nous vérifions également l'impact de l'utilisation d'une projection déterministe des taux de mortalité à l'aide de la table de mortalité RP-2006 et de la table de projection MP-2018¹⁰.

Section 5 : Méthodologie

Dans la présente section, nous décrivons les méthodes utilisées pour mettre à jour l'analyse du capital économique du régime de retraite du R.-U. et l'appliquer à un plan américain stylisé.

Nous utiliserons les notations suivantes :

A_t : Valeur de l'actif du régime de retraite au moment t .

L_t : Valeur du passif du régime de retraite au moment t .

X_t : Flux monétaires nets au moment t (à l'exception du revenu de placement), ce qui signifie des paiements de rentes, déduction faite des cotisations.

$I(s, t)$: Facteur d'accumulation (valeur cumulée au moment t de 1 \$ investi au moment s). Ces valeurs sont obtenues directement du modèle économique stochastique sous-jacent.

$D(s, t)$: Facteur d'actualisation, c'est-à-dire $D(s, t) = I^{-1}(s, t)$.

Compte tenu de la nature à long terme des risques des régimes de retraite, nous proposons d'utiliser une approche d'élimination, de sorte que l'horizon temporel de notre analyse est établi jusqu'au décès du dernier des participants actuels. Nous supposons que les flux monétaires et les évaluations sont annuels, de sorte que tout excédent ou déficit est déterminé à la fin de chaque année. Nous définissons le vecteur de bénéfice P_t , au moment t , comme suit :

$$P_t = L_{(t-1)} \cdot I_{(t-1; t)} - X_t - L_t, \quad (4)$$

où $t = 1, 2, \dots, T$ et

$$P_0 = A_0 - X_0 - L_0. \quad (5)$$

D'après cette équation, la valeur actualisée courante des bénéfices futurs (VACBF) présentée sous la forme V_0 peut s'exprimer ainsi :

$$V_0 = \sum_{t=0}^T P_t \cdot D_{(0,t)}, \quad (6)$$

où T est l'horizon de retrait. Comme il n'y aura pas de passif résiduel après le décès du dernier participant actuel, $L_T = 0$.

À l'aide de la relation

$$I_{(0,t-1)} \cdot I_{(t-1,t)} = I_{(0,t)} \Rightarrow I_{(t-1,t)} \cdot D_{(0,t)} = D_{(0,t-1)}. \quad (7)$$

¹⁰ Le Retirement Plan Experience Committee de la Society of Actuaries a élaboré une table de mortalité du régime américain à l'aide des données d'une année centrale, 2006. Cette table de base fut ensuite projetée pour 2014 à l'aide de l'échelle de projection MP-2014 (appelée table RP-2014). Pour la présente étude, nous avons utilisé la table de base et nous l'avons désignée table RP-2006. La plus récente échelle de projection de la mortalité (MP-2018) a ensuite été appliquée pour projeter les taux de mortalité futurs.

et vu que $D_{0,0} = 1$, l'équation 6 peut être reformulée ainsi :

$$V_0 = A_0 - \sum_{t=0}^T X_t \cdot D_{(0,t)} \cdot (8)$$

Selon une interprétation intuitive de l'équation 8, la VACBF représente la valeur actualisée de l'excédent ou du déficit final, c'est-à-dire si le niveau actuel de l'actif, A_0 , et les cotisations futures, sont suffisants pour verser toutes les prestations futures. Il convient de noter que la valeur du passif ne joue pas un rôle direct dans cette mesure; il est plutôt pris en compte dans les flux monétaires actualisés, X_t .

Comme les flux monétaires futurs et le rendement de l'actif sont des variables aléatoires qui dépendent de la concrétisation aléatoire future des variables économiques et de mortalité sous-jacentes, la valeur actualisée de l'excédent ou du déficit final, V_0 , est également une variable aléatoire. En revanche, l'actuaire chargé de l'évaluation fournit une estimation ponctuelle de la valeur actuelle des provisions techniques futures, L_0 .

De ce point de vue, V_0 peut être divisée et exprimée comme suit :

$$V_0 = (A_0 - L_0) + [L_0 - \sum_{t=0}^T (X_t \cdot D_{(0,t)})]. (9)$$

où la première composante indique l'excédent ou le déficit de l'évaluation courante et la seconde, les gains ou pertes actuariels émergents.

Il convient de noter que l'estimation ponctuelle de la valeur des provisions techniques, L_0 , ne joue pas un rôle direct dans le calcul de V_0 . Par exemple, une base d'évaluation prudente produirait une valeur élevée conservatrice pour L_0 , ce qui entraînerait un important déficit d'évaluation courant, mais il sera compensé par une hausse correspondante des gains actuariels émergents et vice versa.

Pour le régime du Royaume-Uni, nous n'utilisons pas l'amortissement des déficits pour assurer la cohérence avec Porteous et coll. (2012). Toutefois, pour le régime américain stylisé, nous intégrons l'amortissement comme suit : si la période d'amortissement est 1, c'est-à-dire qu'il y a une injection immédiate de fonds de la part du répondant pour couvrir entièrement tout déficit, nous avons

$$V_0 = A_0 - \sum_{t=0}^T X_t \cdot D_{(0,t)} + Y_0, (10)$$

où Y_0 est l'injection de fonds au moment 0, de sorte que $Y_0 = L_0 - A_0$. Nous obtenons donc l'équation suivante :

$$V_0 = A_0 - \sum_{t=0}^T X_t \cdot D_{(0,t)} + L_0 - A_0, (11)$$

qui est simplifiée à

$$V_0 = L_0 - \sum_{t=0}^T X_t \cdot D_{(0,t)}. (12)$$

Si la période d'amortissement dépasse n années, nous obtenons

$$V_0 = A_0 - \sum_{t=0}^T X_t \cdot D_{(0,t)} + \sum_{t=0}^{n-1} Y_t \cdot D_{(0,t)}, (13)$$

où Y_t représente l'injection de fonds au moment t . Nous utiliserons l'équation 13 pour notre analyse d'un régime américain stylisé.

Nous utiliserons V_0 comme mesure de risque dans un régime de retraite PD. Toutefois, il serait utile d'utiliser une certaine forme d'uniformisation pour que la mesure ne dépende pas des éléments suivants :

- La **devise**, car l'un de nos principaux objectifs dans le cadre de la présente recherche consiste à comparer les risques d'un régime de retraite dans des pays différents, notamment le Royaume-Uni et les États-Unis;
- L'**échelle**, car différentes structures de prestations supposeraient une ampleur différente de l'actif et du passif du régime; la comparaison des valeurs absolues des risques pour différents types de régimes de retraite ne sera pas significative.

La VACBF uniformisée, que nous désignerons par V_0^* , peut se définir de bien des façons; voici deux approches :

- $V_0^* = \frac{V_0}{A_0}$: Sur le plan conceptuel, ce montant peut être interprété comme l'augmentation proportionnelle de l'actif requis pour respecter toutes les obligations de prestations dans un scénario particulier.
- $V_0^* = \frac{V_0}{L_0}$: Sur le plan conceptuel, ce montant peut être interprété comme le vecteur de poids proportionnel qui doit être ajouté au passif de sorte que si nous avons un actif équivalant au passif avec poids, nous serions en mesure de respecter toutes les obligations de prestations futures dans un scénario particulier.

L'information contenue dans V_0^* est la même pour l'une ou l'autre de ces approches, dans la mesure où la même normalisation est utilisée de façon constante dans tout le processus. Nous utiliserons la normalisation $\frac{V_0}{A_0}$ aux fins du présent rapport.

Une mesure de risque sous forme de capital économique peut ensuite être définie comme suit :

Le capital économique d'un régime de retraite correspond à la marge d'augmentation de l'actif actuel pour satisfaire aux obligations nettes relatives aux prestations avec un degré de confiance prescrit. Les obligations nettes au titre des prestations d'un régime sont toutes des obligations à l'égard des participants actuels, y compris les services futurs, déduction faite des cotisations futures au régime.

Cette définition est conçue pour être conforme à nos travaux antérieurs sur le calcul du capital de solvabilité pour de nombreuses sociétés de services financiers et conglomérats différents (Porteous et Tapadar 2005, 2008a, 2008b); elle est donc générique et souple sur le plan des horizons temporels et des méthodes d'évaluation du passif. Toutefois, en raison de la nature à long terme des obligations au titre des prestations de retraite, il importe d'utiliser toute la période de retrait comme horizon temporel.

La quantification réelle du capital économique, au moyen de la distribution de la variable aléatoire V_0^* , peut être effectuée de l'une des façons suivantes :

- **Valeur-à risque (VaR)** : La VaR est définie comme $P[V_0^* \leq \text{VaR}] = p$, pour une probabilité p donnée. La VaR représente le montant de l'actif initial nécessaire au moment 0 (en plus de l'actif existant) pour que le régime de retraite respecte toutes ses obligations futures avec la probabilité p , ou le niveau de confiance $(1 - p)$.
- **Perte prévue (PP)** : La PP se définit comme la moyenne de toutes les pertes supérieures ou égales à la valeur de la VaR pour un niveau de probabilité donné p , c'est-à-dire $E[V_0^* | V_0^* \leq \text{VaR}]$. En d'autres termes, la PP fournit une estimation de la valeur prévue des pertes dans la pire proportion p des cas¹¹.

Ces définitions de la VaR et de la PP se fondent sur McNeil et coll. (2015).

¹¹ La PP et l'espérance conditionnelle unilatérale (ECU) évoquent le même concept.

À la date de préparation de Porteous et coll. (2012), on a constaté que les organismes de réglementation envisageaient une mesure de la VaR au niveau du 0,5^e centile (ou niveau de confiance du 99,5^e centile) sur un horizon d'un an^{12,13}. C'est pourquoi l'étude de 2012 a adopté la VaR au niveau de confiance du 99,5^e centile, mais a utilisé la période de retrait complète comme horizon temporel. Dans le reste du présent document, pour tous nos résultats, nous présenterons des valeurs représentatives de la VaR et de la PP se situant au 0,5^e centile.

Section 6 : Résultats du régime de retraite du R.-U.

Dans cette section, nous présentons les résultats pour le régime de retraite du Royaume-Uni. Comme nous en avons discuté à la section 4.7, deux GSE sont disponibles pour notre analyse : le modèle de Wilkie et le modèle graphique. Dans un premier temps, nous exécuterons les deux pour notre cas de base afin de vérifier l'incidence des autres GSE. Toutefois, aux fins de l'analyse de sensibilité, nous n'utiliserons que le modèle graphique. Cela s'explique principalement par le fait que le modèle de Wilkie n'est étalonné qu'en fonction des données économiques du Royaume-Uni. Nous n'utiliserons donc que le GSE graphique pour le régime américain stylisé. Par conséquent, le fait de se concentrer sur le modèle graphique du Royaume-Uni et des États-Unis et de l'utiliser produira des résultats uniformes¹⁴.

6.1 Scénario de base

Les résultats de notre scénario de base, qui repose sur 100 000¹⁵ simulations, sont présentés dans le graphique 4, qui révèle la distribution intégrale de V_0^* . Les valeurs représentatives de la VAR et de la PP sont présentées au tableau 6¹⁶. Il convient de noter que la mesure de la PP est établie uniquement à partir des données simulées et qu'elle sera donc sous-estimée, car la queue entière de la distribution ne peut être saisie par les simulations. Il y a sous-estimation puisque les simulations ne saisissent pas entièrement les queues de la distribution. Toutefois, nous n'utilisons aucune approximation, car cela signifie que nous devrions choisir une distribution (p. ex., une distribution exponentielle, la loi de Pareto) pour établir l'approximation. Cela rendrait l'exercice plus compliqué et nous ne croyons pas qu'il apporterait beaucoup plus de valeur.

- Les différences dans les résultats entre le GSE de Wilkie et le GSE graphique reflètent les différents mécanismes des variables économiques modélisées¹⁷.
- La valeur médiane de V_0^* est 25 % et 14 % de A_0 pour les modèle graphique et de Wilkie, respectivement, ce qui indique qu'en moyenne, les deux modèles suggèrent une valeur actualisée positive des excédents (d'environ dix milliards de livres et six milliards de livres en vertu des modèles graphique et de Wilkie, respectivement).
- Comme prévu, tant le tableau 6 que le graphique 4 montrent que, pour des niveaux de confiance plus élevés (ou des centiles moins élevés), il faut des montants plus élevés d'actif supplémentaire, auquel cas la PP augmente considérablement.

¹² Il convient de noter la différence d'horizon temporel entre notre analyse, qui représente un retrait complet du passif, et cet horizon d'un an. L'horizon d'un an nécessiterait un capital économique bien moindre.

¹³ Depuis les observations au moment de la rédaction de Porteous et coll. (2012), les organismes de réglementation n'ont pas mis à jour leur réflexion quantitative.

¹⁴ Certes, la structure des modèles du Royaume-Uni et des États-Unis est quelque peu différente et ces modèles sont étalonnés selon le pays.

¹⁵ Bien que les résultats du cas de base pour le régime du R.-U. utilisent 100 000 simulations, tous les autres résultats indiqués utilisent 10 000 simulations. La raison de cet écart découle purement du temps nécessaire des services informatiques.

¹⁶ Bien que les tables insistent sur la médiane et le 99,5^e centile (l'accent de la présente analyse), le lecteur peut observer la distribution complète des résultats indiqués dans les graphiques.

¹⁷ Il existera toujours une différence entre les différents GSE. Si des ressources suffisantes sont disponibles, l'analyse d'un problème à l'aide de plusieurs GSE pourrait donner des points de vue précieux.

Tableau 6

Scénario de base en matière de capital économique (en pourcentage de $A_0 = 41,6$ milliards £) à des niveaux de probabilité différents

Centile	Modèle graphique		Modèle de Wilkie	
	VaR	PP	VaR	PP
50 ^e	25	-13	14	-14
10 ^e	-36	-74	-31	-55
0,5 ^e	-153	-198	-101	-126

6.2 Sensibilité à la répartition de l'actif

Pour le reste de l'analyse, nous n'utilisons que le GSE graphique, dont les détails figurent à l'annexe A.2. Nous modifions la stratégie du scénario de répartition de l'actif du scénario de base, qui passe de 70 % en actions/30 % en obligations à 30 % en actions/70 % en obligations. Nos constatations sont énoncées au tableau 7 et dans le graphique 5, qui indiquent les résultats du scénario de base et les résultats de la stratégie de répartition de l'actif modifiée pour faciliter la comparaison. Toutes les autres hypothèses demeurent les mêmes que celles du scénario de base. Nous formulons les observations suivantes :

- Pour un placement accru d'obligations, la distribution de V_0^* s'est déplacée vers la gauche et elle est davantage dispersée.
- Le déplacement de la distribution vers la gauche indique une plus grande probabilité de déficits plus imposants. Cette situation se confirme dans la médiane (50^e centile) de V_0^* , qui affiche une perte de 21 % de A_0 sur le plan de la VaR (par rapport à un excédent de 25 % de A_0 pour les résultats du scénario de base).
- Les tendances de sensibilité peuvent s'expliquer par le fait que les rendements attendus des obligations sont plus faibles à long terme que ceux des actions. Ainsi, une affectation plus élevée aux obligations peut entraîner des pertes éventuellement plus importantes, ce qui se reflète dans le déplacement vers la gauche et une plus grande dispersion de la distribution.
- En outre, les obligations à taux fixe ne s'apparient pas bien au passif réel (le passif du régime de retraite du R.-U. est entièrement protégé contre l'inflation). Par conséquent, l'augmentation de l'affectation aux obligations nominales a aggravé le risque, produisant ainsi une distribution à queue plus large.

Tableau 7

Capital économique (en pourcentage de $A_0 = 41,6$ milliards £) pour le scénario de base et 30 % d'actions/70 % d'obligations à l'aide du modèle graphique

Centile	70 % d'actions/30 % d'obligations (scénario de base)		30 % d'actions/70 % d'obligations	
	VaR	PP	VaR	PP
50 ^e	25	-13	-21	-72
10 ^e	-36	-74	-103	-149
0,5 ^e	-153	-198	-245	-296

6.3 Sensibilité aux taux de cotisation

Nous analysons l'incidence des variations du taux de cotisation de base de 22,5 %. Nous envisageons deux autres cas arbitraires : un taux de cotisation majoré de 25 % des salaires et un taux de cotisation réduit de 20 %. Toutes les autres hypothèses sont les mêmes que pour le scénario de base, y compris la stratégie de répartition de l'actif de 70 % en actions et de 30 % en obligations.

Nous présentons nos constatations au tableau 8 et dans le graphique 6. Il convient de noter que nous avons également inclus les résultats du scénario de base au tableau 8 pour faciliter la comparaison. De même, dans les deux diagrammes du graphique 6, nous avons inclus la distribution de V_0^* pour le scénario de base comme courbe grise en arrière-plan. Nous formulons les observations suivantes :

- Par rapport aux répercussions de la modification de la stratégie de répartition de l'actif, les variations des taux de cotisation ont un effet beaucoup moins important sur le risque global.
- Par exemple, au niveau de confiance de 99,5 % (c.-à-d. le centile 0,5 %), une diminution des cotisations de 2,5 % (de 22,5 % à 20 % du salaire) se traduit par une augmentation des pertes de 153 % à 160 % de l' A_0 sur le plan de la VaR. Par ailleurs, la hausse du taux de cotisation à 25 % produit une perte moindre de 146 % comparativement à 153 % pour le scénario de base.
- Des déplacements à gauche et à droite de la distribution V_0 pour les taux de cotisation réduits et accrus, respectivement, peuvent également être observés dans le graphique 6. Il convient toutefois de souligner que l'ampleur des changements est relativement faible par rapport à l'incidence des modifications apportées à la stratégie de répartition de l'actif. Pour que l'effet de la variation des cotisations soit semblable à celui de la variation de la répartition de l'actif, le taux de cotisation devrait changer de plus de 50 % (c.-à-d. à des taux alternatifs inférieurs à 11 % ou supérieurs à 33 %).

Tableau 8

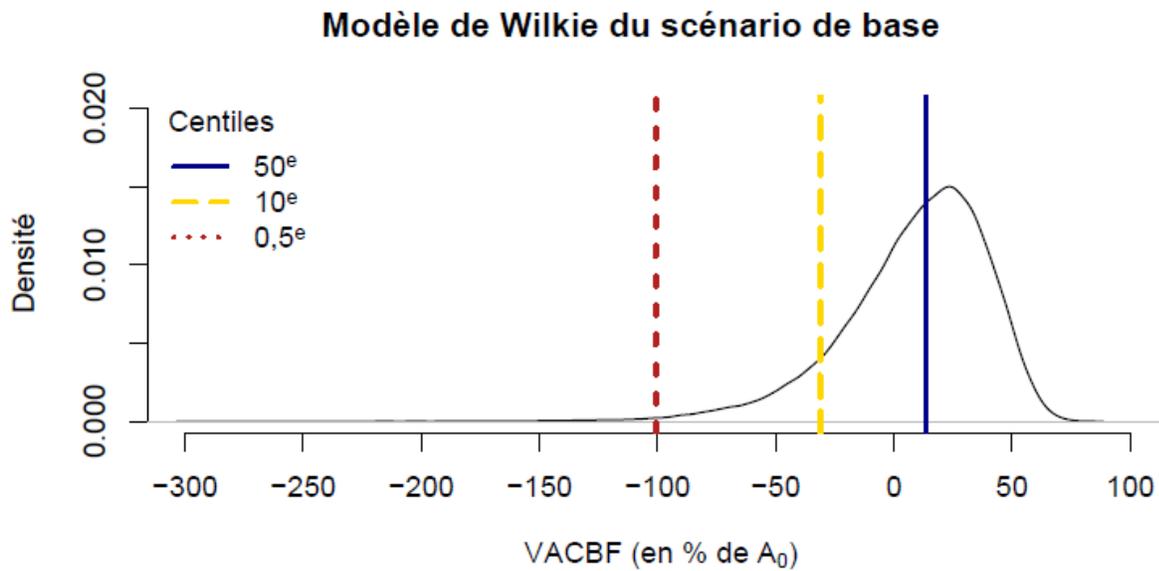
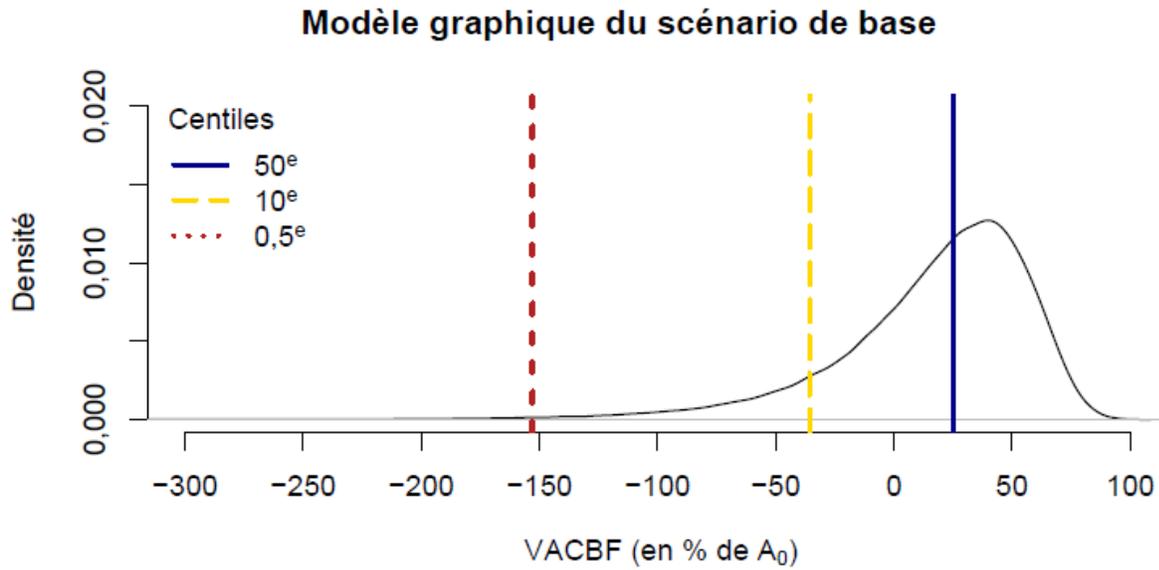
Capital économique (en pourcentage de $A_0 = 41,6$ milliards £) pour différents taux de cotisation à l'aide du modèle graphique

Taux de cotisation en pourcentage du salaire						
	20 %		22,5 % (scénario de base)		25 %	
Centile	VaR	PP	VaR	PP	VaR	PP
50 ^e	21	-18	25	-13	29	-8
10 ^e	-41	-80	-36	-74	-30	-68
0,5 ^e	-160	-208	-153	-198	-146	-191

6.4 Graphiques

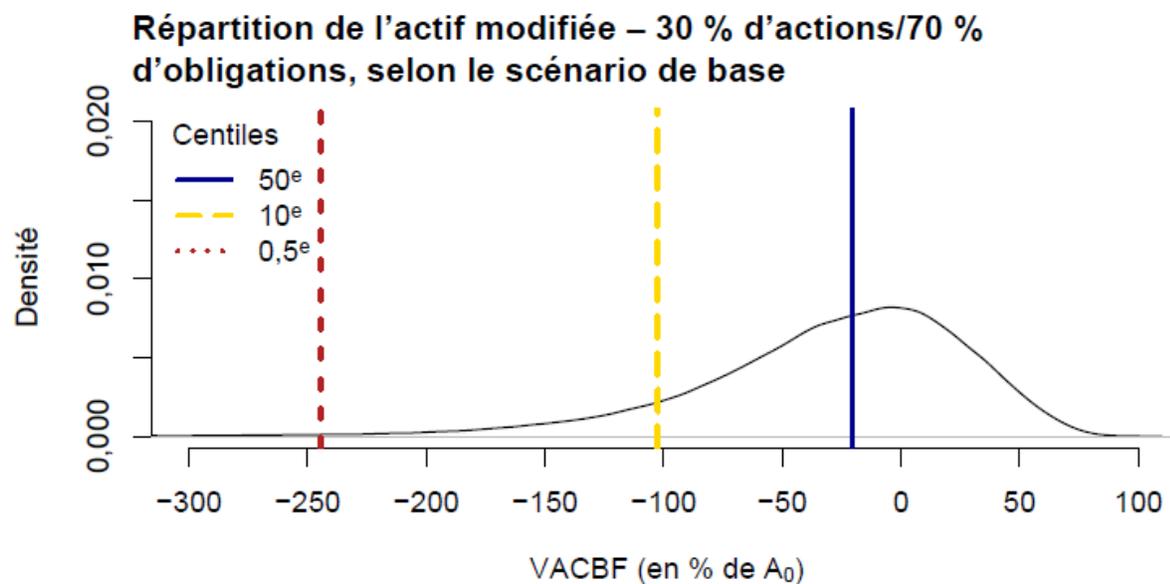
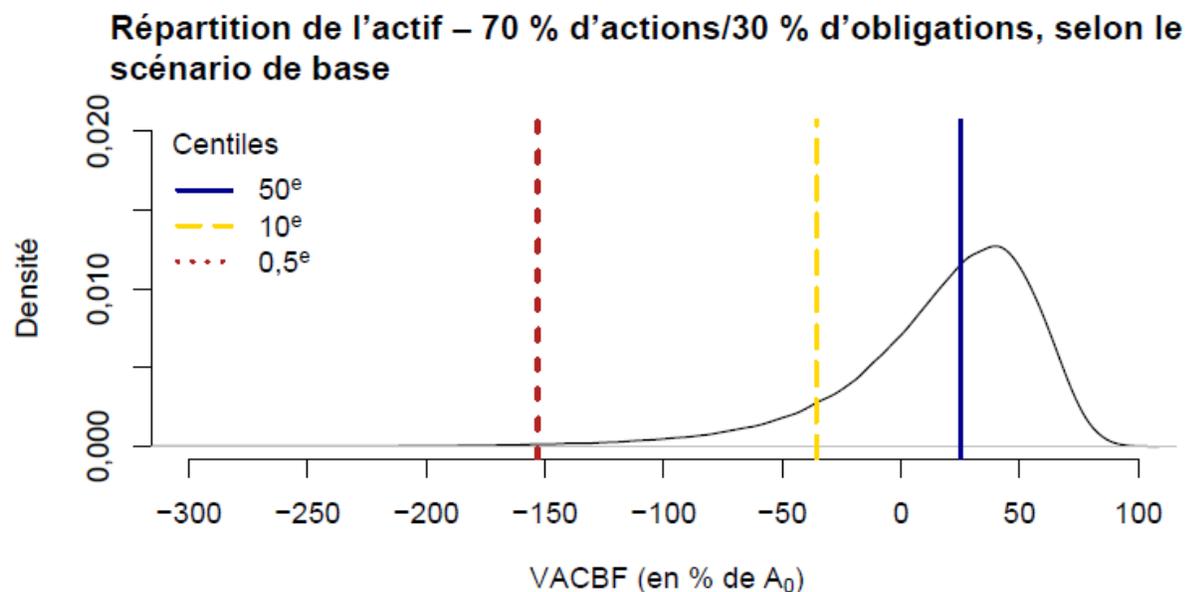
Graphique 4

Distributions de scénario de base de V_0^* (en pourcentage de $A_0 = 41,6$ milliards £) pour les modèles graphique et de Wilkie



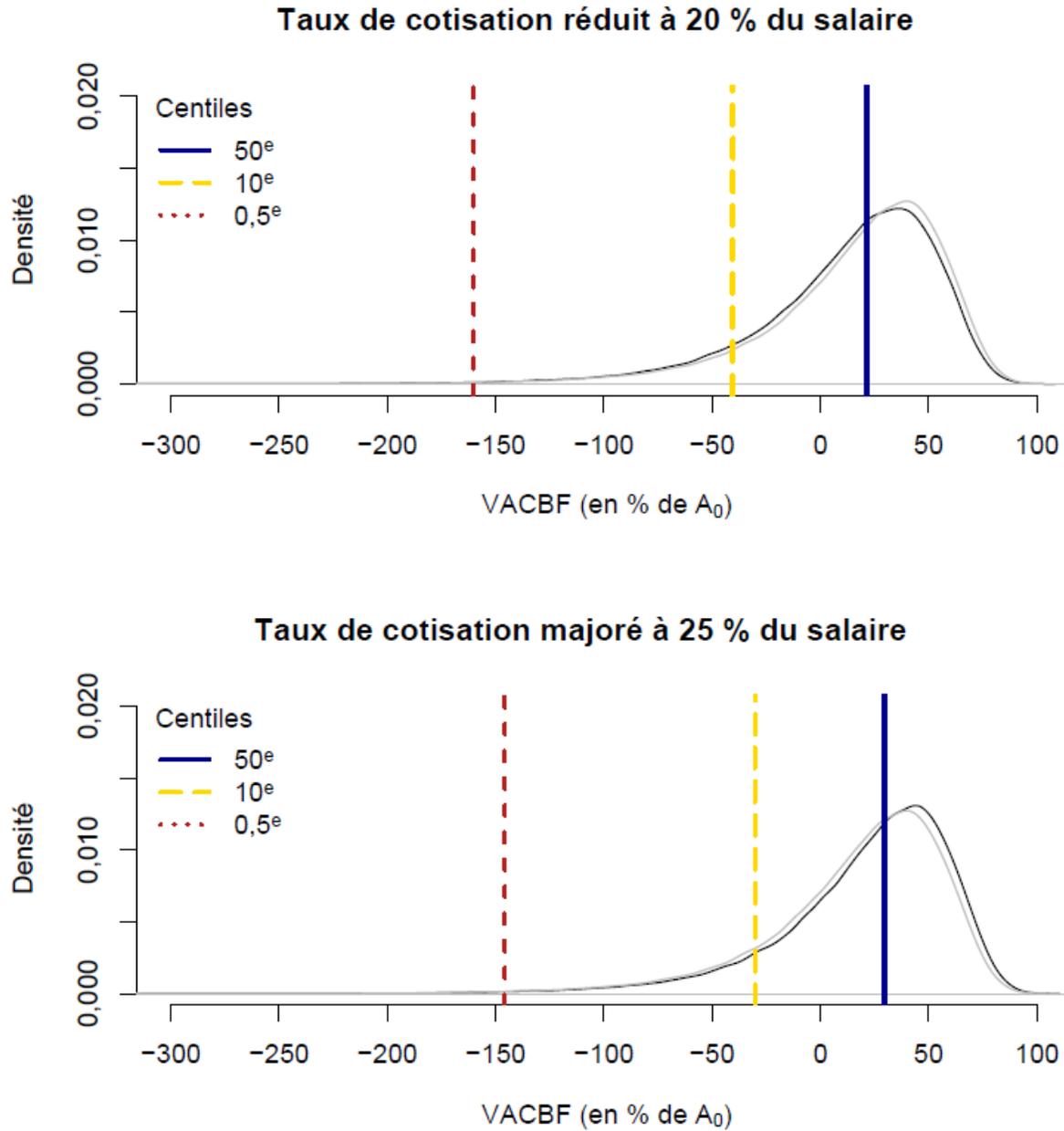
Graphique 5

Distributions de scénario de base de V_0^* (en pourcentage de $A_0 = 41,6$ milliards £) pour le scénario de base – 30 % d’actions/70 % d’obligations à l’aide du modèle graphique



Graphique 6

Distributions de scénario de base de V_0^* (en pourcentage de $A^0 = 41,6$ milliards £) pour le taux de cotisation de 20 % et 25 %, à l'aide du modèle graphique



La courbe grise en arrière-plan indique le scénario de base aux fins de comparaison.

Section 7 : Résultats du régime américain stylisé

Dans cette section, nous présentons les résultats du régime américain stylisé. Comme nous l'avons mentionné précédemment, seul le GSE graphique est utilisé pour simuler des variables économiques futures. Rappelez-vous que le déficit initial du régime américain stylisé représente 20 % de la valeur du passif.

7.1 Résultats sans amortissement

Nos premiers résultats, fondés sur 10 000 simulations, sont présentés dans le graphique 7. Ce dernier montre la répartition complète de V_0^* selon l'hypothèse indiquant que le déficit initial n'est pas amorti. Les valeurs représentatives de la VaR et de la PP sont présentées au tableau 9. Nous formulons les observations suivantes :

- La valeur médiane de V_0^* est -25% de A_0 , ce qui correspond à un déficit médian de 6,5 millions de dollars, tel que prévu.
- En outre, comme prévu, le tableau 9 et le graphique 7 indiquent que pour les niveaux de confiance plus élevés (ou les centiles moins élevés), davantage d'actifs sont nécessaires, et la PP marque une hausse sensible.

7.2 Scénario de base

Comme il a été mentionné à la Section 5, nous supposons que le déficit initial est amorti sur un certain nombre d'années. Ainsi, nous avons :

$$V_0 = A_0 - \sum_{t=0}^T X_t \cdot D_{(0,t)} + \sum_{t=0}^{n-1} Y_t \cdot D_{(0,t)}. \quad (14)$$

Pour notre scénario de base, nous supposons une période d'amortissement de sept ans (c.-à-d., $n = 7$), au cours de laquelle le répondant injecte un total $L_0 - A_0$ réparti également sur les sept années – soit, $Y_t = \frac{1}{7}(L_0 - A_0)$. Il convient de noter que pour notre scénario, cela représente une cotisation supplémentaire d'environ 4 % des salaires des participants

Les résultats de notre scénario de base sont présentés dans le graphique 8, qui indique la distribution complète de V_0^* . Les valeurs représentatives de la VaR et de la PP sont présentées au tableau 9. Nous formulons les observations suivantes :

- Compte tenu des flux monétaires d'amortissement, la distribution de V_0^* est passée à droite et présente une moins grande dispersion.
- Le passage à droite de la distribution indique une plus faible probabilité de déficits importants. Ce résultat est pris en compte dans la médiane (50^e centile) de V_0^* , qui révèle une perte de 1 % de A_0 au chapitre de la VaR (par rapport à un déficit de 25 % de A_0 pour le scénario initial).
- Il convient de noter que si la période d'amortissement est 1, une couverture s'applique immédiatement au montant du déficit et la moyenne de V_0^* sera approximativement zéro puisque la cotisation de base équivaut à l'acquisition future prévue de droits à pension. Toutefois, lorsque la période d'amortissement est de sept ans, nous notons un décalage lors du renflouement du déficit, de sorte qu'en moyenne V_0^* est une valeur négative minime. Nous désignerons cela le scénario de base.

Tableau 9

Capital économique du scénario de base (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars) à des niveaux de probabilité différents, avec et sans amortissement

Centile	Sans amortissement		Avec amortissement	
	VaR	PP	VaR	PP
50 ^e	-25	-88	-1	-60
10 ^e	-121	-187	-92	-156
0,5 ^e	-339	-444	-305	-415

7.3 Sensibilité aux stratégies de répartition de l'actif

Rappelez-vous que la stratégie de répartition de l'actif du scénario de base est supposée constituée de 50 % d'obligations et de 50 % d'actions. Pour tester l'impact des stratégies de répartition de l'actif, nous examinons maintenant deux scénarios : 75 % d'actions et 25 % d'obligations, et 75 % d'obligations et 25 % d'actions. Le tableau 10 et le graphique 9 indiquent les résultats de différentes stratégies de répartition de l'actif. Toutes les autres hypothèses sont les mêmes que celles du scénario de base. Nous formulons les observations suivantes :

- En ce qui concerne l'augmentation des placements en actions, la distribution de V_0^* est passée à droite, car les actions devraient générer des rendements plus élevés à long terme. La distribution est également plus dispersée que dans le scénario de base, car une plus grande exposition aux actions entraîne une plus grande volatilité.
- Le déplacement à droite de la distribution se reflète dans la médiane (50^e centile) de V_0^* , ce qui indique un excédent de 6 % de A_0 sur le plan de la VaR (par rapport à un déficit de 1 % de A_0 pour le scénario de base). La plus grande dispersion se reflète dans le 0,5^e centile, qui est beaucoup plus élevé que le scénario de base.
- En ce qui concerne l'augmentation des placements en obligations, la distribution de V_0^* est passée à gauche. Encore une fois, la dispersion est plus grande que celle du scénario de base, mais moins que celle avec des placements en actions plus élevés.
- La médiane de V_0^* en vertu du scénario de placements accrus en obligations montre une perte de 54 % de A_0 en ce qui concerne la VaR. Les tendances de sensibilité peuvent s'expliquer par le fait que les rendements prévus des obligations sont inférieurs à long terme par rapport aux rendements des actions. Par conséquent, un placement accru en obligations pourrait provoquer de grandes pertes, ce qui est reflété dans le déplacement à gauche¹⁸.

¹⁸ Il convient de noter que pour les petits déplacements des actions vers les obligations, la VaR est améliorée. Au-delà d'un certain déplacement des actions vers les obligations, le rendement moins élevé que prévu des obligations (par rapport aux actions) dépasse les avantages de la concordance des obligations par rapport au passif du régime.

Tableau 10

Capital économique (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars) pour la stratégie de répartition de l'actif à des niveaux de probabilité différents

Centile	75 % d'actions/25 % d'obligations		25 % d'actions/75 % d'obligations	
	VaR	PP	VaR	PP
50 ^e	6	-58	-54	-119
10 ^e	-92	-169	-154	-224
0,5 ^e	-343	-478	-387	-505

7.4 Sensibilité aux taux de cotisation

Dans cette section, nous analysons l'incidence des variations du taux de cotisation de base. Comme il en a été question à la section 4.4, le taux de cotisation du régime américain stylisé est de 10,8 %. Nous examinons deux scénarios pour l'analyse de sensibilité : un taux de cotisation majoré à 13,3 % du salaire (une hausse de 2,5 %) et un taux de cotisation réduit à 8,3 % (une baisse de 2,5 %). Toutes les autres hypothèses sont les mêmes que celles du scénario de base, y compris la stratégie de répartition de l'actif de 50 % en actions et de 50 % en obligations. Nous présentons nos constatations au tableau 11 et dans le graphique 10.

- Par rapport aux répercussions de la modification de la stratégie de répartition de l'actif, les variations des taux de cotisation ont un effet beaucoup moins important sur le risque global.
- Par exemple, au niveau de confiance de 0,5 %, une réduction des cotisations de 2,5 % (de 10,8 % à 8,3 % du salaire) se traduit par une hausse de la perte, qui passe de 305 % à 326 % de A_0 en ce qui concerne la VaR. Par ailleurs, la hausse du taux de cotisation, à 13,3 %, produit un déficit de 286 %.
- Nous pouvons également observer dans le graphique 10 les déplacements à gauche et à droite de la distribution de V_0^* pour la réduction et l'augmentation des taux de cotisation, respectivement. Toutefois, l'ampleur du déplacement à la médiane représente approximativement le huitième de l'impact des changements apportés à la stratégie de répartition de l'actif. L'ampleur du déplacement au 0,5^e centile représente en gros la moitié de l'impact des changements apportés à la stratégie de répartition de l'actif.

Tableau 11

Capital économique (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars) pour des taux de cotisation différents à des niveaux de probabilité différents

Centile	Augmentation des cotisations		Réduction des cotisations	
	VaR	PP	VaR	PP
50 ^e	7	-50	-9	-70
10 ^e	-80	-142	-104	-170
0,5 ^e	-286	-396	-326	-433

7.5 Sensibilité aux tables de mortalité

Nous considérons que la sensibilité de la modification des hypothèses de mortalité est déterministe afin d'établir une comparaison avec la pratique courante. Nous utilisons la table de mortalité RP-2006 et l'échelle de projection MP-2018 plutôt que le modèle M7 étalonné en fonction des données de la HMD¹⁹. Contrairement aux autres tests de sensibilité, les taux de mortalité sont déterministes dans ce cas. Toutes les autres hypothèses demeurent toutefois les mêmes par rapport au scénario de base, et les hypothèses économiques demeurent stochastiques. Il convient de noter que les résultats présentés reposent sur le même ensemble de simulations économiques que dans les sections précédentes. Sur le plan technique, l'utilisation d'hypothèses différentes signifierait que L_0 et les cotisations seraient légèrement différentes. Par souci d'uniformité, nous n'apportons aucun changement aux taux de cotisation ou au passif lorsque nous modifions la table de mortalité. Il convient de souligner que la table RP-2006 affiche des taux de mortalité inférieurs à ceux du modèle M7 étalonné en fonction des données de la HMD. Nous présentons nos constatations au tableau 12 et dans le graphique 11.

- Par rapport au scénario de base, la médiane de la distribution s'est légèrement déplacée vers la droite.
- Puisque la table RP-2006 présente des taux de mortalité inférieurs à ceux du modèle M7, elle a les effets suivants :
 - Il y a plus d'entrées de trésorerie au début, car les prestations sont moins élevées en raison d'un moins grand nombre de décès parmi les participants actifs.
 - Les sorties de trésorerie sont plus élevées vers la fin, car les rentes payées sont plus élevées étant donné que les retraités survivent plus longtemps.
 - Comme les cotisations nettes sont plus élevées plus tôt que les paiements de rente plus élevés, l'impact des cotisations sur V_0^* est plus important. Par conséquent, la médiane augmente à 6 % de A_0 en ce qui concerne la VaR.
- La dispersion a considérablement diminué. Le déficit au centile 0,5 % est de 209 % de l' A_0 en ce qui concerne la VaR comparativement à 305 % pour le scénario de base. Cela est dû :
 - Aux taux de mortalité déterministes;
 - Aux flux monétaires positifs stochastiques plus élevés au début, ce qui rend la distribution moins asymétrique.

Tableau 12

Capital économique (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars) d'après la table de mortalité déterministe RP-2006 et l'échelle de projection MP-2018

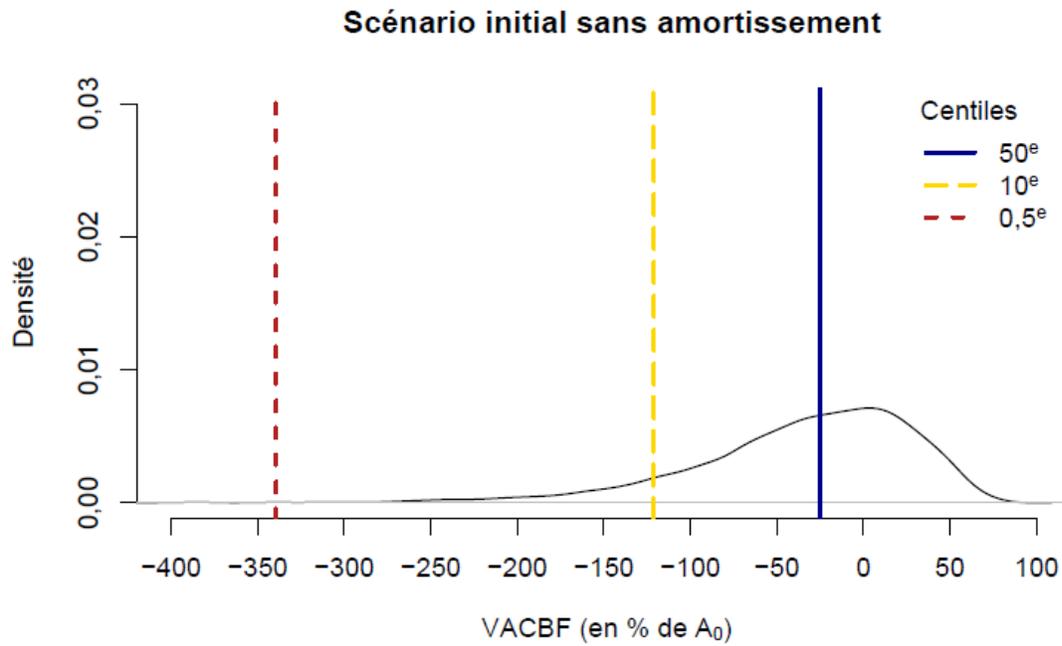
Centile	Scénario de base		Table de mortalité RP-2006	
	VaR	PP	VaR	PP
50 ^e	-1	-60	6	-44
10 ^e	-92	-156	-73	-117
0,5 ^e	-305	-415	-209	-261

¹⁹ Il convient de noter que par souci d'uniformité avec le modèle M7, les hypothèses de mortalité déterministes sont également tronquées à l'âge de 100 ans.

7.6 Graphiques

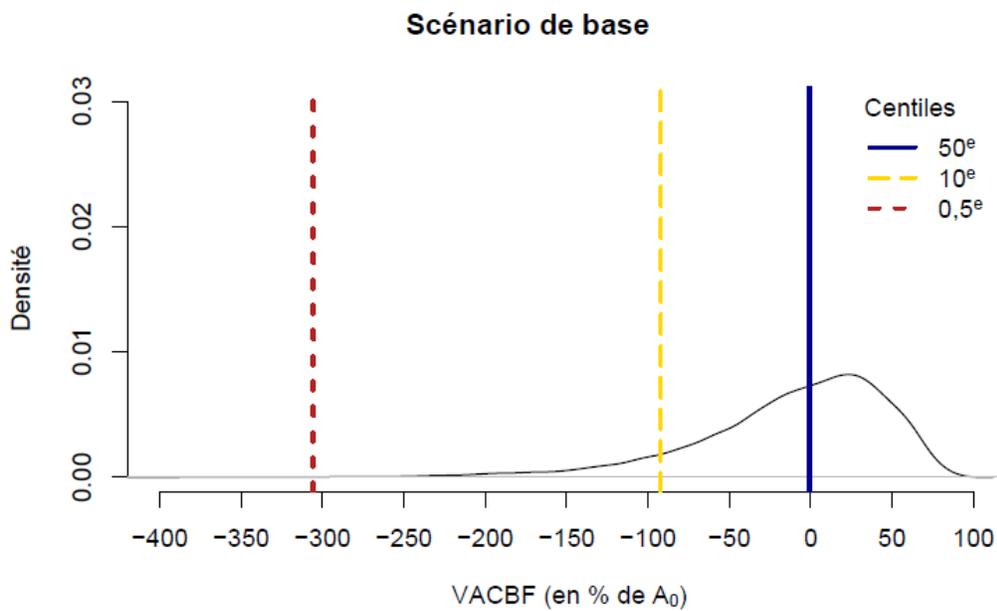
Graphique 7

Scénario initial sans distributions d'amortissement de V_0^* (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars)



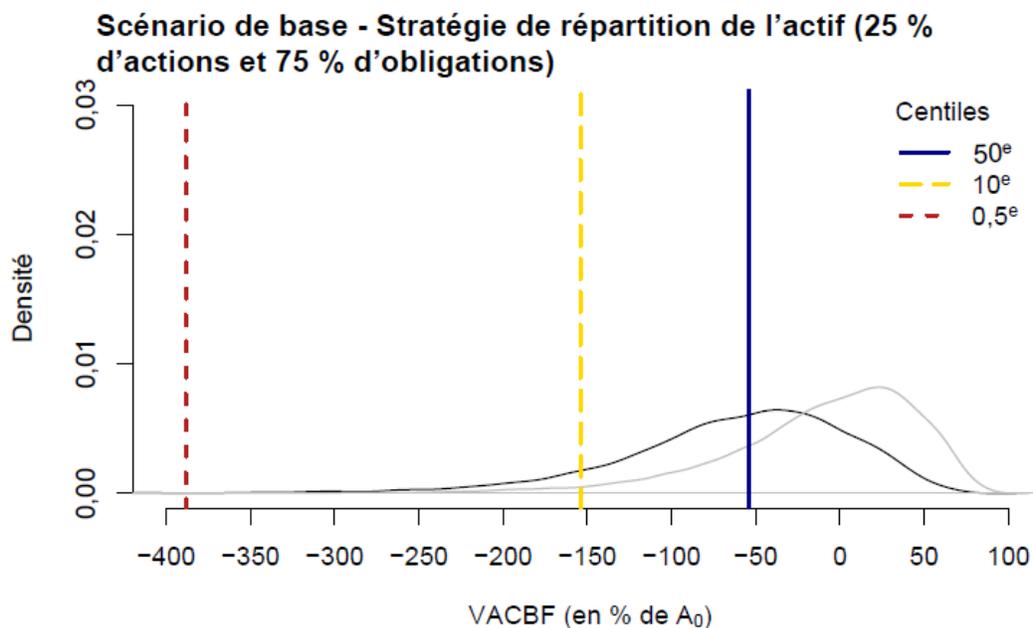
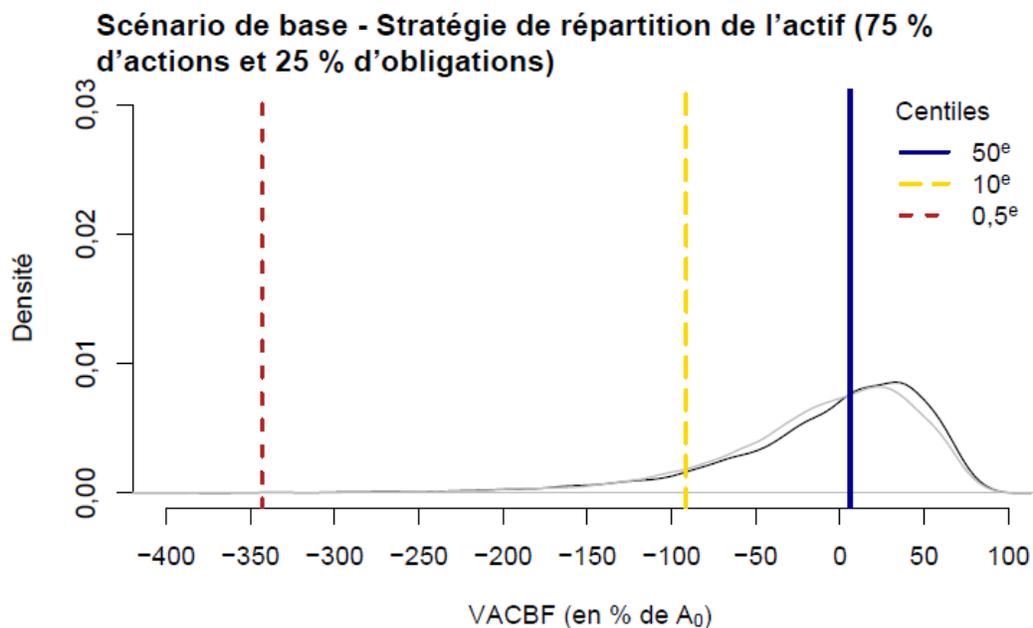
Graphique 8

Distribution de V_0^* du scénario de base (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars)



Graphique 9

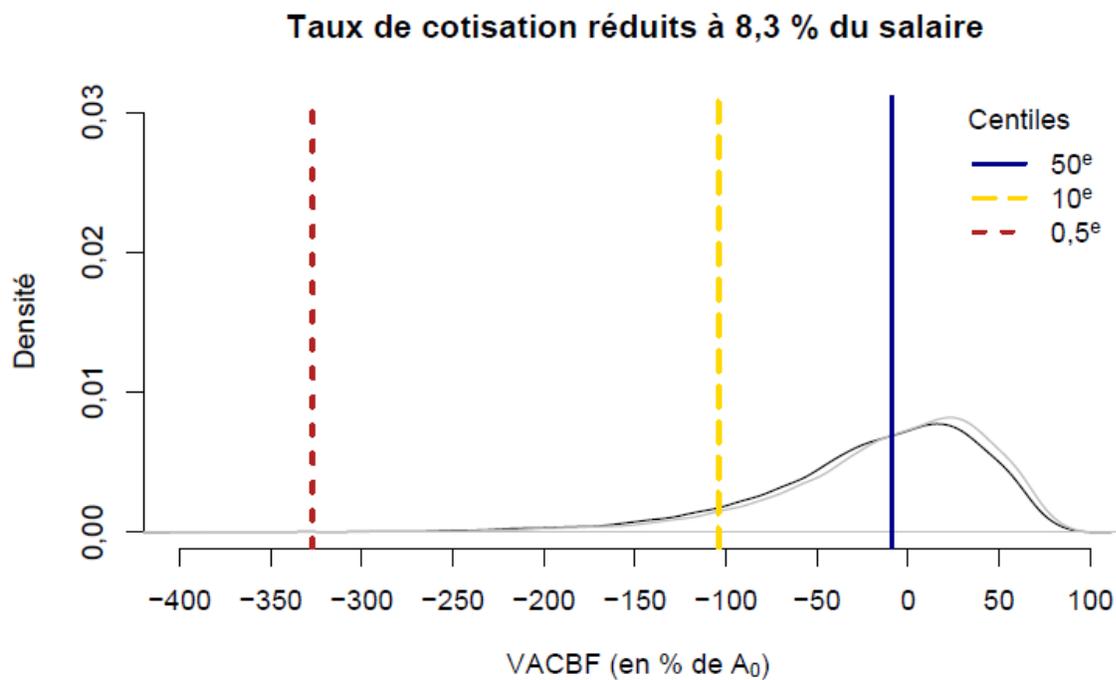
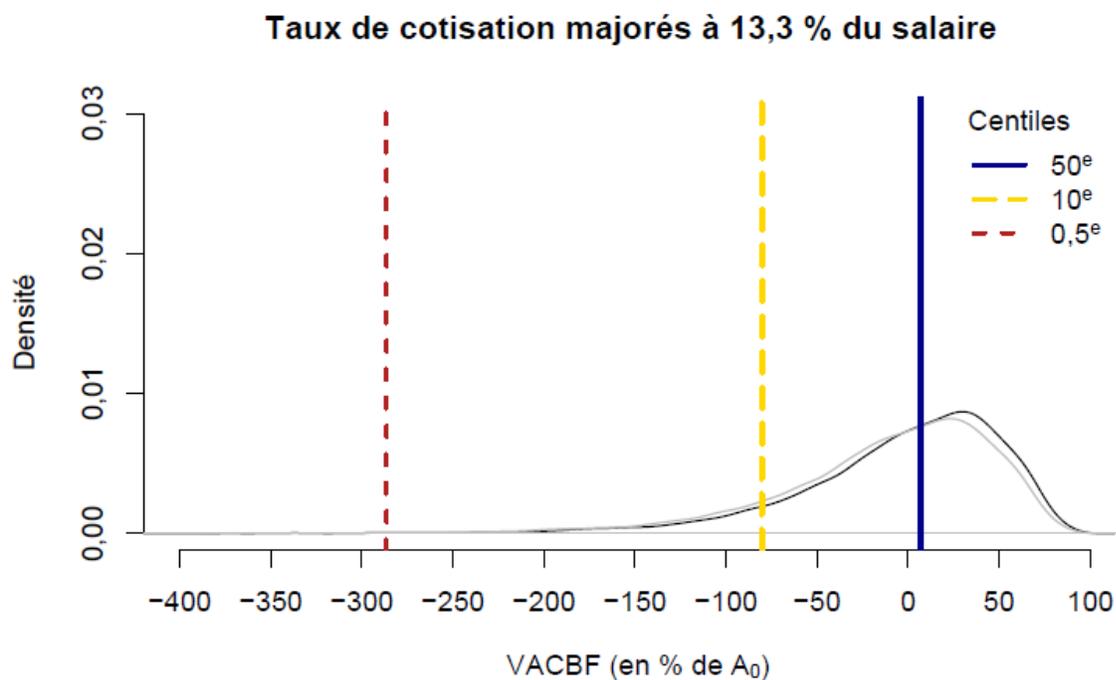
Distribution de V_0^* (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars) pour des stratégies différentes de répartition de l'actif



La courbe grise en arrière-plan indique la distribution du scénario de base aux fins de comparaison.

Graphique 10

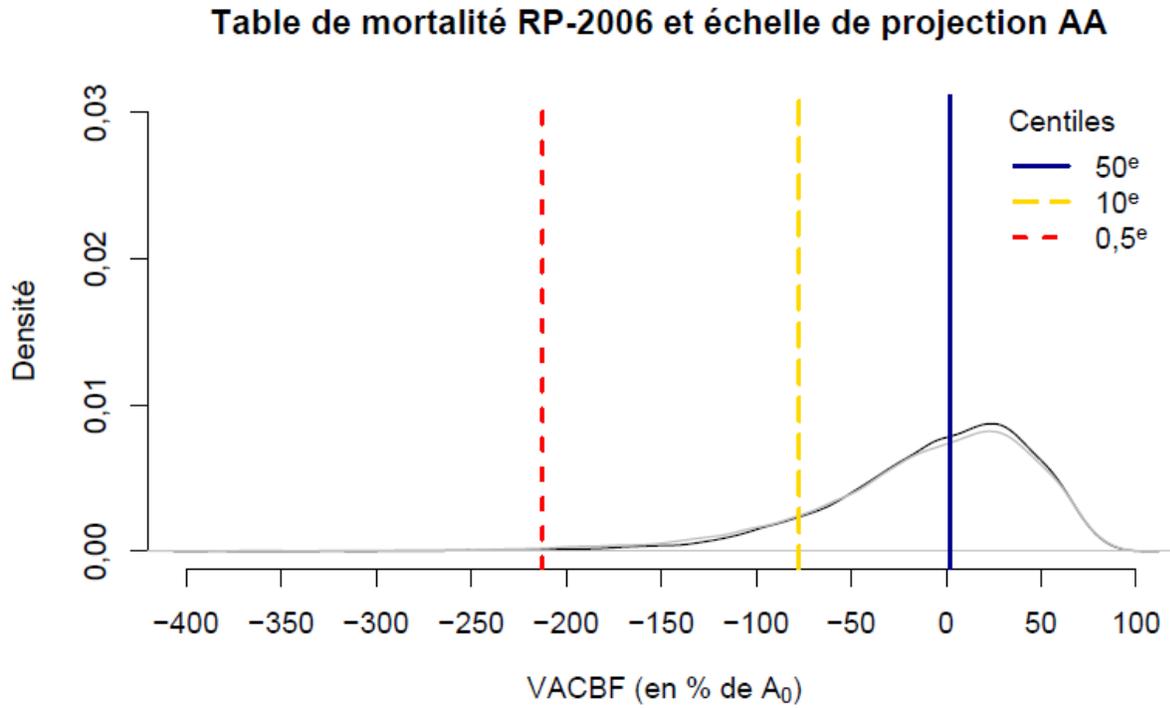
Distribution de V_0^* (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars) pour les taux de cotisation



La courbe grise en arrière-plan indique la distribution du scénario de base aux fins de comparaison.

Graphique 11

Distribution de V_0^* (en pourcentage de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars) à l'aide de la table de mortalité RP-2006 et de l'échelle de projection MP-2018



La courbe grise en arrière-plan indique la distribution du scénario de base aux fins de comparaison.

Section 8 : Conclusion et travaux futurs

Le tableau 13 résume les résultats présentés aux sections 6 et 7.

Tableau 13

Capital économique (en pourcentage de $A_0 = 41,6$ milliards £ pour le régime du R.-U. et de $A_0 = 26,1$ milliards de dollars pour le régime américain) pour le scénario de base et diverses sensibilités à l'aide du modèle graphique

Régime USS	70 % d'actions, 30 % d'obligations (scénario de base)		30 % d'actions, 70 % d'obligations	
Centile	VaR	PP	VaR	PP
50	25	-13	-21	-72
10	-36	-74	-103	-149
0,5	-153	-198	-245	-296
	Taux de cotisation 20 %		Taux de cotisation 25 %	
50	21	-18	29	-8
10	-41	-80	-30	-68
0,5	-160	-208	-146	-191
Régime américain stylisé	75 % d'actions, 25 % d'obligations		25 % d'actions, 75 % d'obligations	
50	6	-58	-54	-119
10	-92	-169	-154	-224
0,5	-343	-403	-387	-505
	Taux de cotisation 8,3 %		Taux de cotisation 13,3 %	
50	-9	-70	7	-50
10	-104	-170	-80	-142
0,5	-326	-433	-286	-396

Les principaux résultats de l'étude sont les suivants :

- En pourcentage de l'actif initial, le régime américain stylisé est plus volatile que le régime du R.-U. Le régime américain stylisé exige plus de trois fois la valeur de son actif initial à titre de coussin du capital économique pour offrir une certitude à 99,5 % de verser les prestations de retraite. Le régime du R.-U. exige environ la moitié du pourcentage de son actif initial. En outre, même si le régime américain stylisé est plus restreint sur le plan des devises, la taille absolue du coussin de capital économique est plus grande.
- La réduction de l'exigence de capital économique d'une vaste affectation d'obligations à long terme est plus importante pour le régime américain stylisé que pour le régime du R.-U. Cela s'explique en grande partie par le fait que les prestations du régime du R.-U. augmentent entièrement en fonction de la hausse des salaires ou de l'inflation des prix. Les prestations du régime américain stylisé reflètent la hausse des salaires pendant que les participants accumulent des droits à prestations; toutefois, ce régime ne prévoit aucune forme d'indexation pour inflation.
- L'effet sur le capital économique (pour les deux régimes) est beaucoup plus important pour les variations de la répartition de l'actif que pour les variations des cotisations au régime.

Voici certaines des répercussions des résultats pour diverses parties prenantes :

- Les promoteurs de régime doivent comprendre qu'il existe un très large éventail de résultats possibles dans un régime PD type. Cet éventail peut entraîner des variations importantes des cotisations au régime. Dans une certaine mesure, la gamme des résultats peut être réduite par une sélection pertinente de la répartition de l'actif et des dispositions du régime.

- La distribution complète des résultats est indiquée dans le présent rapport. Les praticiens en régimes de retraite pourraient tenir des discussions avec les promoteurs des régimes pour les aider à mieux comprendre la gamme complète des incertitudes qu'ils assument en finançant leurs régimes PD.
- Un cadre de capital économique fournit aux organismes de réglementation des régimes de retraite un autre outil qui leur permet de tenir compte de leur exposition aux prestations garanties par le *Pension Protection Fund* et la *Pension Benefit Guaranty Corporation*. Il leur transmet également des consignes dans des situations où il convient de s'attendre à ce que les promoteurs des régimes conservent une certaine marge pour écarts défavorables dans leurs caisses de retraite. Les résultats montrent clairement que le niveau de marge pertinent est largement tributaire des dispositions du régime, de la répartition de son actif et du niveau de confiance souhaité quant au versement des prestations promises.
- Le cadre de capital économique pourrait également intéresser les participants des régimes. Un tel cadre peut les aider à comprendre l'incertitude à laquelle sont confrontés les promoteurs à l'égard du provisionnement des régimes de retraite PD. Cette approche peut compléter d'autres communications destinées aux participants qui les renseignent sur le financement de leur régime.

Bien qu'elle ne participe pas spécifiquement au présent rapport, notre équipe de projet prévoit d'appliquer les résultats de la recherche de quelques façons. D'abord, nous prévoyons d'examiner un régime de retraite canadien stylisé afin d'élargir la portée géographique de nos travaux.

Nous prévoyons également d'analyser les répercussions de la modification de la structure démographique sur le rendement des placements. L'analyse comprise dans le présent rapport envisage l'incertitude des placements de façon indépendante de l'incertitude relative à la mortalité. Un argument (et de nombreux documents de recherche universitaire) laisse à entendre que l'amélioration de la longévité influera sur le rendement de diverses catégories d'actifs. Nous examinerons cette relation de manière à pouvoir commenter cette interaction entre l'incertitude relative aux placements et à la mortalité, plutôt que seulement leurs effets indépendants. À notre connaissance, cet élément de l'étude n'a pas été pris en compte jusqu'à maintenant dans les documents de recherche universitaire.

Section 9 : Bibliographie

- Abourashchi, Nilofar, Iain Clacher, Mark C. Freeman, David Hillier, Malcolm Kemp et Qi Zhang. « Pension Plan Solvency and Extreme Market Movements: A Regime Switching Approach », *European Journal of Finance*, 2016, vol. 22, n° 13, pp. 1292-1319.
- Ai, Jing, Patrick L. Brockett et Allen F. Jacobson. « A New Defined Benefit Pension Risk Measurement Methodology », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2015, n° 63, pp. 40-51.
- Arik, Ayse, Yeliz Yolcu-Okur, Sule Sahin et Omur Ugar. « Pricing Pension Buy-outs Under Stochastic Interest and Mortality Rates », *Scandinavian Actuarial Journal*, 2018, n° 3, pp. 173-190.
- Aro, Helena. « Systematic and Nonsystematic Mortality Risk in Pension Portfolios », *North American Actuarial Journal*, 2014, vol. 18, n° 1, pp. 59-67.
- Boonen, Tim J. « Solvency II Solvency Capital Requirement for Life Insurance Companies Based on Expected Shortfall », *European Actuarial Journal*, 2017, vol. 7, n° 2, pp. 405-434.
- Butt, Adam. « Causes of Defined Benefit Pension Scheme Funding Ratio Volatility and Average Contribution Rates », *Annals of Actuarial Science*, 2012, vol. 6, n° 1, pp. 76-102.
- Cairns, Andrew J. G., David Blake, Kevin Dowd, Guy D. Coughlan, David Epstein, Alen Ong et Igor Balevich. « A Quantitative Comparison of Stochastic Mortality Models Using Data from England and Wales and the United States », *North American Actuarial Journal*, 2009, vol. 13, n° 1, p. 35.
- Cairns, Andrew J. G., David Blake, Kevin Dowd, Guy D. Coughlan, David Epstein et Marwa Khalaf-Allah. « Mortality Density Forecasts: An Analysis of Six Stochastic Mortality Models. », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2011, vol. 48, n° 3, pp. 355-367.
- Chen, An et Lukasz Delong. « Optimal Investment for a Defined-Contribution Pension Scheme Under a Regime Switching Model », *Bulletin ASTIN*, 2015, vol. 45, n° 2, pp. 397-419.
- Chen, Zhiqiang, Antoon Pelsser et Eduard Ponds. « Evaluating the U.K. and Dutch Defined-Benefit Pension Policies Using the Holistic Balance Sheet Framework », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2014, n° 58, pp. 89-102.
- Cox, Samuel H., Yijia Lin et Tianxiang Shi. « Pension Risk Management with Funding and Buyout Options. », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2018, n° 78, pp. 183-200.
- Devolder, Pierre et Adrien Lebegue. « Risk Measures Versus Ruin Theory for the Calculation of Solvency Capital for Long-Term Life Insurances », *Dependence Modelling*, 2016, vol. 4, n° 1, pp. 306-327.
- Devolder, Pierre et Adrien Lebegue. « Iterated VaR or CTE Measures: A False Good Idea? », *Scandinavian Actuarial Journal*, 2017, n° 4, pp. 287-318.
- Devolder, Pierre et Roberta Melis. « Optimal Mix Between Pay as You Go and Funding for Pension Liabilities in a Stochastic Framework », *Bulletin ASTIN*, 2014, vol. 45, n° 3, pp. 551-575.
- Devolder, Pierre et Gabriella Piscopo. « Solvency Analysis of Defined Benefit Pension Schemes », *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*, révisé par Marco Corazza et Claudio Pizzi, 2014, Cham, Switzerland: Springer, pp. 141-150.
- Devolder, Pierre et Habiba Tassa. « Solvency Measurement for Defined Benefits Pension Schemes », document de travail de l'Institut de Statistique, Biostatistique et Sciences Actuarielles (ISBA), 2016.
- Godinez-Olivares, Humberto, Maria del Carmen Boado-Penas et Steven Haberman. 2016. « Optimal Strategies for Pay-as-You-Go Pension Finance: A Sustainability Framework », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2016, n° 69, pp. 117-126.

- Karabey, Ugur, Torsten Kleinow et Andrew J. G. Cairns. « Factor Risk Quantification in Annuity Models », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2014, n° 58, pp. 34-45.
- Kemp, M. H. D. et C. C. Patel. « Entity-wide Risk Management for Pension Funds », *British Actuarial Journal*, 2012, vol. 17, n° 2, pp. 331-394.
- Khorasanee, Zaki M. « Risk-Sharing and Benefit Smoothing in a Hybrid Pension Plan », *North American Actuarial Journal*, 2012, vol. 16, n° 4, pp. 449-461.
- Kleinow, Torsten. « Pension Fund Management and Conditional Indexation », *Bulletin ASTIN*, 2011, vol. 41, n° 1, pp. 61-86.
- Lemoine, Killian. « Mortality Regimes and Longevity Risk in a Life Annuity Portfolio », *Scandinavian Actuarial Journal*, 2015, n° 8, pp. 689-724.
- Li, Jackie et Steven Haberman. « On the Effectiveness of Natural Hedging for Insurance Companies and Pension Plans », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2015, n° 61, pp. 286-297.
- Liang, Zongxia et Ming Ma. « Optimal Dynamic Allocation of Pension Fund in Mortality and Salary Risks Framework », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2015, n° 64, pp. 151-161.
- Lin, Yijia, Richard D. MacMinn et Ruilin Tian. « De-risking Defined Benefit Plans. », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2015, n° 63, pp. 52-65.
- Lin, Yijia, Ken Seng Tan, Ruilin Tian et Jifeng Yu. « Downside Risk Management of a Defined Benefit Plan Considering Longevity Basis Risk », *Journal of Risk and Insurance*, 2014, vol. 84, n° 1, pp. 345-366.
- Linnemann, Per, Kenneth Bruhn et Mogens Steffensen. « A Comparison of Modern Investment Linked Pension Savings Products », *Annals of Actuarial Science*, 2014, vol. 9, n° 1, pp. 72-84.
- Liu, Xiaoming. « Annuity Uncertainty with Stochastic Mortality and Interest Rates », *North American Actuarial Journal*, 2013, vol. 17, n° 2, pp. 136-152.
- McNeil, Alexander, Rüdiger Frey et Paul Embrechts. « Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, Tools Revised Edition ». Princeton University Press, Princeton, 2005.
- Oberoi, Jaideep, Aniketh Pittea et Pradip Tapadar. « A Graphical Model Approach to Simulating Economic Variables Over Long Horizons », document de travail, affiché à <http://kar.kent.ac.uk/67406>, 2018.
- Platanakis, Emmanouil et Charles Sutcliffe. « Pension Scheme Redesign and Wealth Redistribution Between the Members and Sponsor: The USS Rule Change in October 2011 », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2016, n° 69, pp. 14-28.
- Porteous, B. T. « How to Fit and Use a Stochastic Investment Model », document de la Faculty of Actuaries Students' Society, Faculty of Actuaries, 1995.
- Porteous, Bruce T. et Pradip Tapadar. « *Economic Capital and Financial Risk Management for Financial Services Firms and Conglomerates* », 2005, Londres, Palgrave Macmillan.
- Porteous, Bruce T. et Pradip Tapadar. « Asset Allocation to Optimise Life Insurance Annuity Firm Economic Capital and Risk Adjusted Performance », *Annals of Actuarial Science* 3, 2008a, pp. 187-214.
- Porteous, Bruce T. et Pradip Tapadar. « The Impact of Capital Structure on Economic Capital and Risk Adjusted Performance », *Bulletin Astin*, 2008b, vol. 38, n° 1, pp. 341-380.
- Porteous, Bruce, Pradip Tapadar et Wei Yang. « Economic Capital for Defined Benefit Pension Schemes: An Application to the U.K. Universities Superannuation Scheme », *Journal of Pension Economics and Finance*, 2012, vol. 11, n° 4, pp. 471-499.

- Sweeting, Paul. « The Cost and Value of Defined Benefit Pension Schemes and the Implications for Defined Contribution Pension Provision », document de travail, Pensions Institute, Kent (R.-U.), 2017.
- Universities Superannuation Scheme. « Report and Accounts for the Year Ended 31 March 2014 », Liverpool (R-U.) : USS, 2014.
- Universities Superannuation Scheme. « Scheme Funding Report of the Actuarial Valuation as at 31 March », Liverpool (R-U.) : USS, 2015.
- Wang, Suxin, Yi Lu et Barbara Sanders. « Optimal Investment Strategies and Intergenerational Risk Sharing for Target Benefit Pension Plans », *Insurance: Mathematics and Economics*, 2018, vol. 80, n° 1, pp. 1-14.
- Wilkie, A. D. « A Stochastic Investment Model for Actuarial Use », *Transactions of the Faculty of Actuaries*, 1986, n° 39, pp. 341-403.
- Wilkie, A. D. « More on a Stochastic Asset Model for Actuarial Use », *British Actuarial Journal*, 1995, vol. 1, n° 5, pp. 777-964.
- Wilkie, A. D. et Sule Sahin. « Yet More on a Stochastic Economic Model: Part 2: Initial Conditions, Select Periods and Neutralising Parameters », *Annals of Actuarial Science*, 2015, vol. 10, n° 1, pp. 1-51.
- Wilkie, A. D. et Sule Sahin. « Yet More on a Stochastic Economic Model: Part 3A: Stochastic Interpolation: Brownian and Ornstein–Uhlenbeck (OU) Bridges », *Annals of Actuarial Science*, 2016a, vol. 11, n° 1, pp. 74-99.
- Wilkie, A. D. et Sule Sahin. « Yet More on a Stochastic Economic Model: Part 3B: Stochastic Bridging for Retail Prices and Wages », *Annals of Actuarial Science*, 2016b, vol. 11, n° 1, pp. 100-127.
- Wilkie, A. D. et Sule Sahin. « Yet More on a Stochastic Economic Model: Part 3C: Stochastic Bridging for Share Yields and Dividends and Interest Rates », *Annals of Actuarial Science*, 2016c, vol. 11, n° 1, pp. 128-163.
- Wilkie, A. D. et Sule Sahin. « Yet More on a Stochastic Economic Model: Part 4: A Model for Share Earnings, Dividends, and Prices », *Annals of Actuarial Science*, 2017, vol. 12, n° 1, pp. 67-105.
- Wilkie, A. D., Sule Sahin, A. J. G. Cairns et Torsten Kleinow. « Yet More on a Stochastic Economic Model: Part 1: Updating and Refitting, 1995 to 2009 », *Annals of Actuarial Science*, 2011, vol. 5, n° 1, pp. 53-99.
- Yang, Wei et Padip Tapadar. « Role of the Pension Protection Fund in Financial Risk Management of UK Defined Benefit Pension Sector: A Multi-period Economic Capital Study », *Annals of Actuarial Science*, 2015, vol. 9, n° 1, pp. 134-166.

Annexe A : Générateur de scénarios économiques

La projection de l'actif et du passif des régimes de retraite nécessite la simulation de scénarios économiques futurs. Les actuaires s'en remettent habituellement à des GSE pour produire des simulations raisonnables de la distribution conjointe des variables pertinentes pour l'évaluation de l'actif et du passif.

Une vaste gamme de GSE est actuellement utilisée dans l'industrie. Ces modèles sont plus ou moins complexes et sont souvent exclusifs. Parmi les quelques modèles publiés à des fins actuarielles, le plus connu est celui de Wilkie, qui a été publié pour la première fois en 1986. Ce modèle vectoriel autorégressif à forme réduite pour les variables économiques du Royaume-Uni repose sur une structure en cascade, dans laquelle la prévision d'une ou de plusieurs variables est utilisée pour générer des valeurs pour d'autres variables, et ainsi de suite. Ce modèle a été validé et réétalonné périodiquement dans Wilkie (1995) et Wilkie et coll. (2011).

Le modèle de Wilkie fournit des modèles de séries chronologiques pour l'inflation des prix, l'inflation des salaires, le rendement en dividendes, la croissance des dividendes, le rendement en espèces et les rendements des obligations d'État à long terme (consol) au Royaume-Uni. Bien que le modèle soit limité en ce sens que d'autres catégories d'actifs, comme les biens immobiliers et les obligations de sociétés, ne sont pas incluses, il fournit les variables de base nécessaires pour projeter l'actif et le passif du régime de retraite du R.-U. à terme. La section qui suit donne un bref aperçu du modèle de Wilkie.

Nous utilisons également le modèle graphique discuté par Oberoi et coll. (2018), pour contre-valider les résultats. Les modèles graphiques s'appuient sur la saisie parcimonieuse de la structure de corrélation sous-jacente entre les variables du modèle, ce qui les rend utiles pour simuler des données dans des dimensions élevées. Dans ces modèles, la dépendance entre les variables est représentée par des limites dans un graphique reliant les variables ou les nœuds. Cette approche nous permet de supposer une indépendance conditionnelle entre les variables et de fixer leurs corrélations partielles à zéro. Deux variables peuvent être reliées par au moins une variable intermédiaire, de sorte qu'elles peuvent être faiblement corrélées. Des modèles graphiques ont également été utilisés dans Porteous (1995), Porteous et Tapadar (2005, 2008a, 2008b), Porteous et coll. (2012), et Yang et Tapadar (2015).

Aux fins de l'analyse du régime de retraite du Royaume-Uni, nous avons utilisé le modèle de Wilkie et le modèle graphique pour tester la sensibilité des résultats au choix particulier du modèle économique stochastique. Puisque le modèle de Wilkie n'est étalonné qu'en fonction des données du Royaume-Uni, nous n'utiliserons le modèle graphique que pour analyser le régime américain stylisé. Un bref aperçu du modèle graphique est présenté plus loin dans la présente annexe.

A.1 : Le modèle de Wilkie

En 1984, David Wilkie a d'abord présenté ses travaux sur un modèle de placement stochastique destiné aux actuaires au Royaume-Uni, et ces travaux ont été officiellement publiés en 1986. Wilkie a périodiquement mis à jour et réétalonné son modèle dans Wilkie (1995) et Wilkie et coll. (2011). Il a également corédigé avec Sahin d'autres articles récents (2015, 2016a, 2016b, 2016c, 2017), qui portent sur certains aspects particuliers du modèle. Dans la présente section, nous nous concentrerons uniquement sur ces documents conjoints pour donner un aperçu du modèle de Wilkie.

L'objectif initial du modèle de Wilkie consistait à élaborer un modèle économique et de placement minimal que les actuaires pourraient utiliser pour des simulations à long terme de scénarios économiques futurs sans trop s'inquiéter des fluctuations à court terme. Les variables du modèle ont été expressément choisies en tenant compte de la nature à long terme de l'actif et du passif d'une société d'assurance-vie ou d'un régime de retraite. Les composantes réelles du modèle et ses paramètres ont été mis à jour périodiquement (Wilkie 1995, Wilkie et coll. 2011), mais l'approche et la structure globales sont demeurées essentiellement les mêmes.

A.1.1 Structure du modèle

Depuis que le modèle de Wilkie a été proposé pour la première fois en 1984, la notation a subi certains changements au fil du temps. Nous présentons ci-dessous la notation utilisée dans Wilkie et coll. (2011) afin d'éviter toute confusion.

Dans le premier document, Wilkie (1986) a présenté un modèle pour les quatre variables suivantes :

$I(t)$: taux annuel d'inflation des prix;

$Y(t)$: rendement en dividendes d'un indice d'actions ordinaires;

$K(t)$: taux annuel d'augmentation des dividendes;

$C(t)$: rendement des obligation d'État à long terme.

Les variables étaient liées les unes aux autres dans une structure en cascade, comme le montre le graphique 12, où l'inflation des prix influe sur toutes les autres variables du modèle. Parmi les autres variables, le rendement en dividendes influe sur la croissance des dividendes et le rendement des obligations d'État à long terme. Les variables incluses dans la zone à traits hachurés du graphique 12 sont les variables originales incluses dans Wilkie (1986). Les autres variables ont été ajoutées dans Wilkie (1995).

Ces quatre variables originales ont ensuite servi à définir ce qui suit :

$I(t)$: indice des prix de détail, $Q(t) = Q(t - 1) \times \exp[I(t)]$;

$D(t)$: indice des dividendes, $D(t) = D(t - 1) \times K(t)$;

$P(t)$: indice du cours des actions ordinaires, $P(t) = \frac{D(t)}{Y(t)}$.

Wilkie (1995) a introduit quelques autres variables économiques :

$J(t)$: taux annuel d'inflation des salaires;

$BD(t)$: « écart logarithmique » entre le rendement des obligations à long terme et à court terme;

$R(t)$: rendement réel des titres indexés.

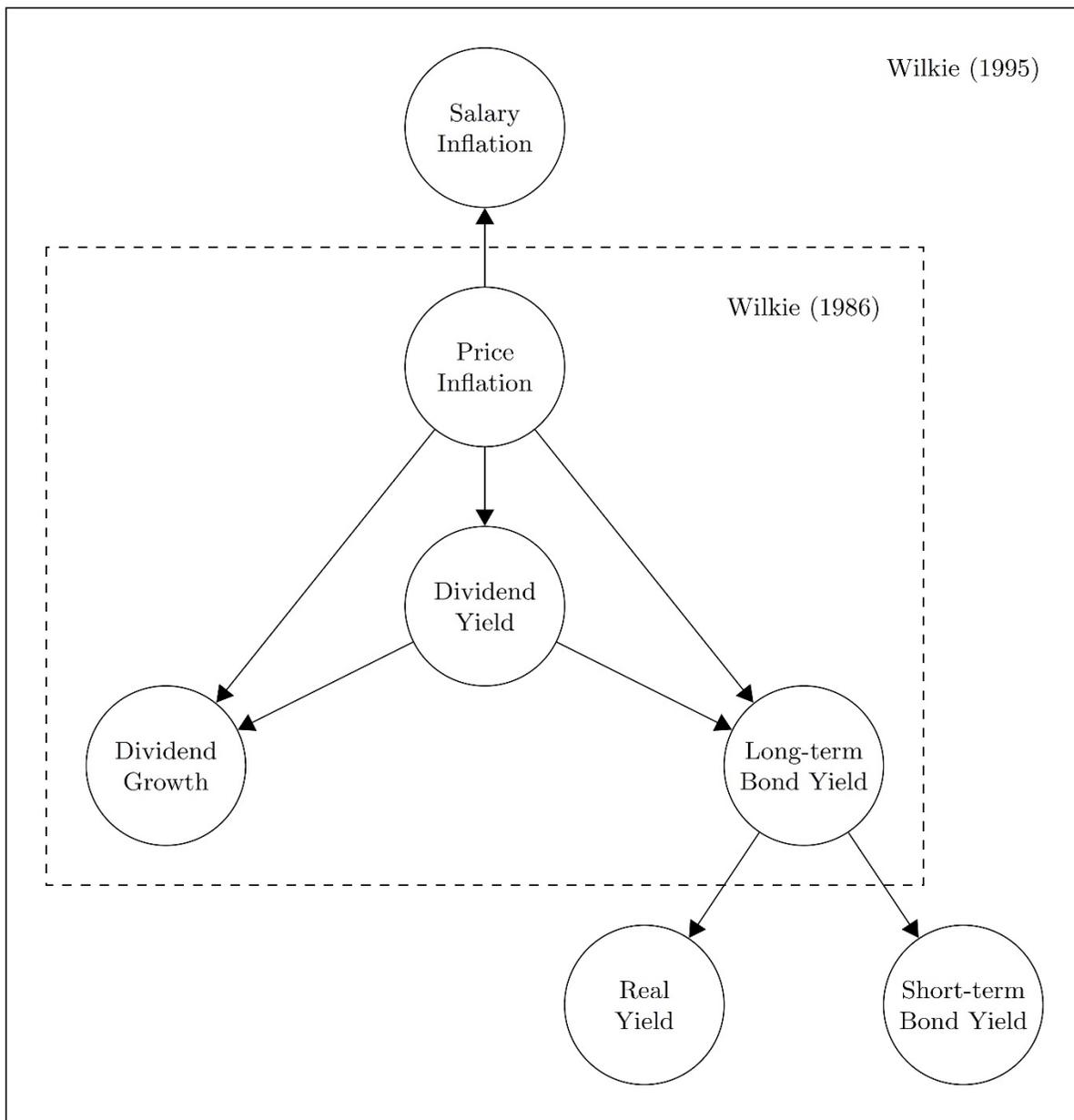
Ces nouvelles variables ont donné les résultats suivants :

$W(t)$: l'indice des salaires, $W(t) = W(t - 1) \exp[J(t)]$;

$B(t)$: le rendement des obligations d'État à court terme, $BD(t) = \log C(t) - \log B(t)$.

Wilkie (1995) a également proposé un modèle pour les indices immobiliers, mais cette proposition a par la suite été abandonnée puisqu'elle était insatisfaisante. Nous ne l'avons donc pas incluse dans le présent document.

Tableau 12
Modèles de Wilkie : Structure en cascade



Source : Wilkie (1986, 1995). *Ce graphique est disponible en anglais seulement.

A.1.2 Inflation des prix

Un processus autorégressif simple est proposé pour le taux annuel d'inflation des prix :

$$I(t) = QMU + QA \times [I(t - 1) - QMU] + QSD \times QZ(t), \quad (15)$$

où $QZ(t) \sim N(0,1)$ et (QMU, QA, QSD) sont les paramètres pertinents. QMU représente l'inflation d'équilibre; QA les contrôles de l'autocorrélation; et QSD les contrôles de la volatilité de l'inflation. Les valeurs suggérées des paramètres figurent au tableau 14.

Tableau 14
Valeurs des paramètres du modèle d'inflation des prix

Paramètres	Wilkie (1986)	Wilkie (1995)	Wilkie et coll. (2011)
QMU	0,0500	0,0470	0,0430
AQ	0,6000	0,5800	0,5800
QSD	0,0500	0,0425	0,0400

A.1.3 Inflation des salaires

En ce qui concerne les salaires, il a été proposé de combiner un processus AR(1) aux effets de l'inflation actuelle et récente comme suit :

$$J(t) = WW1 \times I(t) + WW2 \times I(t - 1) + WMU + WN(t), \quad (16)$$

où

$$WN(t) = WA \times WN(t - 1) + WSD \times WZ(t) \quad (17)$$

et

$WZ(t) \sim N(0,1)$ et $(WW1, WW2, WMU, WA, WSD)$ sont les paramètres pertinents.

En particulier, une valeur de zéro a été proposée pour WA , ce qui donne à penser que la partie autorégressive du modèle, $WN(t)$, pourrait être complètement omise. Cela signifie toutefois que le taux actuel d'inflation des salaires est entièrement prévisible à l'aide des valeurs actuelles et récentes de l'inflation des prix. Comme dans le cas de l'inflation des prix, WMU représente une augmentation du salaire réel d'équilibre et WSD , le contrôle de la volatilité de l'inflation des salaires réels. L'autocorrélation est contrôlée indirectement par l'autocorrélation de l'inflation des prix et des paramètres $WW1$ et $WW2$.

Tableau 15
Valeurs des paramètres du modèle d'inflation des salaires

Paramètres	Wilkie (1986)	Wilkie (1995)	Wilkie et coll. (2011)
$WW1$	—	0,6000	0,6000
$WW2$	—	0,2700	0,2700
WMU	—	0,0210	0,0200
WSD	—	0,0233	0,0219

A.1.4 Rendement en dividendes

Le modèle proposé pour le rendement en dividendes est le suivant :

$$\log Y(t) = YW \times I(t) + \log YMU + YN(t), \quad (18)$$

où

$$YN(t) = YA \times YN(t - 1) + YSD \times YZ(t), \quad (19)$$

$YZ(t) \sim N(0,1)$ et (YW, YMU, YA, YSD) sont les paramètres du modèle. Selon ce modèle, le logarithme naturel du rendement dépend directement du taux actuel d'inflation des prix, ainsi que d'un modèle autorégressif de premier ordre avec autocorrélation contrôlée par le paramètre YA et la volatilité contrôlée par le paramètre YSD . Le niveau d'équilibre du rendement en dividendes est le paramètre YMU . Les valeurs suggérées des paramètres figurent au tableau 16.

Tableau 16
Valeurs des paramètres du modèle de rendement en dividendes

Paramètres	Wilkie (1986)	Wilkie (1995)	Wilkie et coll. (2011)
YW	1,3500	1,8000	1,5500
YMU	0,0400	0,0375	0,0375
YA	0,6000	0,5500	0,6300
YSD	0,1750	0,1550	0,1550

A.1.5 Croissance des dividendes

Le modèle du taux annuel d'augmentation des dividendes, $K(t)$, est établi en fonction de l'inflation des prix et des résidus du processus de rendement en dividendes. Il dépend également de son propre résidu décalé.

$$\begin{aligned} K(t) = & DMU + DW \times DM(t) + DX \times I(t) \\ & + DY \times [YSD \times YZ(t - 1)] \\ & + [DB \times DSD \times DZ(t - 1)] \\ & + DSD \times DZ(t) \quad (20) \end{aligned}$$

où

$$DZ(t) \sim N(0,1), \quad (21)$$

et

$$DM(t) = DD \times I(t) + (1 - DD) \times DM(t - 1). \quad (22)$$

Le paramètre DX est limité à $(1 - DW)$ de sorte qu'il y a un gain unitaire de l'inflation aux dividendes. Donc $(DMU, DW, DD, DY, DB, DSD)$ sont les paramètres pertinents. Le deuxième volet est l'effet de l'inflation; le troisième est le résidu décalé du rendement en dividendes; et le quatrième est le « propre » résidu décalé. Les valeurs des paramètres suggérées figurent au tableau 17.

Tableau 17

Valeurs des paramètres du modèle de croissance des dividendes

Paramètres	Wilkie (1986)	Wilkie (1995)	Wilkie et coll. (2011)
<i>DMU</i>	0	0,0160	0,0110
<i>DW</i>	0,0800	0,5800	0,4300
<i>DD</i>	0,2000	0,1300	0,1600
<i>DY</i>	-0,0300	-0,1750	-0,2200
<i>PD</i>	0	0,1550	0,4300
<i>DSD</i>	0,1000	0,0700	0,0700

Le modèle proposé pour le rendement des obligations à long terme comportait deux parties :

$$C(t) = CR(t) + CM(t), \quad (23)$$

où $CR(t)$ représente la partie « réelle » et $CM(t)$ est une provision pour inflation future prévue.

Le modèle de $CR(t)$ est le suivant :

$$\log CR(t) = \log CMU + CN(t), \quad (24)$$

où

$$CN(t) = CA \times CN(t - 1) + CY \times YSD \times YZ(t) + CSD \times CZ(t), \quad (25)$$

et

$$CZ(t) \sim N(0,1). \quad (26)$$

Il convient de noter la dépendance de $CN(t)$ au résidu du rendement actuel en dividendes. Les autres paramètres sont semblables à ceux des autres modèles. CMU représente le niveau d'équilibre du rendement réel; CA le contrôle de l'autocorrélation; et CSD le contrôle de la volatilité.

Le modèle de $CM(t)$ est

$$CM(t) = \max [CD \times I(t) + (1 - CD) \times CM(t - 1), CMIN - CR(t)]. \quad (27)$$

Un plancher de $CMIN = 0,005$ est utilisé de sorte que $C(t)$ ne peut être négatif dans un exercice de simulation. Les paramètres pertinents sont (CD, CMU, CA, CY, CSD). Les valeurs des paramètres suggérées figurent au tableau 18.

Tableau 18

Valeurs des paramètres du modèle de rendement à long terme

Paramètres	Wilkie (1986)	Wilkie (1995)	Wilkie et coll. (2011)
<i>CD</i>	0,0500	0,0450	0,0450
<i>CMU</i>	0,0350	0,0305	0,0223
<i>CA</i>	0,9100	0,9000	0,9200
<i>AC</i>	0	0,3400	0,3700
<i>CSD</i>	0,1650	0,1850	0,2550

A.1.6 Rendement des obligations à court terme

Le rendement des obligations à court terme est modélisé indirectement par l'écart logarithmique est :

$$BD(t) = BMU + BA \times [BD(t - 1) - BMU] + BSD \times BZ(t) \quad (28)$$

où

$$BZ(t) \sim N(0,1). \quad (29)$$

Puis, le rendement des obligations à court terme, $B(t)$, est calculé à l'aide de la relation suivante :

$$BD(t) = \log C(t) - \log B(t) \quad (30)$$

Les paramètres pertinents sont BMU , BA et BSD , où BMU représente le niveau d'équilibre de l'écart de rendement, BA le contrôle de la vitesse de retour à cet équilibre, et BSD le contrôle de la volatilité de l'écart. Les valeurs suggérées des paramètres figurent au tableau 19.

Tableau 19
Valeurs des paramètres du modèle de rendement à court terme

Paramètres	Wilkie (1986)	Wilkie (1995)	Wilkie et coll. (2011)
BMU	—	0,2300	0,1700
BA	—	0,7400	0,7300
BSD	—	0,1800	0,3000

A.1.7 Rendements des obligations indexées

Modèle des taux d'intérêt « réels » sur les obligations indexées :

$$\begin{aligned} \log R(t) = & \log RMU + RA \times [\log R(t - 1) - \log RMU] \\ & + RBC \times CSD \times CZ(t) \\ & + RSD \times RZ(t), \quad (31) \end{aligned}$$

où

$$RZ(t) \sim N(0,1). \quad (32)$$

Les paramètres pertinents sont RMU , RA , RBC et RSD . La présence d'un résidu de rendement des obligations à long terme représente une corrélation simultanée entre les résidus. RMU représente le niveau d'équilibre du rendement réel des obligations; RA le contrôle de la vitesse de retour à cet équilibre; et RSD le contrôle de la volatilité du rendement réel des obligations. Les valeurs suggérées des paramètres figurent au tableau 20.

Tableau 20
Valeurs des paramètres du modèle de rendement des obligations indexées

Paramètres	Wilkie (1986)	Wilkie (1995)	Wilkie et coll. (2011)
RMU	—	0,0400	0,0300
AR	—	0,5500	0,9500
BRC	—	0,2200	0,0080
RSD	—	0,0500	0,0030

A.2 : Le modèle graphique

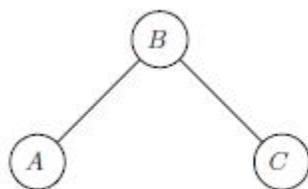
Dans cette section, nous présentons un bref aperçu du GSE mis au point par Oberoi et coll. (2018) à l'aide d'un modèle graphique.

Un graphique, $G = (V, E)$, est une structure composée d'un ensemble fini de variables V (ou de sommets ou de nœuds) et d'un ensemble fini de limites E entre ces variables. L'existence d'une limite entre deux variables représente un lien ou une certaine forme de dépendance. L'absence de ce lien représente l'indépendance conditionnelle.

Par exemple, si nous avons un ensemble de trois variables $V = \{A, B, C\}$, où A est lié à B et non à C , mais B est lié à C , alors A est lié à C par B . A est alors conditionnellement indépendant de C , étant donné B . Une telle structure peut être représentée graphiquement par des cercles ou des points solides désignant des variables avec des lignes entre elles constituant des limites. Les graphiques que nous examinons ici sont appelés « graphiques non dirigés » parce que les limites n'ont pas de direction (qui autrement serait représentée par une flèche). Ces graphiques modélisent l'association plutôt que la causalité. Le modèle graphique décrit ici avec trois variables, A , B et C , est illustré dans le graphique 13.

Graphique 13

Exemple de modèle graphique à trois variables et deux limites



Les modèles graphiques nous permettent de représenter la structure des covariances, avec réduction des dimensions, en saisissant efficacement l'indépendance conditionnelle entre les paires de variables et en ramenant à zéro les liens pertinents à deux variables tout en permettant l'existence de faibles corrélations dans les données simulées.

Pour l'exemple du graphique 13, la matrice de corrélation partielle ressemblerait à ce qui suit :

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_{AB} & 0 \\ \rho_{AB} & 1 & \rho_{BC} \\ 0 & \rho_{BC} & 1 \end{pmatrix},$$

où $\rho_{AB} \neq 0$ et $\rho_{BC} \neq 0$. Les variables A et C sont donc indépendantes, compte tenu de la variable B . Il convient de noter que cela pourrait tout de même générer une corrélation inconditionnelle non nulle entre A et C .

A.2.1 Modélisation

Un modèle graphique de GSE a pour but de donner de l'importance à des relations stables à long terme et de générer une distribution de scénarios conjoints. Cette méthode permet d'estimer la distribution conjointe des résidus des régressions des séries chronologiques individuelles et elle met l'accent sur la dépendance entre les résidus. Pour chaque variable, un modèle de séries chronologiques est ajusté de façon indépendante, puis un modèle graphique est ajusté aux termes résiduels des séries chronologiques pour l'ensemble des variables.

Pour chaque série chronologique X_t , la formulation du modèle de séries chronologiques AR(1) est utilisée :

$$\mu_x = E[X_t] \quad (33)$$

$$Z_t = X_t - \mu_x \quad (34)$$

$$Z_t = \beta Z_{t-1} + e_t, \text{ où } e_t \sim N(0, \sigma^2). \quad (35)$$

Les estimations des paramètres tirées des régressions AR(1) sont fournies au tableau 21. Tous les coefficients AR(1) sont statistiquement significatifs au niveau de 1 %, et il n'existe aucune dépendance résiduelle importante dans les erreurs.

A.2.2 Paramètres et structures du régime du Royaume-Uni

Pour l'étalonnage, Oberoi et coll. (2018) utilisent les mêmes données sous-jacentes qui ont servi à l'étalonnage du modèle de Wilkie. Les variables modélisées sont l'inflation des prix (I_t), l'inflation des salaires (J_t), le rendement en dividendes (Y_t), la croissance des dividendes (K_t) et le rendement des obligations à long terme (C_t). Le tableau 21 indique les estimations des paramètres pertinents.

Tableau 21

Estimations des paramètres des séries chronologiques du régime du Royaume-Uni

	μ	β	σ
I_t	0,0404	0,6102	0,0387
J_t	0,0528	0,7801	0,0282
Y_t	0,0468	0,6718	0,0085
K_t	0,0527	0,4263	0,0852
C_t	0,0617	0,9674	0,0083

La matrice de corrélation partielle qui en découle est présentée au tableau 22. De toute évidence, certaines des corrélations partielles dans la matrice sont faibles. L'objectif consiste à identifier le ou les graphiques avec le nombre minimal de limites, qui décrivent adéquatement les données sous-jacentes.

Tableau 22

Table de corrélation partielle pour le Royaume-Uni

	I_t	J_t	Y_t	K_t	C_t
I_t	1	—	—	—	—
J_t	0,48	1	—	—	—
Y_t	0,16	0,11	1	—	—
K_t	0,18	0,15	-0,06	1	—
C_t	0,20	-0,09	0,37	0,06	1

Comme le modèle comporte cinq variables, il existe $2^{10} = 1,024$ modèles distincts possibles. En se concentrant uniquement sur les modèles optimaux fondés sur certaines caractéristiques souhaitables, le graphique 14 montre la structure graphique des modèles optimaux suivants :

Modèle 1 : optimal selon le critère d'information de Bayes (CIB);

Modèle 2 : optimal selon le critère d'information d'Akaike (CIA);

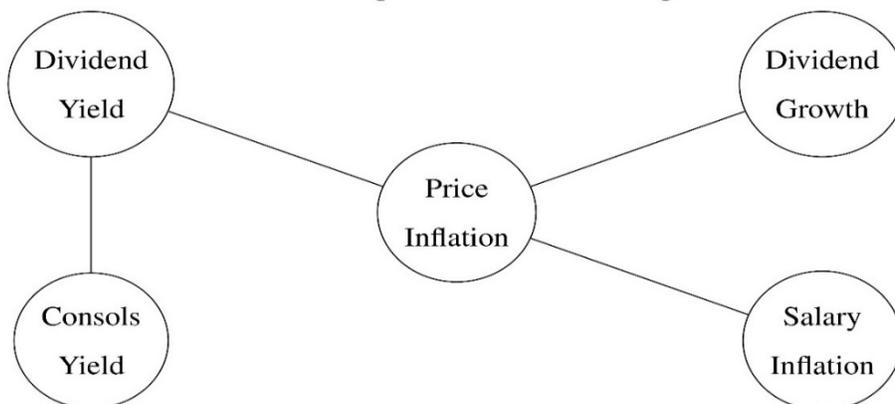
Modèle 3 : optimal si l'on utilise les valeurs simultanées p à un niveau de confiance $\alpha = 0,6$.

Les modèles 1, 2 et 3 produisent des résultats qualitatifs semblables; donc, dans le présent rapport, nous ne présentons que les résultats du modèle 3.

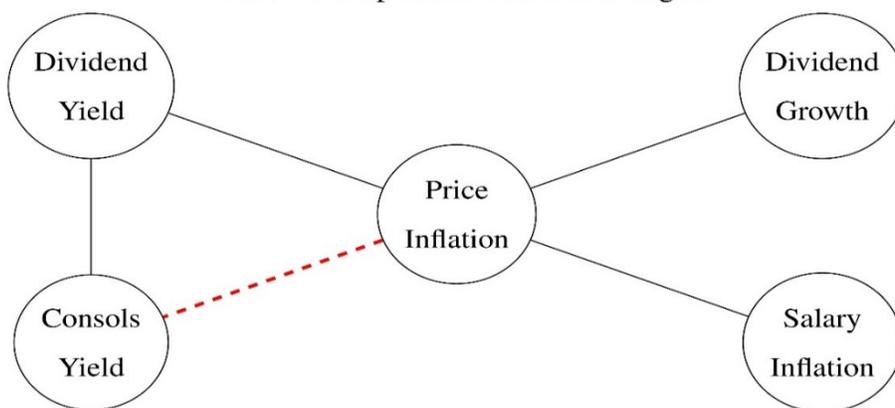
Graphique 14

Modèles graphiques optimaux reposant sur différents critères de sélection pour le Royaume--Uni

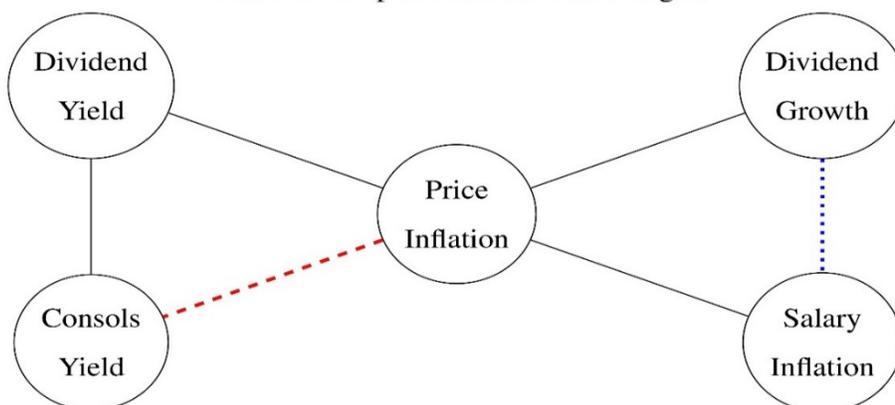
Model 1: Graphical model with 4 edges.



Model 2: Graphical model with 5 edges.



Model 3: Graphical model with 6 edges.



*Ce graphique est disponible en anglais seulement.

A.2.3 Paramètres et structures du régime américain

Nous effectuons un exercice semblable avec les données américaines, qui proviennent de deux sources. La première est Robert Shiller, qui fournit des données en ligne pour l'IPC, l'Indice S&P 500, l'Indice S&P 500 à dividendes élevés et le rendement des obligations à dix ans. La seconde source est Emmanuel Saez, qui fournit des données en ligne pour les salaires moyens aux États-Unis. Les données que nous utilisons portent sur la période comprise entre 1913 et 2015. Le tableau 23 présente les estimations de paramètres pertinentes et le tableau 24 affiche la matrice de corrélation partielle pour les États-Unis.

Tableau 23

Estimations des paramètres de séries chronologiques aux États-Unis

	μ	β	σ
I_t	0,0328	0,6211	0,0392
J_t	0,0464	0,4908	0,0643
Y_t	0,0413	0,8293	0,0100
K_t	0,0507	0,2746	0,1084
C_t	0,0489	0,9346	0,0091

Tableau 24

Table de corrélation partielle pour les États-Unis

	I_t	J_t	Y_t	K_t	C_t
I_t	1	—	—	—	—
J_t	0,42	1	—	—	—
Y_t	0,20	-0,47	1	—	—
K_t	0,17	0,10	0,28	1	—
C_t	0,19	0,04	0,12	-0,06	1

Comme nous l'avons fait pour le Royaume-Uni, nous utilisons les valeurs CIB, CIA et p simultanées pour obtenir les structures graphiques optimales. Fait intéressant, les trois méthodes produisent la même structure, comme le montre le graphique 15.

A.2.4 Génération de scénarios

Le processus de simulation de variables à partir de la structure de covariance générée par les modèles graphiques comprend une simulation séquentielle fondée sur les cliques et les limites des cliques. Pour chaque période, nous commençons par simuler les innovations une clique à la fois, en utilisant les limites des cliques de liaison pour construire l'ensemble complet des innovations. Nous utilisons ensuite le processus AR(1) ainsi que les innovations pour mettre à jour la valeur de chaque variable pour la période suivante. Nous répétons le processus pour la période suivante et celles qui suivent.

A.2.5 Simulations

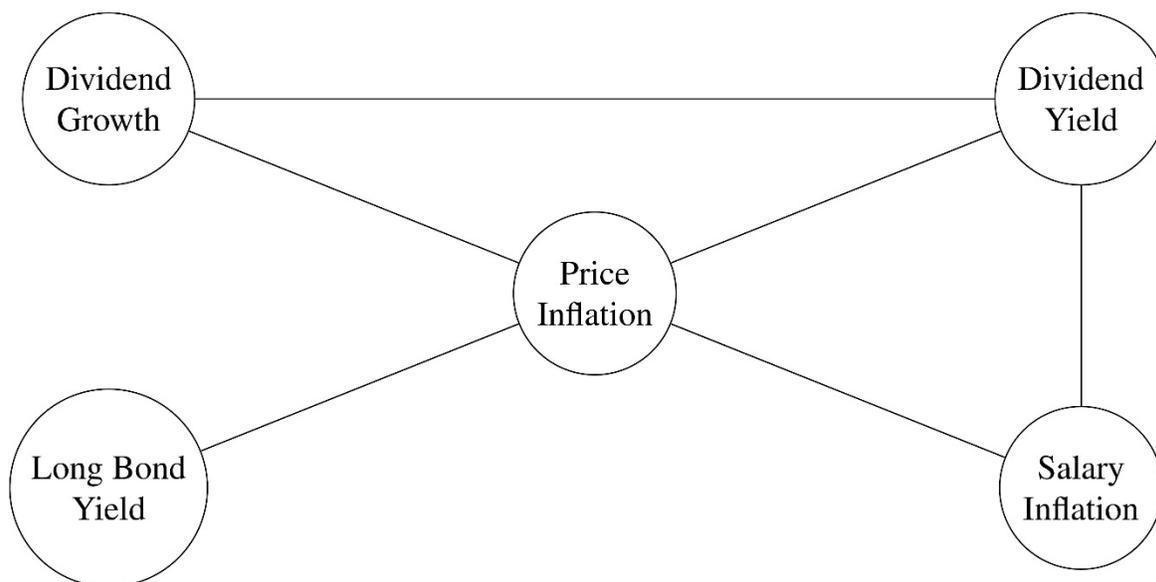
Nous simulons le même nombre de trajectoires à l'aide des structures graphiques du Royaume-Uni et des États-Unis (modèle 3 pour le Royaume-Uni). Nous générons des valeurs simulées à partir du dernier point de données disponible, soit 2017 pour le Royaume-Uni et 2015 pour les États-Unis. Nous produisons 10 000 trajectoires pour l'ensemble conjoint de variables pour les deux pays.

A.2.6 Distributions marginales

Les résultats des simulations peuvent être vus sous l'angle des distributions marginales des variables et de leur réalisations conjointes. Nous examinons les « diagrammes en forme d'éventail » des distributions des cinq variables sur la durée des simulations. Ces données sont présentées aux graphiques 16 et 17. Ces diagrammes offrent une validation utile, car ils peuvent aider à repérer les infractions potentielles aux contraintes économiques logiques que l'on aimerait éviter dans les simulations. Par exemple, en raison du rendement exceptionnellement faible des obligations à long terme dans le contexte actuel, nous avons imposé une contrainte selon laquelle le rendement à long terme ne chute pas en-dessous de 0,05 %. D'après les graphiques en forme d'éventail, les simulations issues des modèles graphiques semblent plausibles comparativement aux données historiques.

Graphique 15

Modèles graphiques optimaux reposant sur différents critères de sélection pour les États-Unis



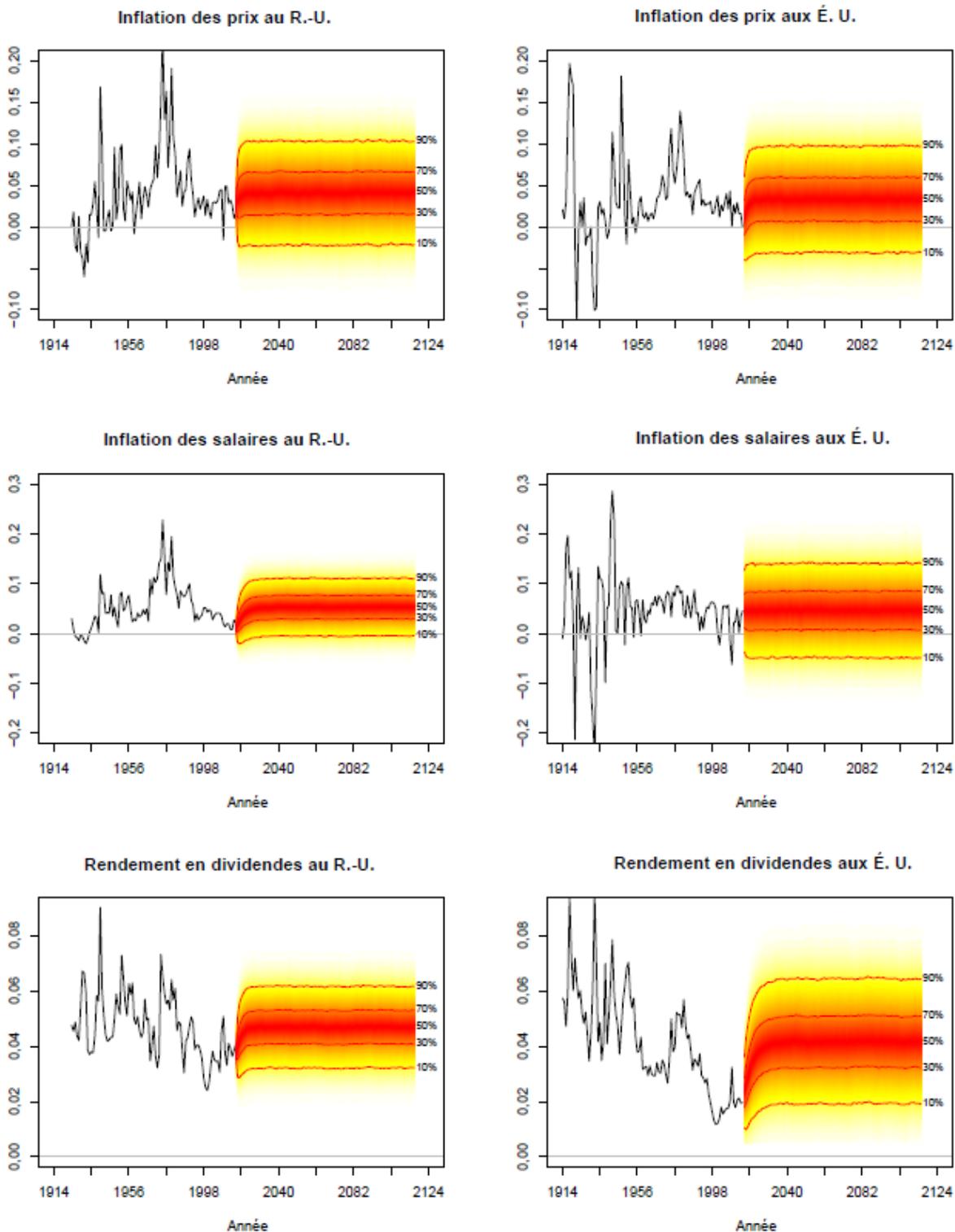
*Ce graphique est disponible en anglais seulement.

A.2.7 Cartes thermiques à deux variables

Nous traçons également les cartes thermiques à deux variables produites par les simulations pour chacun des modèles graphiques. Les paires que nous considérons sont d'abord le rendement annuel des actions et le rendement annuel des obligations, puis l'inflation annuelle des prix et l'inflation annuelle des salaires. Nous superposons la carte avec les observations annuelles des paires pertinentes à partir des données historiques disponibles et nous étiquetons les années où l'inflation ou les rendements étaient anormalement élevés ou faibles. Ces graphiques sont présentés aux graphiques 18 et 19, respectivement. Nous constatons que, tant pour le Royaume-Uni que pour les États-Unis, le modèle graphique produit la bonne forme et applique une masse appropriée aux domaines pertinents de la distribution par comparaison aux données historiques.

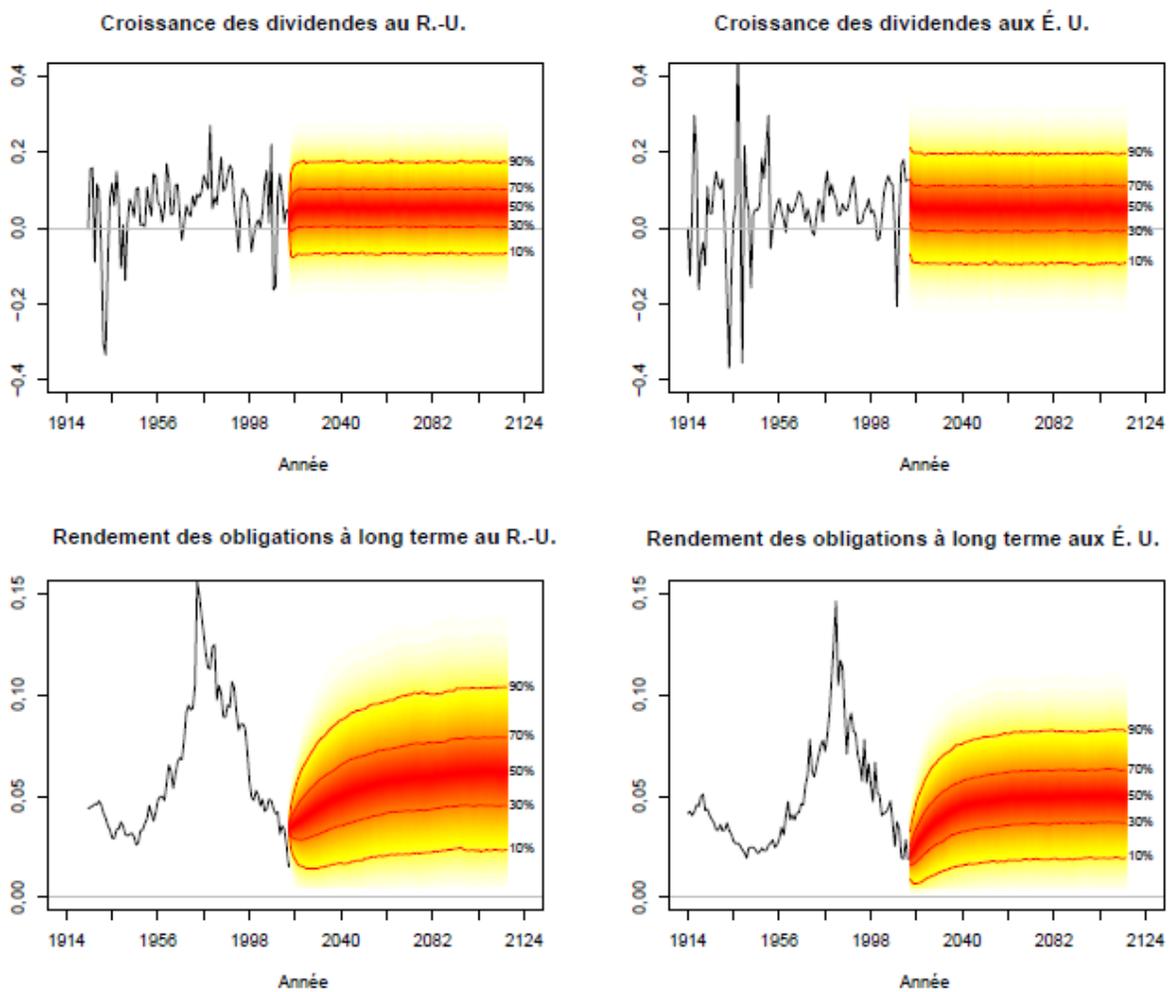
Graphique 16

Graphiques en forme d'éventail pour l'inflation des prix, l'inflation des salaires et le rendement en dividendes



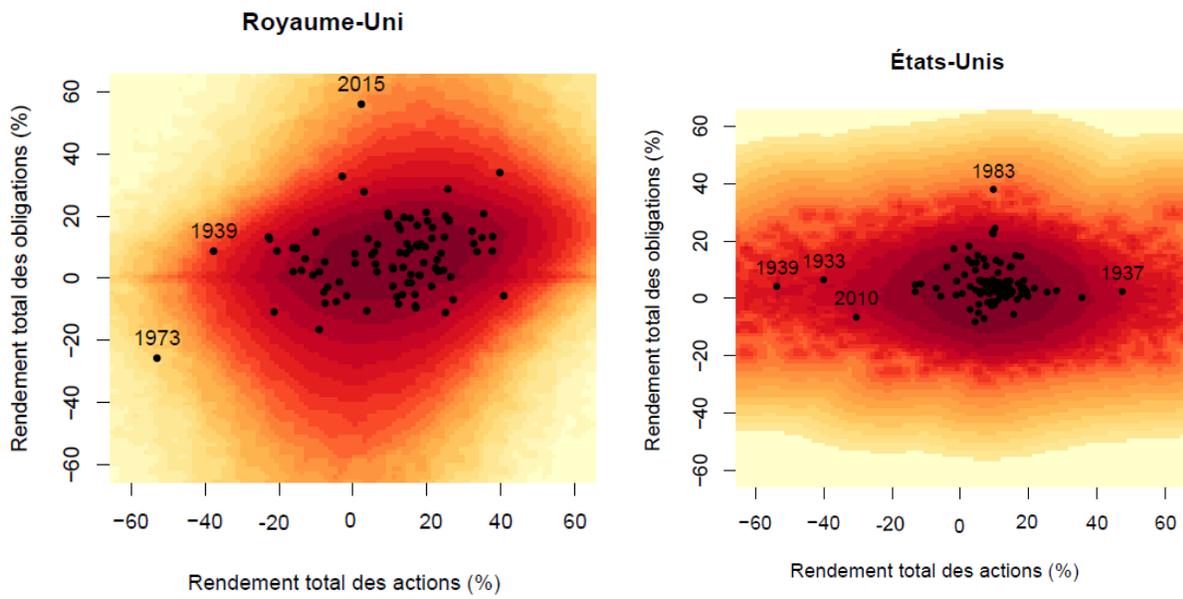
Graphique 17

Graphiques en forme d'éventail des simulations de la croissance des dividendes et du rendement des obligations à long terme



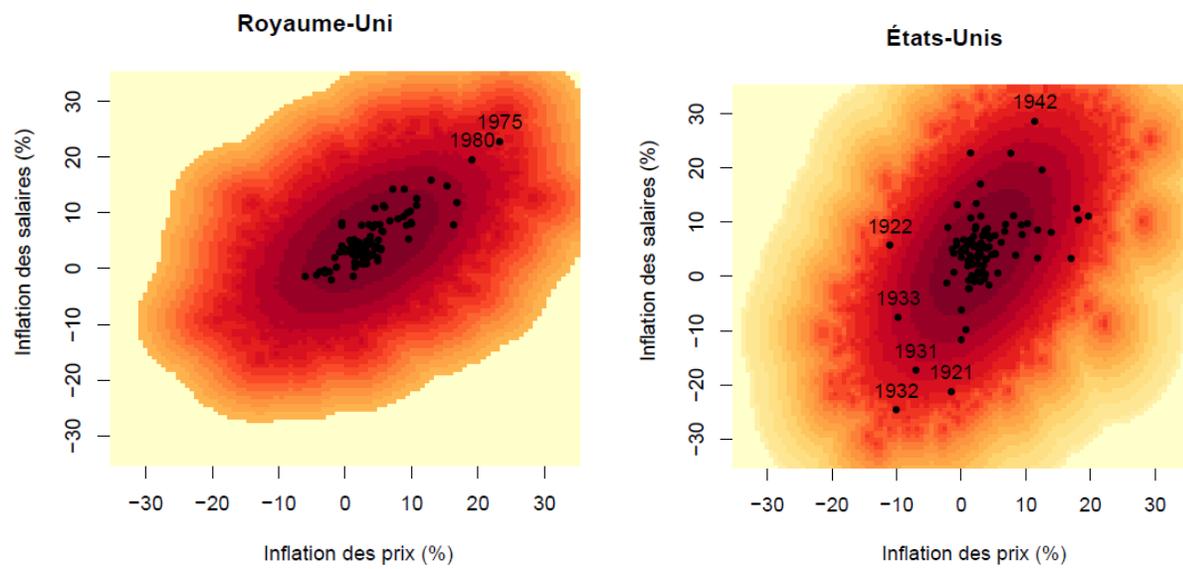
Graphique 18

Graphiques de la part et du rendement simulés du rendement des obligations à long terme



Graphique 19

Graphiques de l'inflation simulée des prix et des salaires



Annexe B : Modèles de mortalité

B.1 Modèles de Cairns-Blake-Dowd (CBD)

Les projections futures du passif d'un régime de retraite dépendent également des hypothèses de mortalité. Dans le premier cas, nous utilisons les hypothèses de la dernière évaluation actuarielle. Il s'agit principalement de veiller à ce que notre modèle de l'USS produise globalement la même valeur des provisions techniques que celle déclarée dans l'évaluation actuarielle. La table de mortalité utilisée pour l'évaluation USS 2014 était S1NA (allégée) et elle a été ajustée à la baisse d'un an pour les femmes et elle n'a pas été ajustée pour les hommes. Les projections de Continuous Mortality Investigation (CMI) pour 2012 ont été utilisées pour les facteurs d'amélioration de la mortalité.

Les récents progrès de la modélisation actuarielle de la mortalité nous offrent également des options pour choisir un autre modèle de mortalité qui convient à notre mission. Cairns et coll. (2009) établissent une comparaison quantitative de huit modèles stochastiques de mortalité à l'aide de données du Royaume-Uni et des États-Unis. Nous examinons sept d'entre eux²⁰. Le graphique 20 présente les taux de décès bruts du R.-U. et des É.-U.

Nous utiliserons les notations suivantes :

$D(t, x)$: nombre de décès à x ans et à l'année t .

$N(t, x)$: nombre de personnes vivantes âgées de x ans au début de l'année t .

$E(t, x)$: exposition totale des personnes âgées de x ans à l'année civile t .

$q(t, x)$: probabilité qu'une personne âgée de x ans au moment t décède entre t et $t + 1$.

$\mu(t, x)$: force de la mortalité, définie comme le taux de décès instantané, au moment exact t pour les personnes âgées exactement de x ans au moment t .

On suppose habituellement que la force de la mortalité demeure constante pour chaque année d'âge entier et pour chaque année civile. Les approches de modélisation types supposent que le nombre de décès à l'âge x dans l'année t suit l'un des modèles ci-après :

- $D(t, x) \sim \text{Binomial} [N(), q(t, x)]$
- $D(t, x) \sim \text{Poisson} [E() \times \mu(t, x)]$.

En vertu de l'hypothèse d'une population stationnaire, le modèle de Poisson peut également s'exprimer sous la forme $q(t, x)$, à l'aide de l'approximation $q(t, x) \approx 1 - \exp[-\mu(t, x)]$. Désormais, dans un souci de brièveté, nous désignerons le paramètre de mortalité $\mu(t, x)$ et le modèle de Poisson pour le nombre de décès.

Les modèles types utilisés pour l'ajustement $\mu(t, x)$ prennent la forme d'un modèle additif ou multiplicateur (ou d'une combinaison) des fonctions suivantes :

$\beta(x)$: saisie des effets d'âge;

$\kappa(t)$: saisie des effets de période;

$\gamma(t - x)$: saisie des effets de cohorte (il convient de noter que $t - x$ donne l'année de naissance).

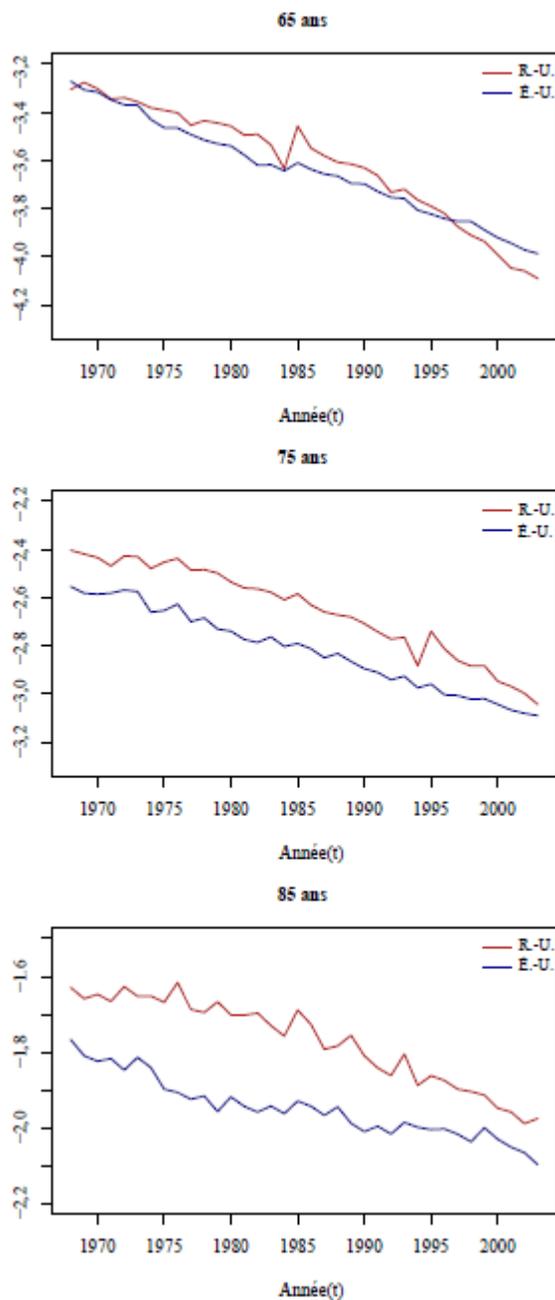
²⁰ Il convient de noter que nous n'avons pas pris en compte le modèle M4 pour nos comparaisons puisqu'il est très différent des modèles M1 à M3 et M5 à M8. Tous ces modèles partagent la même hypothèse sous-jacente, à savoir que la nature des effets d'âge, de période et de cohorte est différente sur le plan qualitatif. En revanche, le modèle M4 utilise les B-splines et P-splines pour ajuster la mortalité en surface.

Un exemple simple d'un de ces modèles est le modèle M3 dans Cairns et coll. (2009) :

$$\log \mu(t, x) = \beta(x) + \kappa(t) + \gamma(t - x). \quad (36)$$

Graphique 20

Logarithme des taux de décès bruts au Royaume-Uni et aux États-Unis pour les hommes de 65, 75 et 85 ans



Les données historiques sur les décès et les expositions peuvent ensuite être utilisées pour estimer $\mu(t, x)$ à la période et aux âges pertinents pour les données. Par exemple, dans Cairns et coll. (2009), des données pour les âges 60 à 89 et les années 1961 à 2004 ont été utilisées pour obtenir des estimations de $\hat{\mu}(t, x)$ pour $t = 1961, 1962, \dots, 2004$ et $x = 60, 61, \dots, 89$ à l'aide de la méthode du maximum de vraisemblance.

Toutefois, la projection du passif des régimes de retraite dans le temps exige également des projections futures de $\mu(t, x)$. Habituellement, il s'agit de projeter les séries chronologiques $\kappa(t)$ et $\gamma(t - x)$. Cairns et coll. (2011) suggèrent des méthodes possibles pour projeter les paramètres de mortalité d'après les estimations historiques de ces paramètres.

Quel que soit le modèle que nous choisissons, les régimes de retraite sont exposés à deux types de risque, le risque spécifique et le risque systématique, qui découlent des résultats réels de mortalité des participants qui diffèrent des prévisions.

Compte tenu des valeurs des paramètres, $\mu(t, x)$, la variation des résultats de mortalité réels est désignée risque spécifique. En d'autres termes, si nous supposons que $\mu(t, x)$ est connu, et compte tenu des expositions pertinentes au risque, le nombre de décès est une variable aléatoire. Par exemple, si pour un certain âge et un certain moment, l'exposition au risque est de 10 000 et la probabilité de décès est de 0,01, alors le nombre de décès peut être ..., 98, 99, 100, 101, 102, ... avec certaines probabilités (avec une moyenne de 100). Il s'agit d'un risque spécifique. Pour un grand régime de retraite comme l'USS, qui compte 400 000 participants, le risque spécifique ne représente pas une menace importante, car il peut être diversifié au moyen de la mise en commun.

Le risque systématique découle de l'incertitude entourant l'estimation des paramètres sous-jacents $\mu(t, x)$. Il s'agit de l'incertitude associée à la projection des séries chronologiques $\kappa(t)$ et $\gamma(t - x)$. Par exemple, si les taux de mortalité s'améliorent plus rapidement que prévu, la valeur future de $\mu(t, x)$ sera plus faible, ce qui se traduira par une diminution des décès. Ce risque ne peut être diversifié et il constitue donc une menace plus importante. Idéalement, l'incertitude ou le caractère aléatoire des projections de $\mu(t, x)$ doit être reconnu et intégré à un modèle stochastique de mortalité.

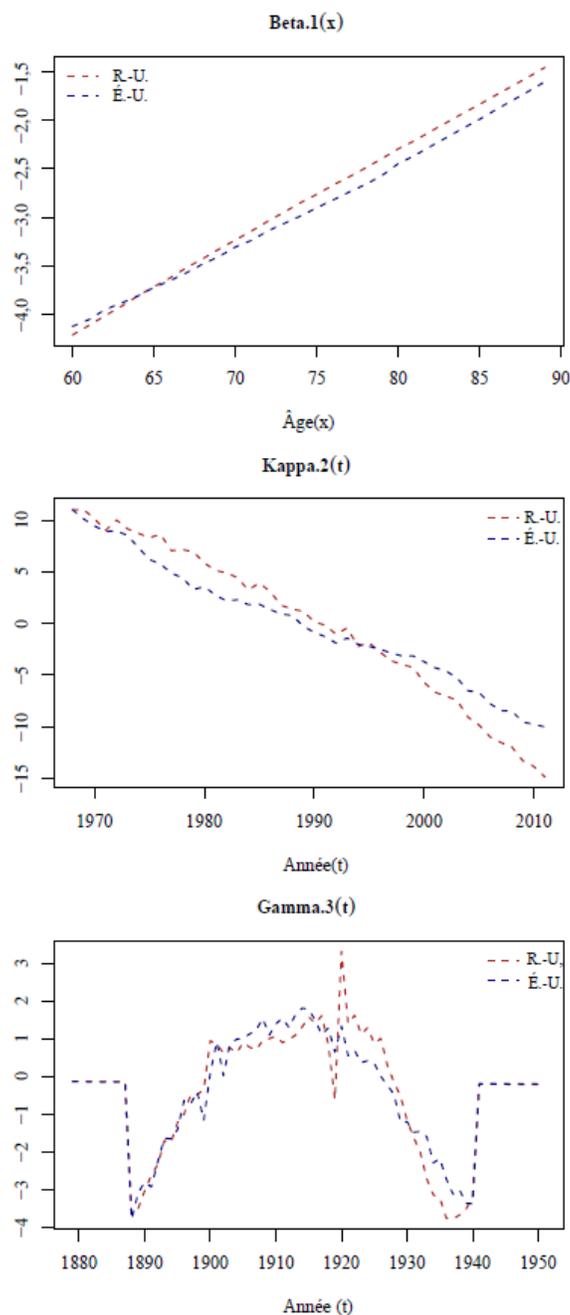
Tableau 25
Modèles de mortalité

Modèle	Formule
M1	$\log m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} k_t^{(2)}$
M2	$\log m(t, x) = \beta_x^{(1)} + \beta_x^{(2)} k_t^{(2)} + \beta_x^{(3)} \gamma_{(t-x)}^{(3)}$
M3	$\log m(t, x) = \beta_x^{(1)} + k_t^{(2)} + \gamma_{(t-x)}^{(3)}$
M5	$\text{logit } q(t, x) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)} (x - \bar{x})$
M6	$\text{logit } q(t, x) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)} (x - \bar{x}) + \gamma_{(t-x)}^{(3)}$
M7	$\text{logit } q(t, x) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)} (x - \bar{x}) + k_t^{(3)} [(x - \bar{x})^2 - \sigma^2] + \gamma_{(t-x)}^{(4)}$
M8	$\text{logit } q(t, x) = k_t^{(1)} + k_t^{(2)} (x - \bar{x}) + \gamma_{(t-x)}^{(3)} (x_c - \bar{x})$

Le tableau 25 montre sept des huit modèles stochastiques présentés par Cairns et coll. (2009). Le modèle suppose que la surface sous-jacente de la mortalité est lissée dans les effets de période ainsi que dans les effets d'âge et de cohorte.

Les paramètres sont ensuite estimés selon le maximum de vraisemblance. Par exemple, nous présentons les estimations des paramètres du modèle M3, qui sont les plus faciles à expliquer. Pour ajuster le modèle, nous utilisons les données de la HMD de 1968 à 2014 pour les hommes de 60 à 89 ans²¹.

Graphique 21
Estimations des paramètres du modèle M3



²¹ Cette tranche d'âge a été choisie puisque les taux de mortalité des personnes de moins de 60 ans sont près de zéro et affichent peu de variation. Les taux de mortalité des personnes de plus de 89 ans reposent sur de très faibles expositions.

Le paramètre $\beta_x^{(1)}$ saisit l'effet d'âge sur la mortalité. Comme prévu, la progression du taux de mortalité (et donc $\beta_x^{(1)}$) est fonction de l'augmentation de l'âge.

Le paramètre $\kappa_t^{(2)}$ saisit l'effet de période sur la mortalité. Il convient de noter que pour le Royaume-Uni et les États-Unis, les $\kappa_t^{(2)}$ diminuent avec le temps, ce qui sous-entend une amélioration de la mortalité au fil du temps.

Enfin, $\gamma_{t-x}^{(3)}$ saisit l'effet de cohorte sur la mortalité. Contrairement à l'effet d'âge et de période, l'effet de cohorte ne présente aucune tendance précise.

Pour comparer quantitativement les modèles de mortalité, Cairns et coll. (2009) utilisent le CIB, qui fournit un mécanisme permettant d'équilibrer la qualité de l'ajustement et la parcimonie du modèle. Il nous permet également de comparer des modèles qui ne sont pas imbriqués. Le tableau 26 montre le CIB à l'aide des données ajustées au R.-U. et aux É.-U. À partir du tableau, nous constatons que le modèle M7 convient bien aux données du R.-U. et des É.-U., ce qui justifie son utilisation pour projeter les taux de mortalité futurs aux fins de notre recherche.

Tableau 26

Rang du CIB pour les différents modèles de mortalité à l'aide des données sur les hommes

Modèle	R.-U. (rang)	É.-U. (rang)
M1	-10 925 (5)	-17 362 (5)
M2	-8 633 (4)	-11 228 (1)
M3	-14 153 (7)	-28 115 (6)
M5	-11 876 (6)	-30 134 (7)
M6	-8 607 (3)	-13 459 (4)
M7	-8 488 (1)	-12 781 (2)
M8	-8 503 (2)	-13 161 (3)

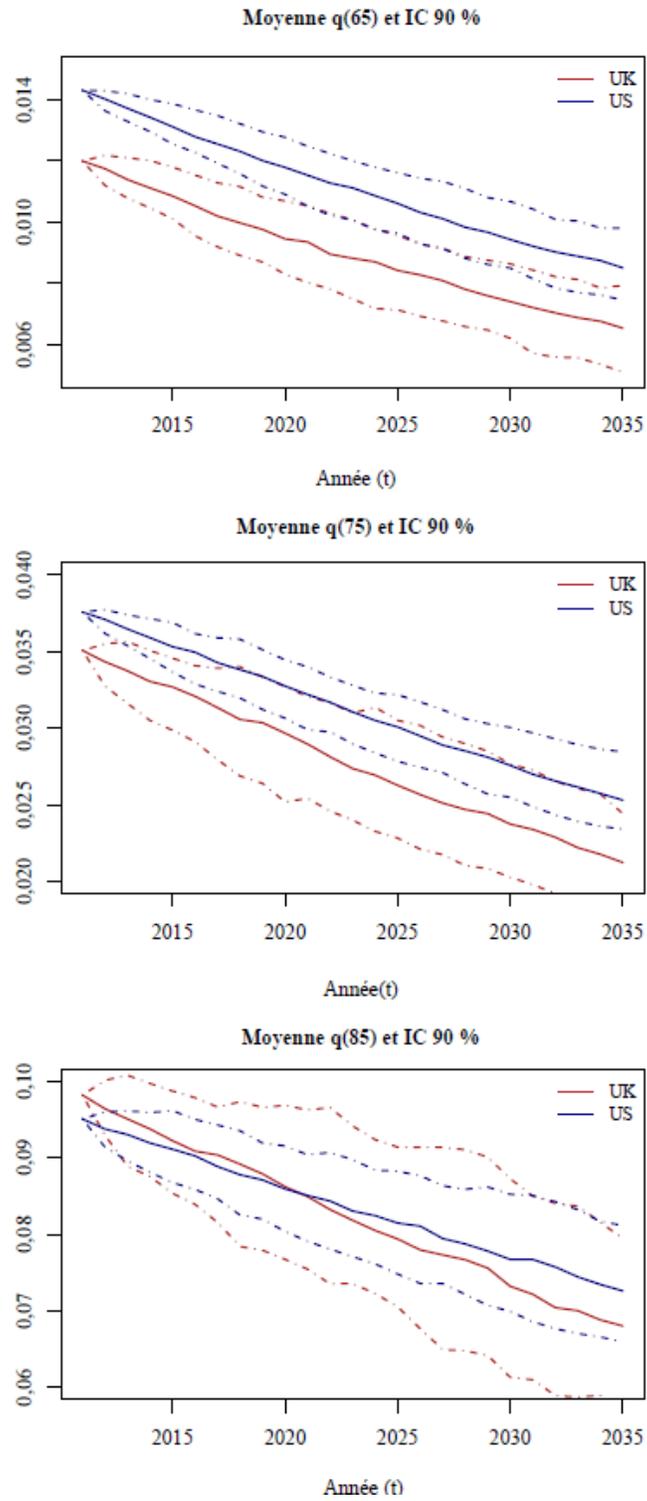
À l'aide des paramètres ajustés, nous projetons la mortalité future. Nous présentons les taux de mortalité simulés en vertu du modèle M7 pour les hommes du R.-U. et des É.-U. âgés de 65, 75 et 85 ans, ainsi que l'intervalle de confiance de 90 %.

À partir du graphique 22, nous formulons les observations suivantes :

- Les taux de mortalité augmentent avec l'âge, ce qui indique que l'effet d'âge est pris en compte dans les simulations.
- Le taux de mortalité diminue avec le temps, ce qui montre que l'effet de période est également pris en compte dans les simulations.
- Plus l'horizon temporel est long, plus les graphiques en éventail sont larges. Cela démontre une plus grande incertitude lorsque les simulations portent sur des horizons plus longs.

Graphique 22

Taux de mortalité simulés à partir du modèle M7

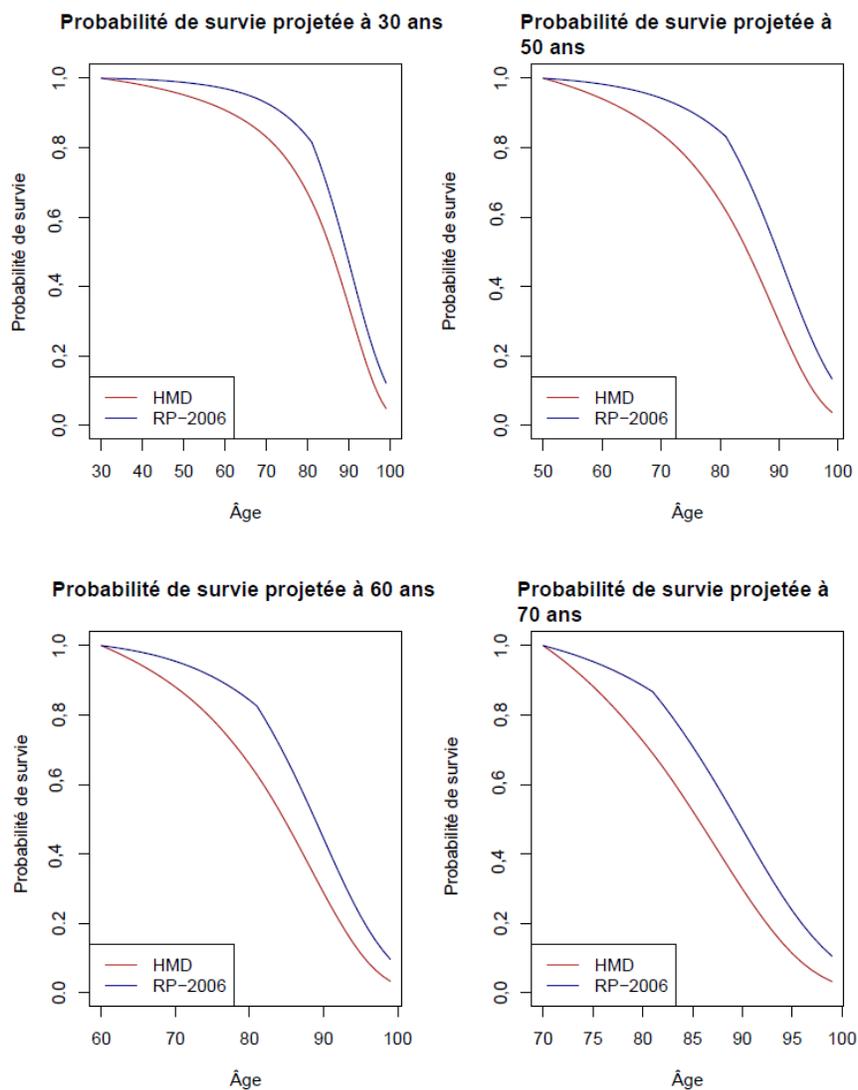


B.2 Table de mortalité RP-2006 et table de projection MP-2018

La table RP-2006 est une table de mortalité déterministe, et la table MP-2018 comprend des tables de projection de la mortalité utilisées par certains régimes de retraite aux États-Unis. Nous utilisons les tables RP-2006 et MP-2018 comme test de sensibilité dans notre analyse du régime américain stylisé (voir la section 7.5). Le graphique 23 compare les taux de survie projetés à l'aide de la projection centrale du modèle M7 étalonnée en fonction des données de la HMD des États-Unis et de la table RP-2006 avec la table de projection MP-2018. Les taux de survie selon la table RP-2006 sont plus élevés que ceux de la HMD. Cela est prévu puisque la HMD repose sur les données de la population totale, tandis que la table RP-2006 est fondée sur les données des retraités.

Graphique 23

Taux de survie projetés à partir du modèle M7 et de la table RP-2006

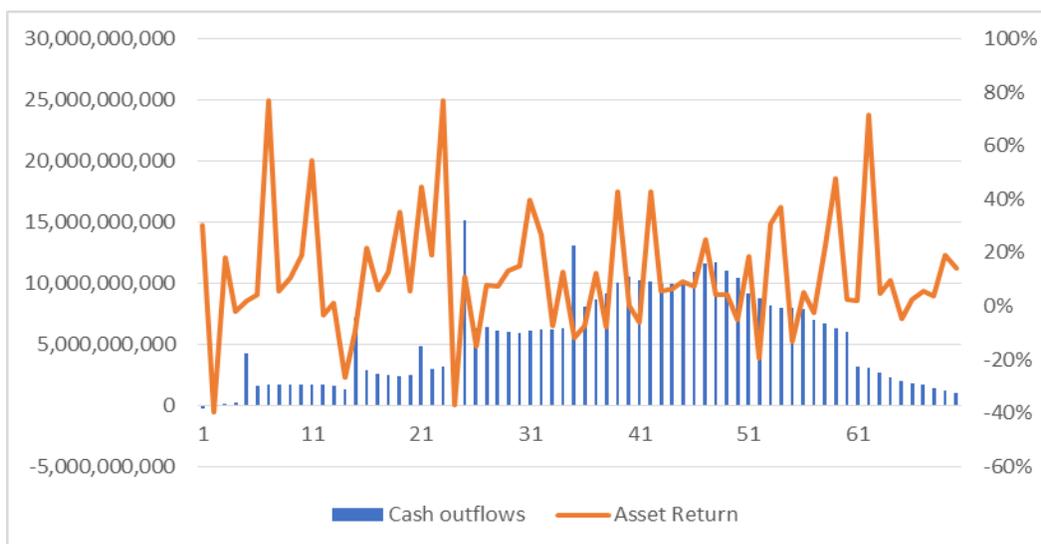


Annexe C : Exemple de simulation

Nous présentons deux simulations des flux de trésorerie et du rendement de l'actif du régime de retraite du Royaume-Uni. Le graphique 24 présente les flux de trésorerie et le rendement de l'actif qui correspondent au 50^e centile de V_0 . Il s'agit d'un exemple d'une simulation²². Les flux de trésorerie générés reposent sur les points du modèle et les structures de prestations décrites respectivement aux sections 4.1 et 4.2, et sur les taux de mortalité générés par le modèle stochastique de mortalité M7. Le rendement de l'actif est généré par le modèle économique stochastique, le modèle graphique supposant une répartition de l'actif à 70 % en actions et à 30 % en obligations. Nous répétons cette opération plusieurs fois, disons 10 000 ou 100 000 fois, pour obtenir une distribution de V_0 .

Graphique 24

Flux de trésorerie et rendement de l'actif correspondant au 50^e centile de V_0 pour le régime de retraite du R.-U.



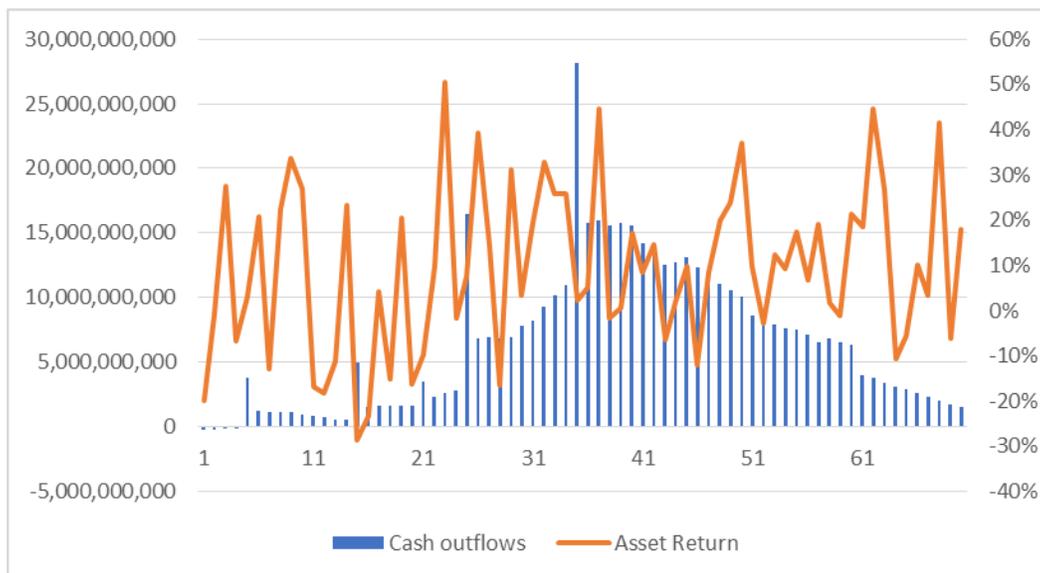
*Ce graphique est disponible en anglais seulement.

Nous constatons un pic des flux de trésorerie aux temps $t = 5, 15, 25$ et 35 . Ces chiffres correspondent au moment où les participants âgés respectivement de 60, 50, 40 et 30 ans (c.-à-d. l'âge des points du modèle utilisés pour les participants actifs) prennent leur retraite et reçoivent un montant forfaitaire en même temps que leur rente. Le modèle est annualisé, ce qui signifie que les paiements de rente et le rendement de l'actif sont présumés se produire une fois l'an. Il s'agit d'une lacune du modèle, car en réalité, nous nous attendons à ce que les prestations soient versées tous les mois et que le rendement de l'actif soit presque continu.

²² Il convient de noter que la simulation génère le niveau médian de V_0 . Toutefois, elle ne représente pas le niveau médian de toutes les autres variables. Soulignons que le volet rendement est très variable.

Graphique 25

Flux de trésorerie et rendement de l'actif correspondant au 0,5^e centile de V_0 pour le régime de retraite du R.-U.



*Ce graphique est disponible en anglais seulement.

Le graphique 25 présente les flux de trésorerie et le rendement de l'actif qui correspondent au 0,5^e centile de V_0 . À noter qu'à long terme, les rendements de l'actif des deux simulations sont assez semblables et fluctuent autour de 10 % par année. Toutefois, au cours des premières années, les rendements du 50^e centile sont plus élevés que ceux du 0,5^e centile, ce qui indique que les rendements aux premières années influent sensiblement sur la distribution de V_0 .

À propos de l'Institut canadien des actuaires

L'ICA est l'organisme bilingue national et le porte-parole de la profession actuarielle au Canada. Ses membres se vouent à fournir des services et des conseils actuariels de la plus haute qualité. L'Institut fait passer l'intérêt du public avant les besoins de la profession et de ses membres.

Le siège social de l'ICA, situé à Ottawa, est composé de 29 personnes dévouées. Il est responsable des publications, des communications, des services aux membres, de la traduction, du soutien aux bénévoles, de la maintenance du site Web et du perfectionnement professionnel.

Le Conseil d'administration de l'ICA compte 15 actuaires, six directions axées sur les besoins fondamentaux de la profession et plus de 40 commissions et de nombreux groupes de travail qui s'affairent à des questions liées au plan stratégique de l'ICA.

L'ICA :

- Favorise l'avancement de la science actuarielle par la recherche;
- Assure la prestation de programmes de formation et de qualification des membres actuels et éventuels;
- Veille à ce que les services actuariels offerts par ses membres respectent des normes professionnelles extrêmement élevées;
- S'autoréglemente et veille à l'application des Règles de déontologie;
- Défend les intérêts de la profession auprès des gouvernements et du public en ce qui a trait à l'élaboration de ses politiques publiques.

Siège social de l'ICA
Institut canadien des actuaires
360, rue Albert, bureau 1740
Ottawa (Ontario)
www.cia-ica.ca

À propos de la Society of Actuaries

Constituée en 1949, la Society of Actuaries (SOA) est l'un des plus importants organismes professionnels à l'échelle mondiale et est voué au service de 32 000 actuaires membres et du public aux États-Unis, au Canada et ailleurs dans le monde. Conformément à l'énoncé de la vision de la SOA, les actuaires sont des chefs de file auprès des entreprises; ils élaborent et utilisent des modèles mathématiques pour mesurer et gérer le risque à l'appui de la sécurité financière des particuliers, des organisations et du public.

La SOA appuie les actuaires et fait progresser la connaissance au moyen de la recherche et de l'éducation. Dans le cadre de ses travaux, elle cherche à éclairer l'élaboration de la politique publique et à faciliter sa compréhension par le public par le biais de la recherche. Elle aspire à devenir une source de confiance en recherche et en analyse objective fondée sur des données, dans une perspective actuarielle pour ses membres, l'industrie, les décideurs et le public. Ce point de vue distinct provient de la SOA à titre d'association d'actuaires qui possèdent une formation officielle rigoureuse et une expérience directe de praticiens en recherche appliquée. La SOA est également fière de la possibilité de s'associer à d'autres organisations dans le cadre de ses travaux, le cas échéant.

La SOA collabore depuis longtemps avec les décideurs du secteur public et les organismes de réglementation pour la préparation d'études d'expérience historiques et l'élaboration de techniques de projection, de même que des rapports individuels sur les soins de santé, la retraite et d'autres sujets. Les travaux de recherche de la SOA ont pour but de faciliter les travaux des décideurs et des organismes de réglementation, et de suivre certains principes fondamentaux :

Objectivité : Les travaux de recherche de la SOA fournissent un éclairage et une analyse auxquels peuvent se fier d'autres personnes et organisations prenant part aux débats sur la politique publique. La SOA ne prend pas position ou n'appuie pas des projets de politique particuliers.

Qualité : Dans tous ses travaux et toutes ses analyses, la SOA vise les plus hautes normes de qualité et d'éthique. Notre processus de recherche est supervisé par des actuaires et des non-actuaires expérimentés représentant de nombreux secteurs et organismes professionnels. Un examen rigoureux des pairs garantit la qualité et l'intégrité de nos travaux.

Pertinence : La SOA fournit des travaux de recherche opportuns sur des sujets relevant de la politique publique. Ces travaux font progresser la connaissance actuarielle tout en présentant une perspective sur des questions stratégiques fondamentales, ajoutant ainsi à la valeur des travaux des intervenants et des décideurs.

Quantification : La SOA met à profit les compétences diverses des actuaires afin de produire des travaux de recherche et des constatations fondés sur les meilleures données et les meilleures méthodes. Les actuaires utilisent des modèles détaillés pour analyser le risque financier et fournir une perspective et une quantification distinctes. En outre, les normes actuarielles exigent de la transparence, et la divulgation des hypothèses et de la démarche d'analyse qui sous-tendent les travaux.

Society of Actuaries
475 N. Martingale Road, Suite 600
Schaumburg, Illinois 60173
www.SOA.org

À propos de l'Institute and Faculty of Actuaries

L'Institute and Faculty of Actuaries (IFoA) est le seul ordre professionnel agréé du Royaume-Uni qui se consacre à la formation, au perfectionnement et à la réglementation des actuaires établis à la fois au Royaume-Uni et à l'étranger. L'IFoA représente plus de 30 000 membres dans le monde. En plus d'encadrer ses membres pour le bien du public, il veille à leur formation à tous les stades de qualification et de perfectionnement au cours de leur carrière.

En tant que société savante, l'IFoA a pour objectif de promouvoir et d'appuyer un vaste éventail d'activités de recherche et de partage de connaissances entre les membres, les intervenants externes et les milieux de recherche internationaux.

L'avancement de la science actuarielle est au cœur des activités organisées par l'IFoA, lequel commande et finance des travaux de recherche contribuant :

- À l'avancement de la science actuarielle en tant que matière;
- Au travail des praticiens de l'industrie;
- À l'élaboration de politiques publiques fondées sur des données probantes.

À propos de l'Actuarial Research Centre (ARC)

L'Actuarial Research Centre (ARC) est le réseau mondial de chercheurs en actuariat de l'Institute and Faculty of Actuaries (IFoA). Le réseau international de l'ARC offre à l'industrie des programmes de recherche pertinents et de pointe traitant d'importants défis de la science actuarielle, afin de proposer ultimement des solutions d'affaires et d'orienter les politiques publiques, grâce à une collaboration entre la profession actuarielle, le milieu universitaire et l'industrie.

Les programmes de recherche de l'ARC sont menés en partenariat avec des établissements et des organismes de l'Europe et de l'Amérique du Nord. L'IFoA s'engage à développer davantage de programmes de recherche pertinents à l'échelle internationale, afin de maximiser l'impact et les bienfaits des travaux de recherche de l'ARC pour les utilisateurs du milieu actuariel de partout dans le monde.

Les membres et l'équipe de direction de l'IFoA ainsi qu'un groupe dévoué d'administrateurs de l'ARC appuient l'atteinte de cet objectif en favorisant une collaboration et une consultation accrues des praticiens, des universitaires, de l'industrie et d'autres associations d'actuaires et de l'industrie dans le monde. En tant qu'ambassadeurs de l'ARC, les administrateurs de l'ARC, qui sont d'éminents universitaires de renommée mondiale, veillent aussi à la prestation et à l'assurance-qualité des programmes de recherche de l'ARC.

Institute and Faculty of Actuaries
 Level 2 · Exchange Crescent · 7 Conference Square · Edinburgh · EH3 8RA
www.actuaries.org.uk