

# Lien entre la structure d'une population et le rendement des obligations

## Rapport final – Phase 3



# Lien entre la structure d'une population et le rendement des obligations

Rapport final – Phase 3

## AUTEURS

Doug Andrews  
Steve Bonnar  
Jaideep Oberoi  
Aniketh Pittea

## COMMANDITAIRES

Society of Actuaries  
Institut canadien des actuaires  
Institute and Faculty of Actuaries

## Mise en garde et avis de non-responsabilité

Les opinions exprimées et les conclusions tirées sont celles des auteurs et elles ne représentent pas une position ou une opinion officielle de la Society of Actuaries, de l'Institut canadien des actuaires, de l'Institute and Faculty of Actuaries ou de leurs membres. Ces organismes ne font aucune déclaration et n'offrent aucune garantie quant à l'exactitude de l'information.

Tous droits réservés. © Doug Andrews, Steve Bonnar, Jaideep Oberoi et Aniketh Pittea, 2020.

# Lien entre la structure d'une population et le rendement des obligations

Douglas Andrews et Stephen Bonnar  
Université de Waterloo  
Jaideep Oberoi et Aniketh Pittea  
Université de Kent<sup>1</sup>

Le présent rapport comporte un examen général de la documentation qui traite de la relation existant entre les prix ou les rendements des obligations et les variables démographiques, une analyse approfondie de l'un de ces documents (Favero et coll., 2016) ainsi qu'une analyse empirique qui commence par la méthodologie de ces documents et étend l'analyse à la stabilité de la relation, au fil du temps, dans le cas des obligations à longue échéance et des obligations souveraines de divers pays. Nous verrons que les résultats de Favero et coll. sont valables dans de nombreuses circonstances (mais pas dans toutes les circonstances). À une augmentation du ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « jeune » correspond une réduction du rendement des obligations à plusieurs points de la courbe, soit entre les obligations à trois mois et les obligations à 30 ans. À une augmentation du ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « âgée » correspond une augmentation du rendement de ces obligations.

Lorsque nous examinons les données sur de plus courtes périodes, ces relations ne sont pas aussi fortes. De façon générale, elles demeurent valables pour la période comprise entre 1960 et 1974. Dans certains cas, et plus particulièrement au Canada, elles sont valables pour la période allant de 1990 à 2015. Toutefois, la turbulence sur les marchés des obligations, entre autres, qui s'est produite pendant la forte hausse, puis la baisse de l'inflation et du rendement des obligations au cours de la période comprise entre 1975 et 1989 a donné lieu à des relations instables entre le rendement des obligations et les ratios démographiques. Il ne faut pas s'en étonner, car les ratios démographiques forment des séries mobiles très lentes, tandis que le rendement des obligations (et l'inflation) a fluctué très rapidement au cours de cette période.

Enfin, nous verrons que la relation n'est pas du tout stable lorsque nous examinons la situation du Royaume-Uni, de l'Allemagne et du Japon. Il se peut que la faiblesse ou l'absence du baby-boom dans ces pays nous empêche d'observer cette relation.

---

<sup>1</sup> Ce projet a bénéficié du soutien financier des organismes suivants : l'Institut canadien des actuaires, l'Institute and Faculty of Actuaries, la Society of Actuaries, le Conseil de recherche en sciences humaines, l'Université de Kent et l'Université de Waterloo. Nous tenons aussi à remercier de ses précieux commentaires du groupe d'examen que les trois associations actuarielles ont mis sur pied. Cet article s'inscrit dans un projet plus grand intitulé *Vieillesse de la population, répercussions sur la valeur des actifs et incidence sur les régimes de retraite : Une étude internationale*. Outre les auteurs, l'équipe participant au grand projet se compose des chercheurs Lori Curtis et Kathleen Rybczynski, de l'Université de Waterloo, de Mark Zhou, de la Société canadienne d'hypothèques et de logement, de Miguel Leon-Ledesma et Pradip Tapadar, de l'Université de Kent, et de Tony Wirjanto, de l'Université de Waterloo. Toute l'équipe remercie celles et ceux qui ont rendu ce projet possible. Mesdames Giovanna Apicella, de l'Université de St. Gallen, et Lina Wang, de l'Université de Waterloo, ont fait un excellent travail de recherche à l'appui de ce document.

# 1. Introduction

Le présent rapport fait partie d'un grand programme de recherche amorcé en 2014 et qui a été financé, en partie, jusqu'en juin 2019. Les chercheurs principaux résident au Canada et au Royaume-Uni, et les bailleurs de fonds, au Canada, au Royaume-Uni et aux États-Unis. Le grand programme de recherche a pour but de cerner et de quantifier l'incidence des changements de la structure de la population sur la valeur des actifs au cours de longues périodes et à illustrer l'impact des résultats des recherches en les appliquant aux grands régimes de retraite en place au Canada, au Royaume-Uni et aux États-Unis.

Le rapport rend compte du travail effectué par les auteurs pour la Society of Actuaries dans le cadre de la troisième phase de l'étude financée par cette association. Plus précisément, cette troisième phase comprenait les tâches suivantes :

- Effectuer un examen de la documentation, en deux parties. La première partie de l'examen se focalise sur les ouvrages qui présentent une approche quantitative de la façon dont la structure démographique influe sur les niveaux des taux d'intérêt et la structure par échéance des obligations.
- Bâtir un modèle inspiré de la documentation et qui utilise les données disponibles, y compris les projections de nos modèles, afin de quantifier l'influence des facteurs démographiques sur les taux d'intérêt.
- Nous nous attendons à ce que les mathématiques floues nous soient utiles pour le développement de ce modèle. La seconde partie de l'examen de la documentation recense les ouvrages des approches mathématiques floues qui peuvent avoir des applications en actuariat.

L'analyse empirique commence par la méthodologie de Favero et coll. (2016) et se poursuit par l'étude de la relation avec d'autres variables démographiques, de la stabilité de ces relations au fil du temps, dans le cas des obligations à longue échéance et des obligations souveraines de divers pays. Favero et coll. incluent dans leur analyse le ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « jeune ». Nous constatons que les résultats de Favero et coll. sont valables dans de nombreuses circonstances (mais pas dans toutes les circonstances). À une augmentation du ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « jeune » correspond une réduction du rendement des obligations à plusieurs points de la courbe, soit entre les obligations à trois mois et les obligations à 30 ans. À une augmentation du ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « âgée » (c.-à-d., les retraités) correspond une augmentation du rendement de ces obligations.

Le fondement économique de ces relations est qu'on s'attend à ce que la population « âgée » ait davantage besoin d'obligations pour financer leur retraite. Si cela est vrai, cette augmentation de la demande ferait baisser le rendement des obligations lorsque la population « âgée » augmente par rapport à la population « d'âge intermédiaire », et vice versa. Cela est conforme aux résultats empiriques qui montrent qu'à une augmentation du ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « âgée » (c.-à-d. relativement moins de pensionnés) correspond une augmentation du rendement des obligations.

De même, on s'attend à ce que les « jeunes » veuillent emprunter pour répartir leur consommation dans le temps. Ainsi, une augmentation de la proportion des « jeunes » par rapport à la population « d'âge intermédiaire » ferait augmenter le rendement des obligations, et vice versa. Encore une fois, cela est conforme aux résultats empiriques selon lesquels une augmentation du ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « jeune » (c.-à-d. moins de jeunes) est associée à une diminution du rendement des obligations.

Lorsque nous examinons les données sur de plus courtes périodes, ces relations ne sont pas aussi fortes. De façon générale, elles demeurent valables pour la période comprise entre 1960 et 1974. Dans certains cas, et plus particulièrement au Canada, elles sont valables pour la période allant de 1990 à 2015. Toutefois, la turbulence sur les marchés des obligations, entre autres, qui s'est produite pendant la forte hausse, puis la baisse de l'inflation et du rendement des obligations au cours de la période comprise entre 1975 et 1989 a donné lieu à des relations instables entre le rendement des obligations et les ratios démographiques. Il ne faut pas s'en étonner, car les ratios démographiques forment des séries mobiles très lentes, tandis que le rendement des obligations (et l'inflation) a fluctué très rapidement au cours de cette période.

Enfin, nous constatons que la relation n'est pas du tout stable lorsque nous examinons la situation au Royaume-Uni, en Allemagne et au Japon. Il se peut que la faiblesse ou l'absence du baby-boom dans ces pays nous empêche d'observer cette relation.

Le reste du rapport est structuré comme suit :

- La section 2 présente un résumé général des ouvrages qui établissent un lien entre les facteurs démographiques et le rendement des obligations<sup>2</sup>.
- La section 3 présente un résumé détaillé de l'un de ces ouvrages, Favero et coll. (2016).
- La section 4 décrit les données que nous utilisons pour l'analyse.
- La section 5 présente des statistiques sommaires.
- La section 6 contient notre analyse qui montre les résultats de notre reproduction de la méthodologie suivie dans Favero et coll. pour les États-Unis et le Canada.
- La section 7 contient une analyse supplémentaire fondée sur la méthodologie de Favero et coll. à l'extrémité plus longue de la courbe de rendement, où nous étudions les rendements des obligations à coupons et des obligations coupon zéro.
- La section 8 renferme la conclusion du présent document.
- D'autres analyses pour d'autres pays (R.-U., Allemagne et Japon) figurent à l'annexe A.
- L'annexe B contient un recensement des ouvrages universitaires qui traitent des caractéristiques des marchés des obligations en utilisant les mathématiques floues.

---

<sup>2</sup> On trouvera un examen détaillé de la documentation portant sur diverses catégories d'actifs en cliquant sur : [www.soa.org/Files/resources/research-report/2018/lit-review-popl-aging-asset-values-impact-pension.pdf](http://www.soa.org/Files/resources/research-report/2018/lit-review-popl-aging-asset-values-impact-pension.pdf). À noter que cet examen détaillé cite un ouvrage de Favero et coll. (2016) en version document de travail. Aux fins des descriptions contenues dans les deux examens de la documentation, ces deux articles de Favero et de ses collègues sont les mêmes.

## 2. Marchés d'obligations et facteurs démographiques

La notion selon laquelle la démographie devrait influencer sur le rendement des obligations repose souvent sur l'hypothèse du cycle de vie avancée par Modigliani et Brumberg (1954) au début des années 1950. En bref, cette hypothèse suggère que la fonction d'utilité des consommateurs est maximisée lorsqu'ils empruntent dans leurs jeunes années, qu'ils investissent pour la retraite à l'âge intermédiaire et qu'ils vivent de leurs investissements à la retraite.

Arnott et Chaves (2012) utilisent diverses variables de contrôle dans leurs régressions. Un thème commun ressort de toutes leurs analyses : de grands groupes de retraités (65 ans ou plus) semblent nuire à la performance des marchés financiers et à la croissance économique. Cet effet est moins prononcé pour les obligations que pour les actions, probablement puisqu'elles sont vendues plus tard à la retraite que les actions, suivant l'avis général des conseillers financiers et puisqu'elles offrent un revenu de retraite plus stable que les actions.

Favero et coll. (2016) ont développé un modèle théorique simple de la courbe de rendement. Ils considèrent le ratio de la population d'âge intermédiaire (40 à 49 ans) à la population jeune (20 à 29 ans) aux États-Unis comme étant la variable démographique pertinente pour déterminer la composante persistante des taux d'intérêt. Leur modèle prévoit une corrélation négative (et l'analyse empirique le démontre) entre leur variable démographique et le rendement des obligations.

Roy et coll. (2012) ajoutent des variables démographiques et économiques à leurs régressions. Le résultat de la régression du rendement des obligations du gouvernement à 10 ans sur le ratio des « jeunes professionnels urbains » aux « intellos » (rapport du nombre des 20 à 34 ans au nombre des 40 à 54 ans) et l'inflation constitue un bon ajustement de la régression. Le rendement des obligations a tendance à augmenter lorsque le ratio des « jeunes professionnels urbains » aux « intellos » augmente, et vice versa.

## 3. Sommaire détaillé de Favero et coll. (2016)

Favero et coll. (2016) est l'ouvrage que nous avons retenu pour tenter d'approfondir la relation entre les variables démographiques et le rendement des obligations, puisque les auteurs créent un modèle théorique pour le rendement des obligations et effectuent une analyse empirique à l'appui de cette théorie. Ils commencent leur étude par faire remarquer que les rendements des obligations à court terme<sup>3</sup> affichent une persistance significative<sup>4</sup>, tandis que les facteurs économiques que les banques centrales utilisent pour gérer les taux à court terme (comme l'inflation et l'écart de production) ont des niveaux de persistance beaucoup plus faibles<sup>5</sup>.

Favero et coll. (2016) indiquent que [traduction libre] « les dernières données observées montrent que le comportement des taux d'intérêt est compatible avec la décomposition des taux au comptant en une somme de deux processus : (i) une valeur attendue à long terme très persistante et (ii) une composante de retour à la moyenne ». La plupart des modèles de taux

---

<sup>3</sup> Favero et coll. (2016) utilisent des taux à trois mois pour leur analyse.

<sup>4</sup> Les autocorrélations des rendements des bons du Trésor américain à trois mois, avec décalages d'une, de deux et de trois périodes, sont supérieures à 0,85.

<sup>5</sup> Les autocorrélations de l'inflation et de l'écart de production aux États-Unis, avec décalages d'une, de deux et de trois périodes, vont de -0,03 à 0,25.

d'intérêt présupposent que la valeur attendue à long terme est constante. Ce que Favero et ses collègues contribuent à la documentation est la possibilité de modéliser la valeur attendue à long terme comme étant dépendante d'une variable démographique. Plus précisément, la variable démographique qu'ils utilisent est le ratio de la population d'âge intermédiaire (40 à 49 ans) à la population jeune (20 à 29 ans),  $MY$ .

Dans leur cadre simple, le rendement à l'échéance de l'obligation à une période  $y_t^{(1)}$ , est déterminé par l'action du responsable des politiques monétaires, et tous les autres rendements des obligations à  $n$  périodes (coupon zéro) peuvent être exprimés comme la somme de la moyenne prévue des taux courts futurs<sup>6</sup>. C'est l'hypothèse des anticipations et la prime de terme,  $rp y_t^{(n)}$ .<sup>7</sup>

$$y_t^{(n)} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E_t[y_{t+i}^{(1)} | I_t] + rp y_t^{(n)} \quad (1)$$

$$y_t^{(1)} = y_t^* + \beta(E_t[\pi_{t+k}] - \pi^*) + \gamma E_t[x_{t+q}] + u_{1,t+1} \quad (2)$$

Favero et coll. (2016) décrivent ensuite le processus comme suit :

[Traduction libre] « Lorsqu'elle fixe les taux directeurs, la Fed réagit aux variables à différentes fréquences. À une grande fréquence, le responsable de la politique monétaire réagit aux variations cycliques reflétées dans l'écart de production/chômage,  $x_{t+q}$ , c'est-à-dire aux écarts temporaires de la production par rapport à son niveau potentiel et à l'écart de l'inflation,  $\pi_{t+k}$ , par rapport à la cible implicite ( $\pi^*$ ) des autorités monétaires. Des chocs de politique monétaire,  $u_{1,t+1}$ , se produisent également. Comme la politique monétaire influe sur les variables macroéconomiques avec un décalage, les variables pertinentes pour déterminer le taux directeur courant sont l'inflation attendue à la période  $k$  et l'écart de production attendu à la période  $q$ . Cependant, les variations cycliques ne sont pas les seuls éléments qui déterminent les taux directeurs. Nous postulons que les responsables de la politique monétaire tient également compte du niveau d'équilibre des taux d'intérêt,  $y_t^*$  (qui est déterminé par la somme d'une cible de taux d'intérêt réel variable dans le temps et de la cible d'inflation  $\pi^*$ ) en fonction de l'évolution lente de l'économie qui se produit à une fréquence générationnelle, c'est-à-dire celle qui s'étend sur plusieurs décennies. Nous établissons un lien avec la structure par âge de la population,  $MY_t$ , qui détermine le comportement d'épargne de la population d'âge intermédiaire et de la population jeune. »

Donc, l'innovation que Favero et coll. (2016) introduisent est de modéliser le taux d'intérêt d'équilibre comme suit :  $y_t^* \equiv \rho_0 + \rho_1 MY_t$ , qu'ils appellent le modèle affine relatif à la structure (ATSM, en anglais) avec ajustement démographique. Pour réduire cette expression au modèle ATSM traditionnel,  $\rho_1$  serait fixé à zéro.

<sup>6</sup> Le terme  $E_t[y_{t+i}^{(n)} | I_t]$  représente la valeur anticipée de la période courante des rendements futurs des obligations en fonction de toutes les informations connues à l'instant  $t$  (c.-à-d.  $I_t$ ).

<sup>7</sup> Favero et coll. (2016) utilisent la notation suivante :  $p_t^{(n)}$  est le prix logarithmique d'une obligation à escompte à  $n$  années à l'instant  $t$ . Le taux au comptant composé en continu est donc de  $y_t^{(n)} \equiv -\frac{1}{n} p_t^{(n)}$ .

Dans leurs travaux empiriques<sup>8</sup>, Favero et coll. (2016) constatent que leur paramètre additionnel  $\delta_2$  est très significatif avec le signe négatif attendu. De plus, ils testent l'efficacité prévisionnelle du modèle ATSM avec ajustement démographique et constatent qu'il domine sur le modèle ATSM traditionnel.

Bien que Favero et coll. (2016) ne soit qu'un des nombreux ouvrages de la documentation, il est remarquable puisqu'il contient à la fois un cadre théorique et des tests empiriques de ce cadre. De plus, les auteurs y parviennent avec une spécification très parcimonieuse.

#### 4. Données et méthodologie

Des données historiques pour cinq pays (É.-U., Canada, R.-U., Allemagne et Japon) pour la période de 1960 à 2015 ont été recueillies. Les données sur l'Indice des prix à la consommation (IPC) mensuel proviennent de la base de données de la Banque fédérale de réserve de Saint-Louis. Les données annuelles de population ont été obtenues de la Division de la population des Nations Unies. Nous avons ensuite déterminé deux ratios démographiques,  $M$  à  $Y$  et  $M$  à  $O$ .  $M$  à  $Y$  est le ratio de la population « d'âge intermédiaire » (40 à 49 ans) à la population « jeune » (20 à 29 ans).  $M$  à  $O$  est le ratio de la population « d'âge intermédiaire » à la population « âgée » (60 à 69 ans). Ces données annuelles ont été désagrégées sur une base mensuelle au moyen de la méthode de Denton-Cholette décrite dans Dagum et Cholette (2006).

Les rendements des bons du Trésor à trois mois ( $r_3$ ) et des obligations à 10 ans ( $r_{10}$ ) et à 20 ans ( $r_{20}$ ) à coupons (tous à une fréquence mensuelle) ont été obtenus de la base de données de la Banque fédérale de réserve de Saint-Louis.

Les rendements des obligations coupon zéro à 10 ans ( $r'_{10}$ ) et à 20 ans ( $r'_{20}$ ) sont déterminés à partir de  $r_3$ ,  $r_{10}$  et  $r_{20}$  en présumant que les taux à terme à un an entre trois mois et 10 ans (et pour les périodes supérieures à dix ans) sont tous les mêmes. Puis,  $r'_{10}$  peut être calculé en résolvant l'équation suivante :

$$1 = \frac{r_{10}/2}{(1+r_3)(1+r'_{10})^{0,25}} + \frac{r_{10}/2}{(1+r_3)(1+r'_{10})^{0,75}} + \dots + \frac{r_{10}/2}{(1+r_3)(1+r'_{10})^{9,25}} + \frac{1+r_{10}/2}{(1+r_3)(1+r'_{10})^{9,75}} \quad (3)$$

---

<sup>8</sup> Leur formulation empirique est légèrement différente de la structure théorique décrite précédemment et elle utilise le paramètre  $\delta_2$  plutôt que  $\rho_1$ .



Sachant  $r_3$ ,  $r_{20}$  et  $r'_{10}$ , nous pouvons calculer  $r'_{20}$  en résolvant l'équation :

$$1 = \sum_{i=1}^{20} \frac{r_{20}/2}{(1+r_3)(1+r'_{10})^{(i/2-0,25)}} + \sum_{j=1}^{20} \frac{r_{20}/2}{(1+r_3)(1+r'_{10})^{9,75}(1+r'_{20})^{(j-1)/2}} + \frac{1+r_{20}/2}{(1+r_3)(1+r'_{10})^{9,75}(1+r'_{20})^{10}} \quad (4)$$

Enfin, après avoir obtenu  $r'_{10}$  et  $r'_{20}$ , le rendement de l'obligation coupon zéro à 5 ans ( $r'_5$ ) peut être calculé comme suit :

$$r'_5 = [(1+r_3)(1+r'_{10})^{4,75}]^{\frac{1}{5}} - 1 \quad (5)$$

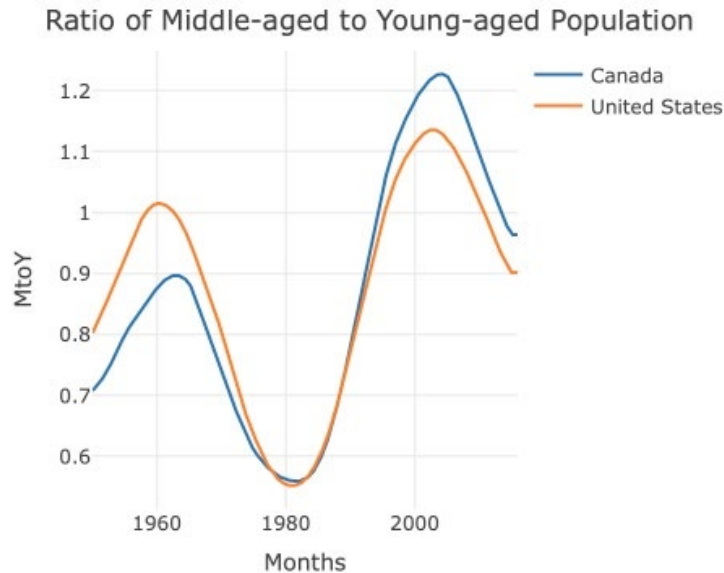
Et le rendement de l'obligation coupon zéro à 30 ans ( $r'_{30}$ ) peut être calculé comme suit :

$$r'_{30} = [(1+r_3)(1+r'_{10})^{9,75}(1+r'_{20})^{20}]^{\frac{1}{30}} - 1 \quad (6)$$

## 5. Statistiques sommaires

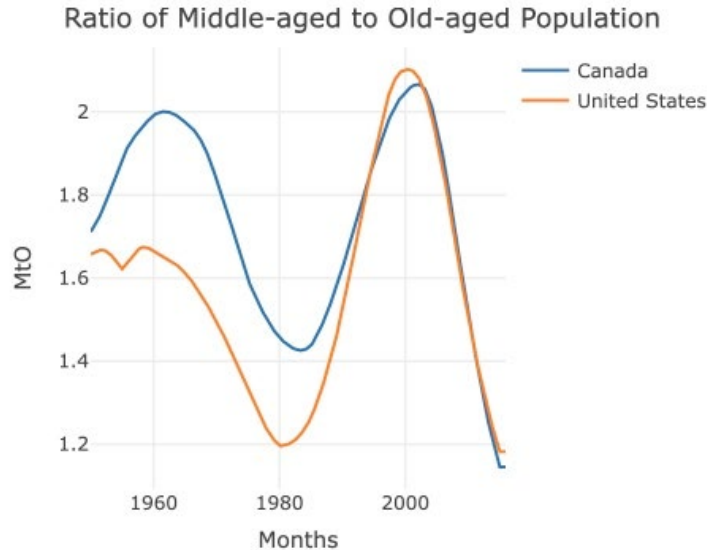
La présente section et celles qui suivent dans le corps du rapport portent sur les États-Unis et le Canada. L'annexe A étend l'analyse aux trois autres pays (R.-U., Allemagne et Japon). Les graphiques 1 et 2 montrent la tendance des ratios de  $M$  à  $Y$  et de  $M$  à  $O$  au fil du temps.

**Graphique 1 : Ratio  $M$  à  $Y$  au fil du temps**



*\*Le graphique est disponible en anglais seulement.*

## Graphique 2 : Ratio $M$ à $O$ au fil du temps



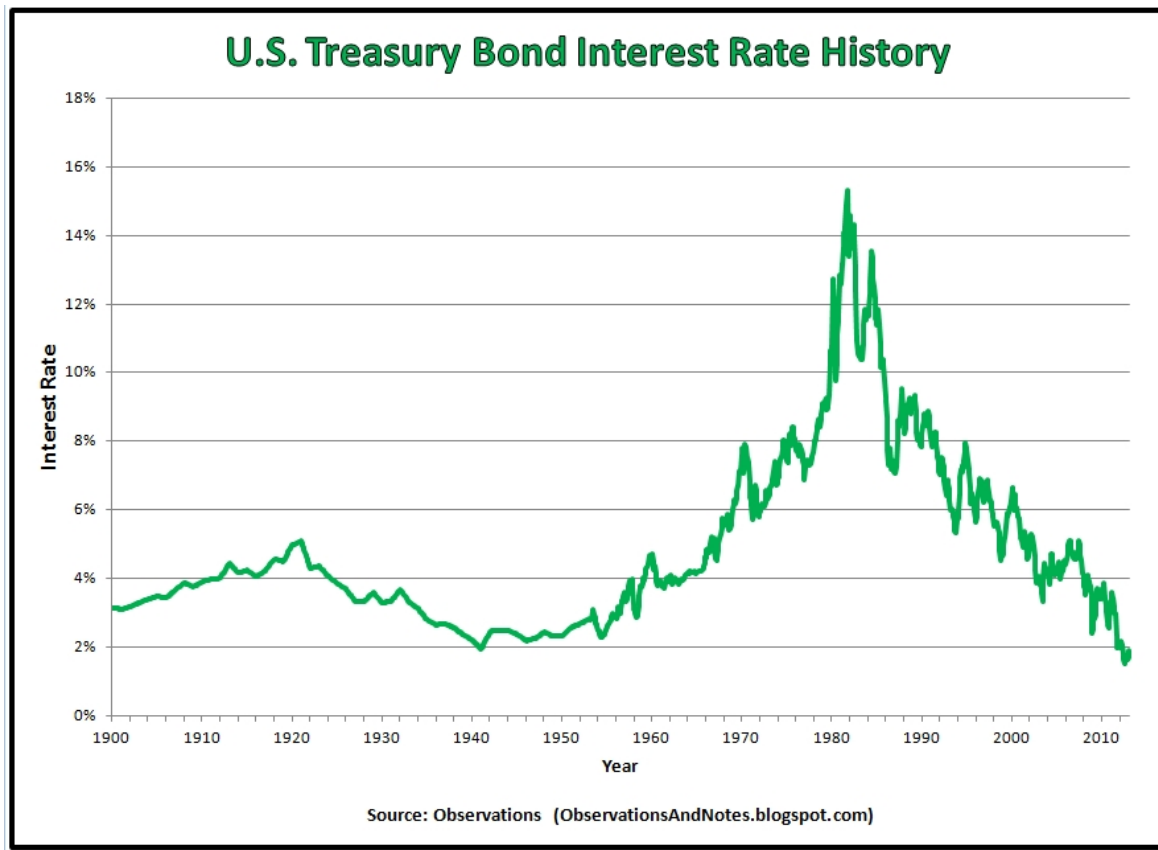
*\*Le graphique est disponible en anglais seulement.*

La tendance de ces ratios est semblable au Canada et aux États-Unis. Dans les autres pays, la tendance est différente, comme on peut le constater à l'annexe A. La tendance des ratios nord-américains s'explique en grande partie par l'influence de la génération du baby-boom. Le ratio  $M$  à  $Y$  augmente jusqu'au milieu des années 1960, lorsque la génération du baby-boom entre dans la vingtaine. Il diminue par la suite jusqu'au milieu des années 1980, lorsque la génération du baby-boom entre dans la quarantaine. L'augmentation suivante dure jusqu'au milieu des années 2000, lorsque la génération du baby-boom entre dans la soixantaine.

L'influence de la génération du baby-boom sur le ratio  $M$  à  $O$  commence naturellement plus tard. Jusqu'au milieu des années 1980, on observe une tendance générale à la baisse de ce ratio, qui reflète le nombre relativement faible de naissances survenues pendant les années de dépression et de la Seconde Guerre mondiale. Ensuite, le ratio commence à augmenter à mesure que la génération du baby-boom entre dans la quarantaine. Il tombe ensuite au milieu des années 2000, lorsque la génération du baby-boom entre dans la soixantaine.

Contrairement aux courbes des ratios démographiques qui affichent plus d'un sommet, le rendement des obligations depuis 1960 a connu un seul sommet séculaire au début des années 1980, comme le montre le graphique 3. La hausse et la baisse séculaires du rendement des obligations s'expliquent en grande partie par la hausse et la baisse séculaires de l'inflation réelle et des anticipations d'inflation. Cela donne fortement à penser que, pour pouvoir déceler toute relation entre les ratios démographiques et le rendement des obligations, il faut contrôler l'inflation d'une certaine façon. Il serait préférable de contrôler les anticipations d'inflation, mais celles-ci ne sont pas observables. Par conséquent, nous contrôlons l'inflation des prix. À noter que la hausse et la baisse importantes du rendement des obligations, de l'inflation réelle et des anticipations d'inflation au cours des années 1970 et 1980 ne se sont produites qu'une seule fois depuis 1900. Le graphique 3 montre que cet épisode était l'exception et non la norme.

Graphique 3 : Rendements des obligations aux États-Unis



*\*Le graphique est disponible en anglais seulement.*

## 6. Analyse selon la méthodologie de Favero et coll. (2016)

Au départ, nous examinons si la relation observée dans Favero et coll. (2016) est valable pour une période légèrement différente<sup>9</sup>, pour le Canada et les États-Unis. La colonne 3 du tableau 1 présente des résultats qui sont directement comparables à ceux présentés dans Favero et coll. Comme on peut le constater, le coefficient de la variable  $M$  à  $Y$  est négatif et significatif, conformément aux résultats obtenus dans Favero et coll. Lorsque nous étendons l'analyse au Canada (colonnes 1 et 2) et que nous ajoutons la variable  $M$  à  $O$  (colonnes 2 et 4), nous constatons que les coefficients de la variable  $M$  à  $Y$  sont tous négatifs et significatifs. Les coefficients de la variable  $M$  à  $O$  sont tous positifs et significatifs<sup>10</sup>.

<sup>9</sup> Les données de Favero et coll. (2016) vont du 3<sup>e</sup> trimestre de 1961 au 4<sup>e</sup> trimestre de 2013. Les données présentées ici vont du 1<sup>er</sup> trimestre de 1960 au 4<sup>e</sup> trimestre de 2015.

<sup>10</sup> Les chiffres entre parenthèses dans tous les tableaux (autre que dans les titres de ligne) sont les erreurs-types, ajustées pour l'hétéroscédasticité et l'autocorrélation.

**Tableau 1 : Reproduction par Favero**

	Variable dépendante : rendement sur trois mois			
	Canada (1)	Canada (2)	États-Unis (3)	États-Unis (4)
IPC	0,018 (0,020)	0,165 *** (0,013)	-0,010 (0,012)	-0,003 (0,004)
M à Y	-14,112 *** (1,677)	-36,392 *** (2,003)	-10,579 *** (3,144)	-22,493 *** (2,186)
M à O		16,514 *** (1,052)		8,753 *** (0,952)
Constante	17,730 *** (0,0443)	1,250 (1,313)	15,791 *** (1,368)	11,584 *** (1,374)

N.B. : \*p<0,1; \*\*p<0,05; \*\*\*p<0,01

Comme l'illustre le graphique 3, l'environnement des rendements a varié considérablement entre 1960 et 2015. Afin d'évaluer l'incidence de la variabilité de l'environnement sur nos résultats, nous examinons les régressions qui ont utilisé des données de trois périodes différentes. Le tableau 2 résume les résultats de ces régressions. Ce que nous pouvons constater dans le tableau, c'est que les signes des coefficients sont comme prévu pour les périodes 1960 à 1974 et 1990 à 2015 (bien que les coefficients ne soient pas significatifs pour la régression américaine pour la période de 1960 à 1974). Cependant, les signes sont inversés pour la période tumultueuse débutant après le premier choc pétrolier et se terminant à la fin des années 1980. Nous soupçonnons que d'autres facteurs ont influé sur le rendement des obligations au cours de cette période, outre l'inflation des prix et les variables démographiques.

**Tableau 2 : Analyse de différentes périodes**

	Variable dépendante : rendement sur trois mois					
	1960-1974, Canada (1)	1975-1989, Canada (2)	1990-2015, Canada (3)	1960-1974, É.-U. (4)	1975-1989, É.-U. (5)	1990-2015, É.-U. (6)
IPC	3,090 *** (0,473)	-0,442 (0,360)	0,107 (0,072)	0,740 *** (0,102)	0,008 (0,033)	-0,010 (0,019)
M à Y	-14,011 ** (6,902)	141,875 (102,252)	-32,335 *** (6,797)	-37,957 (37,397)	716,352 *** (161,339)	-14,476 ** (6,120)
M à O	59,402 *** (11,276)	-130,659 * (74,493)	14,185 *** (3,749)	73,496 (49,167)	-506,108 *** (105,966)	7,314 *** (2,520)
Constante	-140,918 *** (25,699)	137,716 ** (64,499)	5,605 (5,519)	-101,067 ** (46,380)	222,599 *** (40,883)	7,035 *** (1,976)

N.B. : \*p<0,1; \*\*p<0,05; \*\*\*p<0,01

## 7. Extension de l'analyse empirique aux rendements à long terme

### 7.1 Analyse des obligations à coupons

Favero et coll. (2016) ont construit une courbe de rendement en utilisant l'hypothèse des anticipations et des primes de terme. Notre analyse observe directement les rendements des obligations à 10 et à 20 ans à coupons et calcule indirectement les rendements des obligations coupon zéro à cinq ans, 10 ans, 20 ans et 30 ans. Le tableau 3 montre les résultats des régressions des rendements des obligations à 10 et à 20 ans à coupons pour la période complète de données, soit de 1960 à 2015. Comme pour les régressions des rendements à trois mois, les coefficients de la variable  $M$  à  $Y$  sont négatifs et significatifs, tandis que les coefficients de la variable  $M$  à  $O$  sont positifs et significatifs.

**Tableau 3 : Analyse des obligations à long terme à coupons**

	Variable dépendante : rendement des obligations avec participation			
	Obligations à 10 ans, Canada (1)	Obligations à 20 ans, Canada (2)	Obligations à 10 ans, É.-U. (3)	Obligations à 20 ans, É.-U. (4)
IPC	0,161 *** (0,014)	0,166 *** (0,015)	0,007 ** (0,003)	0,010 *** (0,003)
$M$ à $Y$	-33,455 *** (2,245)	-33,590 *** (2,543)	-22,796 *** (2,468)	-17,606 *** (2,432)
$M$ à $O$	16,248 *** (1,070)	16,263 *** (1,143)	8,655 *** (0,905)	8,509 *** (1,100)
Constante	0,087 (1,160)	0,070 (1,151)	11,628 *** (1,486)	6,088 *** (1,263)

N.B. : \* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$

Comme pour l'analyse des rendements à trois mois, nous examinons également les régressions pour les obligations à coupons durant trois périodes différentes. Les résultats de ces régressions sont résumés au tableau 4 pour le Canada et au tableau 5 pour les États-Unis.

Les relations relatives aux obligations du Canada sont semblables sur le plan qualitatif à celles des bons du Trésor à trois mois. Le coefficient sur  $M$  à  $Y$  est négatif et significatif au cours des première et troisième périodes; le coefficient sur  $M$  à  $O$  est positif et significatif au cours de la première période, mais non significatif au cours de la troisième période. Il semble qu'au cours de la deuxième période, il y ait trop de « bruit » pour pouvoir détecter un « signal » des variables démographiques.

La situation est très différente dans le cas des obligations américaines. Les coefficients ne sont significatifs que pour l'obligation à 10 ans au cours de la première période et ils présentent les signes attendus. Aucun des coefficients des autres périodes et de l'obligation à 20 ans n'est significatif. Ce résultat porte à croire que la relation entre le rendement des obligations et les variables démographiques n'est pas stable au fil du temps.

**Tableau 4 : Analyse de différentes périodes**

	Variable dépendante : rendement des obligations canadiennes avec participation					
	Obligations à 10 ans 1960-1974 (1)	Obligations à 10 ans 1975-1989 (2)	Obligations à 10 ans 1990-2015 (3)	Obligations à 20 ans 1960-1974 (4)	Obligations à 20 ans 1975-1989 (5)	Obligations à 20 ans 1990-2015 (6)
IPC	0,761 *** (0,219)	0,063 (0,228)	-0,073 (0,088)	0,774 *** (0,210)	0,078 (0,203)	-0,044 (0,100)
M à Y	-18,407 *** (4,984)	-12,710 (64,974)	-13,858 * (7,818)	-18,400 *** (5,017)	-14,560 (57,125)	-16,358 * (8,767)
M à O	19,726 *** (7,329)	-14,166 (46,702)	5,598 (4,049)	19,921 *** (7,186)	-12,546 (41,444)	6,735 (4,568)
Constante	-27,517 ** (13,707)	36,975 (39,941)	16,360 *** (5,797)	-28,063 ** (13,239)	35,198 (36,019)	15,060 ** (6,697)

N.B. : \*p<0,1; \*\*p<0,05; \*\*\*p<0,01

**Tableau 5 : Analyse de différentes périodes**

	Variable dépendante : rendement des obligations américaines avec participation					
	Obligations à 10 ans 1960-1974 (1)	Obligations à 10 ans 1975-1989 (2)	Obligations à 10 ans 1990-2015 (3)	Obligations à 20 ans 1960-1974 (4)	Obligations à 20 ans 1975-1989 (5)	Obligations à 20 ans 1990-2015 (6)
IPC	0,444 *** (0,093)	0,059 ** (0,028)	-0,062 *** (0,009)	-0,017 (0,143)	0,044 *** (0,007)	-0,062 *** (0,009)
M à Y	-62,153 *** (13,491)	100,449 (147,525)	2,821 (3,759)	-19,262 (14,038)	6,360 (39,649)	2,821 (3,759)
M à O	89,693 *** (21,366)	-89,685 (97,341)	-1,667 (1,554)	14,958 (24,765)	-3,109 (25,639)	-1,667 (1,554)
Constante	-94,709 *** (24,479)	58,514 (37,649)	16,354 *** (1,380)	-1,496 (31,186)	3,527 (9,397)	16,354 *** (1,380)

N.B. : \*p<0,1; \*\*p<0,05; \*\*\*p<0,01

## 7.2 Analyse des obligations coupon zéro

Nous avons calculé le rendement des obligations coupon zéro à échéance de cinq, 10, 20 et 30 ans en présumant que les taux à terme à un an entre un et dix ans sont tous les mêmes. Nous présumons également que les taux à terme à un an entre dix et 20 ans sont tous les mêmes et que les taux à terme à un an à des échéances supérieures à 20 ans sont les mêmes que les taux à terme à un an entre 10 et 20 ans. Les détails de notre méthodologie sont présentés à la section 4.

Le tableau 6 présente les résultats des régressions pour les obligations du Canada, tandis que le tableau 7 présente les résultats des régressions pour les obligations américaines. Comme pour les régressions des rendements des obligations à coupons pour la période entière, tous les coefficients des variables démographiques sont significatifs. Tous les coefficients sur  $M$  à  $Y$  sont négatifs et tous les coefficients sur  $M$  à  $O$  sont positifs.

Nous avons également examiné les régressions des obligations coupon zéro par sous-périodes, mais nous n'en traitons pas ici. Sur le plan qualitatif, les résultats sont semblables à ceux des obligations à coupons analysés par sous-périodes.

**Tableau 6 : Analyse des obligations coupon zéro à long terme**

	Variable dépendante : Rendement des obligations coupon zéro au Canada			
	Obligations à 5 ans (1)	Obligations à 10 ans (2)	Obligations à 20 ans (3)	Obligations à 30 ans (4)
IPC	0,161 *** (0,013)	0,160 *** (0,015)	0,167 *** (0,016)	0,165 *** (0,015)
M à Y	-33,760 *** (2,164)	-33,114 *** (2,460)	-33,496 *** (2,715)	-33,476 *** (2,427)
M à O	16,325 *** (1,039)	16,285 *** (1,148)	16,362 *** (1,243)	16,342 *** (1,120)
Constante	0,122 (1,154)	-0,164 (1,153)	-0,156 (1,190)	-0,111 (1,149)

N.B. : \* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$

**Tableau 7 : Analyse des obligations coupon zéro à long terme**

	Variable dépendante : rendement des obligations coupon zéro aux États-Unis			
	Obligations à 5 ans (1)	Obligations à 10 ans (2)	Obligations à 20 ans (3)	Obligations à 30 ans (4)
IPC	0,007 * (0,004)	0,009 ** (0,004)	0,011 *** (0,003)	0,010 *** (0,003)
M à Y	-23,757 *** (2,423)	-22,973 *** (2,622)	-17,235 *** (2,677)	-19,236 *** (2,228)
M à O	8,851 *** (0,970)	8,718 *** (0,906)	8,547 *** (1,195)	8,621 *** (0,991)
Constante	12,235 *** (1,438)	11,630 *** (1,580)	5,580 *** (1,357)	7,667 *** (1,217)

N.B. : \*p<0,1; \*\*p<0,05; \*\*\*p<0,01

## 8. Conclusion

Tel que mentionné dans l'introduction, l'analyse empirique commence par la méthodologie de Favero et coll. (2016) et se poursuit avec l'examen de la stabilité de la relation au fil du temps, dans le cas des obligations à longue échéance et des obligations souveraines de divers pays. La conclusion générale que nous tirons de l'analyse empirique est que les résultats de Favero et coll. sont valables dans de nombreuses circonstances, mais pas dans toutes les circonstances. À une augmentation du ratio démographique *M* à *Y* correspond une réduction du rendement des obligations à plusieurs points de la courbe, soit entre les obligations à trois mois et les obligations à 30 ans. Une augmentation du ratio démographique *M* à *O* est associée à une augmentation de ces rendements obligataires.

Lorsque nous examinons les données sur de plus courtes périodes, ces relations ne sont pas aussi fortes. De façon générale, elles demeurent valables pour la période comprise entre 1960 et 1974. Dans certains cas, et plus particulièrement au Canada, elles sont valables pour la période allant de 1990 à 2015. Toutefois, la turbulence sur les marchés des obligations, entre autres, qui s'est produite pendant la forte hausse puis la baisse de l'inflation et du rendement des obligations au cours de la sous-période de 1975 à 1989 a entraîné l'instabilité des relations entre le rendement des obligations et les ratios démographiques. Il ne faut pas s'en étonner, car les ratios démographiques forment des séries mobiles très lentes, tandis que le rendement des obligations (et l'inflation) a fluctué très rapidement au cours de cette période.

Enfin, nous constatons que la relation n'est pas aussi stable lorsque nous examinons la situation au Royaume-Uni, en Allemagne et au Japon. Il se peut que la faiblesse ou l'absence du baby-boom dans ces pays nous empêche d'observer une relation stable.

Les praticiens devraient s'intéresser au futur impact des changements de population sur les rendements d'obligations. Au cours des 45 à 50 prochaines années, les projections démographiques de base de Statistique Canada et du US Census Bureau prévoient que le rapport *M* à *Y* augmentera et le rapport *M* à *O* diminuera. Si nous présumons que les coefficients de régression pour la période complète indiquée dans le tableau 3 seront



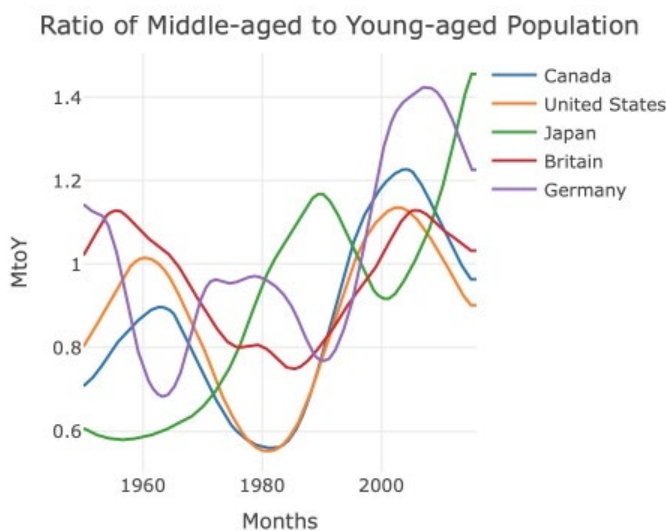
également valables pour l'avenir, nous pouvons nous attendre à ce que les rendements d'obligations sur 10 et 20 ans au Canada soient inférieurs d'environ 40 points de base (0,40 %) par rapport à ce qu'ils auraient été dans une structure de population stationnaire. Les rendements d'obligations américaines sur 10 ans seront inférieurs de 40 points de base, et les rendements d'obligations sur 20 ans seront inférieurs de 30 points de base. Lorsqu'ils élaborent des hypothèses de meilleure estimation pour les rendements des obligations, les actuaires devraient tenir compte de l'influence des changements futurs dans la structure de la population.

## Annexes

### A. Extension de l'analyse empirique à d'autres pays

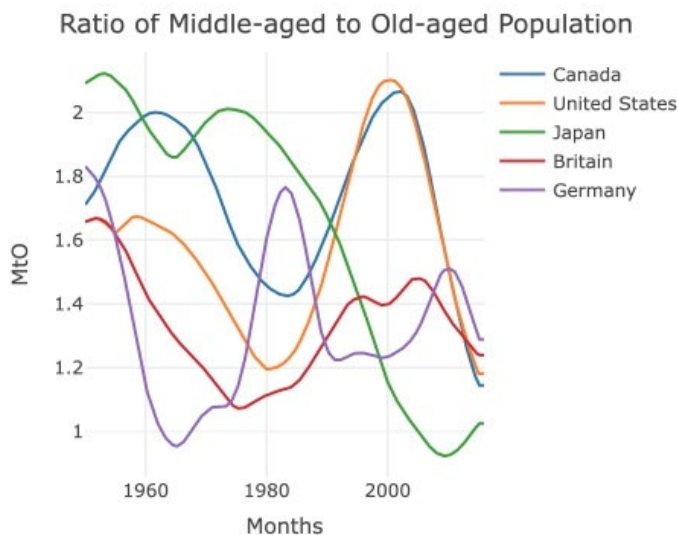
Les graphiques 4 et 5 étoffent les graphiques 1 et 2 en incluant la tendance temporelle de  $M$  à  $Y$  et de  $M$  à  $O$  pour le Royaume-Uni, l'Allemagne et le Japon. En raison de l'incidence plus faible ou inexistante du baby-boom dans ces autres pays, le schéma « hausse/baisse » qui a été observé au Canada et aux États-Unis n'est pas présent. Cela pourrait atténuer l'impact de ces ratios démographiques sur le rendement des obligations souveraines dans ces pays.

**Graphique 4 : Ratio  $M$  à  $Y$  au fil du temps**



*\*Le graphique est disponible en anglais seulement.*

**Graphique 5 : Ratio  $M$  à  $O$  au fil du temps**



*\*Le graphique est disponible en anglais seulement.*

Le tableau 8 montre les résultats de la régression des rendements des bons à trois mois par rapport à l'IPC, à  $M$  à  $Y$  et à  $M$  à  $O$  pour les divers pays. Les autres pays ne montrent pas une association aussi forte entre les rendements et les ratios démographiques. Le Royaume-Uni, qui a connu un point culminant de naissances, affiche des coefficients moins significatifs. Le coefficient de l'Allemagne sur  $M$  à  $Y$  n'est pas significatif, et aucun des coefficients du Japon ne l'est. À noter que les signes des coefficients concordent avec ceux de leurs pendants nord-américains.

Les tableaux 9, 10 et 11 montrent les résultats des régressions pour les obligations à plus long terme respectivement au Royaume-Uni, en Allemagne et au Japon. Au Royaume-Uni, le coefficient sur  $M$  à  $Y$  est négatif et significatif dans toutes les régressions, tandis que le coefficient sur  $M$  à  $O$  n'est significatif dans aucune des régressions. Les régressions des rendements des obligations allemandes montrent que le coefficient sur  $M$  à  $Y$  est négatif et significatif dans toutes les régressions, et que le coefficient sur  $M$  à  $O$  est positif et significatif dans toutes les régressions. Enfin, au Japon, le coefficient sur  $M$  à  $Y$  est négatif et significatif pour les régressions d'obligations coupon zéro, et le coefficient sur  $M$  à  $O$  est positif et significatif dans toutes les régressions.

**Tableau 8 : Comparaison des rendements sur trois mois**

	Variable dépendante : rendement sur trois mois				
	Canada (1)	É.-U. (2)	R.-U. (3)	Allemagne (4)	Japon (5)
IPC	0,165 *** (0,013)	-0,003 (0,004)	-0,025 * (0,013)	-0,047 ** (0,018)	-0,124 (0,087)
$M$ à $Y$	-36,392 *** (2,003)	-22,493 *** (2,186)	-29,525 *** (3,811)	-3,430 (2,283)	-1,724 (2,425)
$M$ à $O$	16,514 *** (1,052)	8,753 *** (0,952)	9,949 * (5,669)	3,860 *** (1,272)	1,378 (1,341)
Constante	1,250 (1,313)	11,584 *** (1,374)	22,759 *** (5,333)	6,232 * (3,340)	13,254 (12,932)

N.B. : \* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$

**Tableau 9 : Analyse pour le Royaume-Uni**

	Variable dépendante : rendement des obligations du Royaume-Uni					
	Obligations à 10 ans à coupons (1)	Obligations à 20 ans à coupons (2)	Obligations coupon zéro à 5 ans (3)	Obligations coupon zéro à 10 ans (4)	Obligations coupon zéro à 20 ans (5)	Obligations coupon zéro à 30 ans (6)
IPC	-0,022 * (0,013)	-0,025 * (0,014)	-0,023 (0,014)	-0,022 * (0,013)	-0,025 * (0,015)	-0,024 * (0,014)
M à Y	-23,318 *** (3,046)	-22,587 *** (2,892)	-23,864 *** (2,882)	-22,448 *** (3,433)	-21,964 *** (3,184)	-22,362 *** (3,153)
M à O	1,491 (5,604)	0,303 (5,822)	2,077 (5,551)	0,088 (5,959)	-0,857 (6,239)	-0,208 (6,068)
Constante	28,748 *** (5,509)	29,829 *** (5,803)	28,455 *** (5,498)	29,909 *** (5,784)	30,891 *** (6,174)	30,318 *** (5,991)

N.B. : \* p<0,1; \*\* p<0,05; \*\*\* p<0,01

**Tableau 10 : Analyse pour l'Allemagne**

	Variable dépendante : rendement des obligations allemandes					
	Obligations à 10 ans à coupons (1)	Obligations à 20 ans à coupons (2)	Obligations coupon zéro à 5 ans (3)	Obligations coupon zéro à 10 ans (4)	Obligations coupon zéro à 20 ans (5)	Obligations coupon zéro à 30 ans (6)
IPC	-0,056 *** (0,007)	-0,054 *** (0,007)	-0,058 *** (0,009)	-0,058 *** (0,010)	-0,055 *** (0,009)	-0,056 *** (0,008)
M à Y	-2,890 *** (0,627)	-2,905 *** (0,588)	-3,622 *** (1,022)	-2,824 *** (0,920)	-2,876 *** (0,740)	-2,992 *** (0,758)
M à O	3,098 *** (0,435)	2,955 *** (0,402)	4,781 *** (0,800)	2,989 *** (0,672)	2,874 *** (0,524)	3,210 *** (0,550)
Constante	8,397 *** (1,406)	8,477 *** (1,327)	7,284 *** (2,182)	8,747 *** (1,866)	8,713 *** (1,581)	8,481 *** (1,644)

N.B. : \* p<0,1; \*\* p<0,05; \*\*\* p<0,01

**Tableau 11 : Analyse pour le Japon**

	Variable dépendante : rendement des obligations japonaises					
	Obligations à 10 ans à coupons (1)	Obligations à 20 ans à coupons (2)	Obligations coupon zéro à 5 ans (3)	Obligations coupon zéro à 10 ans (4)	Obligations coupon zéro à 20 ans (5)	Obligations coupon zéro à 30 ans (6)
IPC	-0,161 ** (0,073)	-0,156 ** (0,068)	-0,192 *** (0,037)	-0,131 ** (0,051)	-0,137 ** (0,063)	-0,145 *** (0,052)
M à Y	1,313 (0,841)	-0,434 (0,946)	-5,264 *** (0,316)	-5,459 *** (0,369)	-4,929 *** (0,465)	-5,074 *** (0,405)
M à O	4,253 *** (0,790)	5,805 *** (0,796)	7,862 *** (0,401)	7,806 *** (0,412)	7,785 *** (0,505)	7,801 *** (0,425)
Constante	10,086 (8,007)	11,097 (7,624)	20,394 *** (3,959)	14,989 *** (5,102)	15,298 ** (6,340)	16,096 *** (5,215)

N.B. : \* p<0,1; \*\* p<0,05; \*\*\* p<0,01

## **B. Examen de la documentation traitant de l'analyse des obligations au moyen des mathématiques floues**

Pour cet examen, nous avons examiné les ouvrages publiés depuis 2000 qui établissent un lien entre les mathématiques floues et les marchés des obligations. Nous nous sommes concentrés sur les obligations souveraines, mais ces ouvrages sont si peu nombreux que nous avons étendu notre examen à n'importe quel type d'obligations. Au total, nous avons trouvé sept ouvrages qui répondaient à nos critères. Nous avons complété notre inventaire par un ouvrage publié en 1998, car celui-ci est souvent cité dans d'autres ouvrages. Nous avons commencé le résumé de ce document et avons poursuivi par ordre chronologique avec les autres résumés.

[Traduction libre] Ramaswamy (1998) a utilisé la théorie décisionnelle selon la logique floue pour structurer les portefeuilles d'un gestionnaire de fonds autorisé à détenir uniquement des obligations d'État et des options classiques sur celles-ci. L'auteur a présumé que le gestionnaire de fonds détenait un portefeuille de bons du Trésor américain composé d'obligations actuelles à deux, cinq et 10 ans. En utilisant le rendement actuel à l'échéance de ces obligations et le rendement du bon du Trésor à un an, l'auteur a construit une courbe de rendement d'obligations avec participation par interpolation linéaire. L'approche consiste à obtenir un taux de rendement cible donné selon un scénario de marché hypothétique. Si le scénario hypothétique se révèle incorrect, le portefeuille est assuré d'obtenir un certain taux de rendement minimal. La méthodologie est utile pour la gestion des actifs en fonction de passifs donnés ou pour la formation de portefeuilles structurés qui garantissent un taux de rendement minimal.

[Traduction libre] Michalopoulos et coll. (2004) ont étudié l'application d'une méthodologie fondée sur la théorie des ensembles flous à la sélection d'un portefeuille optimal d'obligations gouvernementales grecques. Les objectifs des investisseurs selon les différents scénarios des marchés des obligations sont formulés en termes qualitatifs flous, tandis qu'un modèle de programmation mathématique floue est utilisé pour la spécification du portefeuille qui permet d'atteindre de façon optimale les objectifs prédéfinis. La fiabilité des résultats obtenus avec cette méthodologie est vérifiée par simulations.

Lee et Cheng (2008) ont examiné les possibilités d'inclure les obligations à rendement élevé (ORE) dans un portefeuille d'actions et d'obligations du Trésor. [Traduction libre] Les rendements et les risques des ORE se situent entre ceux des actions et des bons du Trésor. Compte tenu des occasions de placements et du taux de rendement, les ORE ont pour double avantage de réduire les risques et d'accroître les rendements. Par conséquent, les ORE peuvent constituer une composante importante des portefeuilles. Leur étude a pour but d'identifier les facteurs critiques liés à la sélection des ORE. Les principaux critères d'évaluation de la sélection des ORE proviennent d'une étude documentaire et de l'application de la méthode floue Delphi. Ensuite, un processus hiérarchique analytique flou est utilisé pour calculer les poids de ces critères, de manière à construire le modèle de logique floue à critères multiples pour le placement dans les ORE.

Les auteurs utilisent trois types de critères :

- les caractéristiques des obligations, comme la liquidité et la possibilité d'un remboursement par anticipation;
- des facteurs financiers, comme le ratio de liquidité générale, le bénéfice avant intérêts et impôts, le ratio de la dette totale à l'actif total, le taux de croissance de l'actif et le ratio des flux de trésorerie à la dette totale;
- le contexte économique, comme la variation des taux d'intérêt réels et l'écart par rapport aux bons du Trésor.

Les résultats indiquent que c'est au contexte économique qu'on attribue le plus de poids. Il y a trois critères d'évaluation critiques liés à la sélection des ORE : (1) l'écart par rapport aux bons du Trésor (2) la possibilité de rembourser par anticipation les obligations et (3) un indicateur du taux de défaut.

Zhang et coll. (2010) utilisent le contexte du modèle de Black-Scholes et du modèle traditionnel d'évaluation du prix des obligations pour discuter du problème d'évaluation, selon la logique floue, des obligations convertibles. [Traduction libre] La formule d'évaluation du prix des obligations convertibles selon la logique floue ainsi que son algorithme sont donnés sous l'hypothèse que les taux d'intérêt sans risque, le cours des actions et la volatilité du cours des actions sont des nombres flous. Les résultats empiriques des obligations convertibles de la Shanghai International Airport Corporation montrent que le modèle flou présenté dans cet ouvrage est efficace pour prévoir le prix du marché des obligations convertibles. »

[Traduction libre] Agliardi et Agliardi (2011) ont développé une méthode de calcul pour mettre en œuvre l'effet d'une information imparfaite sur la valeur des obligations qui présentent un risque de défaut. La modélisation floue est adoptée et les expériences numériques montrent qu'une valeur imprécise de l'actif sous-jacent ou de la barrière déclenchant le défaut a un impact important sur la forme qualitative de la structure par terme des écarts de crédit.

En s'appuyant sur la théorie du flou et un processus hiérarchique analytique, Jiazhong et Min (2013) présentent un nouveau modèle d'évaluation du risque de crédit pour les obligations de sociétés. [Traduction libre] Tout d'abord, ils conçoivent un système d'indicateurs d'évaluation du risque de crédit des obligations de sociétés. Deuxièmement, ils utilisent un processus hiérarchique analytique pour déterminer le niveau des différents indicateurs, et une évaluation floue complète, à plusieurs étapes, pour évaluer le risque de crédit des obligations de sociétés. Enfin, les obligations de 10 sociétés sont utilisées comme exemples pour évaluer le risque de crédit et vérifier la validité et la faisabilité du modèle. Les résultats expérimentaux montrent que le modèle permet bien d'évaluer le risque de crédit de différentes obligations de différentes sociétés.

[Traduction libre] Les obligations catastrophes sont des instruments financiers qui permettent le transfert du risque de catastrophe naturelle aux marchés financiers. Nowak et Romaniuk (2017) est une continuation de leur étude antérieure sur l'évaluation du prix des obligations catastrophes. Ils présument l'absence d'arbitrage et une attitude neutre des investisseurs à l'égard du risque de catastrophe. Le comportement des taux d'intérêt est décrit par le modèle

de Vasicek à deux facteurs (introduit dans Hull et White, 1994). Pour illustrer et analyser les résultats, ils effectuent des simulations de Monte-Carlo en utilisant des paramètres ajustés sur des données réelles pour les catastrophes naturelles. Outre les formules d'évaluation du prix des obligations catastrophes, ils obtiennent leurs contreparties floues, en tenant compte de l'incertitude du marché. De plus, ils proposent une approche automatisée pour la prise de décisions dans un environnement flou avec des exemples pertinents suivant cette méthode. »

[Traduction libre] Dans Nazemi et coll. (2017), des techniques de fusion de décisions selon la logique floue sont appliquées pour prédire la perte en cas de défaut des obligations de sociétés. Dans leur modèle, ils ajoutent les composantes principales dérivées de plus de 100 variables macroéconomiques utilisées comme variables explicatives. Toutefois, afin d'améliorer la performance du modèle, ils appliquent la transformation des variables macroéconomiques selon Box-Cox avant la modélisation des pertes en cas de défaut. Ils utilisent un algorithme d'évolution différentielle pour créer un modèle optimisé fondé sur la logique floue qui fusionne les résultats de plusieurs modèles de base. Ils comparent les prédictions des techniques de fusion des décisions selon la logique floue aux techniques de régression vectorielle de support, aux arbres de régression et aux régressions par les moindres carrés ordinaires. Leurs résultats montrent que les techniques de fusion des décisions selon la logique floue augmentent la précision des prédictions de pertes modélisées en cas de défaut, et que les transformations des facteurs macroéconomiques n'influent pas sur la précision des prédictions des modèles flous.

Comme le lecteur peut le constater, la documentation reliant les marchés obligataires aux mathématiques floues est peu abondante. Toutefois, des travaux intéressants sont menés en vue de comparer l'analyse nette à l'analyse floue. Par conséquent, nous nous attendons à ce que cette documentation gagne en importance. On trouvera ci-après d'autres détails sur les ouvrages présentés ici.



Titre	Année	Source	Auteurs	Résumé	Données utilisées
Portfolio selection using fuzzy decision theory	1998	Document de travail de la Banque des règlements internationaux	Srichander Ramaswamy	Cet article présente une méthode de sélection de portefeuilles fondée sur la théorie décisionnelle selon la logique floue. L'approche consiste à obtenir un taux de rendement cible donné selon un scénario de marché hypothétique. Si le scénario hypothétique se révèle incorrect, le portefeuille est assuré d'obtenir un certain taux de rendement minimal. La méthodologie est utile pour la gestion des actifs en fonction de passifs donnés ou pour la formation de portefeuilles structurés qui garantissent un taux de rendement minimal.	À titre d'exemple numérique, l'auteur utilise la théorie décisionnelle selon la logique floue pour structurer les portefeuilles d'un gestionnaire de fonds autorisé à détenir uniquement des obligations d'État et des options classiques sur celles-ci. L'auteur a présumé que le gestionnaire de fonds détenait un portefeuille de bons du Trésor américain composé d'obligations actuelles à deux, cinq et 10 ans. En utilisant le rendement actuel à l'échéance de ces obligations et le rendement du bon du Trésor à un an, l'auteur a construit une courbe de rendement d'obligations avec participation par interpolation linéaire.

Using a fuzzy sets approach to select a portfolio of Greek government bonds	2004	<i>Fuzzy Economic Review</i>	M. Michalopoulos, N.S. Thomaidis, G.D. Dounias, C. Zopounidis	Les auteurs de cet article ont étudié l'application d'une méthodologie fondée sur la théorie des ensembles flous à la sélection d'un portefeuille optimal d'obligations gouvernementales grecques. Les objectifs des investisseurs selon les différents scénarios des marchés des obligations sont formulés en termes qualitatifs flous, tandis qu'un modèle de programmation mathématique floue est utilisé pour la spécification du portefeuille qui permet d'atteindre de façon optimale les objectifs prédéfinis. La fiabilité des résultats obtenus avec cette méthodologie est vérifiée par simulation.	2000-2001, Grèce
---	------	------------------------------	---	---	------------------

Titre	Année	Source	Auteurs	Résumé	Données utilisées
A Fuzzy AHP Application on Evaluation of High-Yield Bond Investment	2008	<i>WSEAS Transactions on Information Science and Applications</i>	Chen-Yu Lee, Jao-Hong Cheng	Les rendements et les risques des obligations à rendement élevé (ORE) se situent entre ceux des actions et des bons du Trésor. Compte tenu des occasions de placement et du taux de rendement, les ORE ont pour double avantage de réduire les risques et d'accroître les rendements. Par conséquent, les ORE sont devenues une composante importante des portefeuilles. Leur étude a pour but d'identifier les facteurs critiques liés à la sélection des ORE. Les principaux critères d'évaluation de la sélection des ORE proviennent d'un examen de la documentation et de l'application de la méthode floue Delphi. Ensuite, un processus hiérarchique analytique flou est utilisé pour calculer les poids de ces critères, de manière à construire le modèle de logique floue à critères multiples pour le placement dans les ORE.	L'analyse est fondée sur l'examen de la documentation et un questionnaire à l'intention d'experts.

				<p>Les résultats indiquent que c'est au contexte économique qu'on attribue le plus de poids. Il y a trois critères d'évaluation critiques liés à la sélection des ORE : (1) l'écart par rapport aux bons du Trésor, (2) la possibilité de rembourser par anticipation les obligations et (3) un indicateur du taux de défaut.</p>	
--	--	--	--	---	--

Titre	Année	Source	Auteurs	Résumé	Données utilisées
Fuzzy pricing model of convertible bonds in China and its algorithm	2010	<i>Journal of Systems Engineering</i>	Wei-guo Zhang, Qing-sheng Shi, Wei-lin Xiao	Le modèle de Black-Scholes et le modèle traditionnel d'évaluation du prix des obligations servent de base à l'analyse du problème d'évaluation, selon la logique floue, des obligations convertibles. La formule d'évaluation du prix des obligations convertibles selon la logique floue ainsi que son algorithme sont donnés sous l'hypothèse que les taux d'intérêt sans risque, le cours des actions et la volatilité du cours des actions sont des nombres flous. Les résultats empiriques des obligations convertibles de la Shanghai International Airport Corporation montrent que le modèle flou présenté dans cet ouvrage est efficace pour prévoir le prix du marché des obligations convertibles.	Obligations convertibles de la Shanghai International Airport Corporation, Chine

<b>Titre</b>	<b>Année</b>	<b>Source</b>	<b>Auteurs</b>	<b>Résumé</b>	<b>Données utilisées</b>
Bond pricing under imperfect information	2010	<i>Operational research</i>	Elettra Agliardia, Rossella Agliardia	L'ouvrage introduit une méthode de calcul pour mettre en œuvre l'effet d'une information imparfaite sur la valeur des obligations qui présentent un risque de défaut. La modélisation floue est adoptée et les expériences numériques montrent qu'une valeur imprécise de l'actif sous-jacent ou de la barrière déclenchant le défaut a un impact important sur la forme qualitative de la structure par terme des écarts de crédit.	L'ouvrage ne comporte qu'une étude qualitative. Leur modèle est calibré en fonction des valeurs hypothétiques du scénario de base et l'analyse se limite aux entreprises notées A et B pour étudier le fonctionnement du modèle sur les obligations de bonne qualité et à rendement élevé.
Study on Fuzzy Evaluation of Credit Risk of Corporate Bond	2013	<i>Journal of Digital Information Management</i>	Ouyang Jiazhong, Li Min	L'évaluation du risque de crédit des obligations de sociétés est l'un des domaines de recherche les plus difficiles et les plus chauds de la recherche en la matière et elle joue un rôle clé dans le financement des sociétés.	De septembre 1985 à décembre 2010, dix sociétés (notées AAA), Chine

				<p>En s'appuyant sur la théorie du flou et un processus hiérarchique analytique, les auteurs présentent un nouveau modèle d'évaluation du risque de crédit des obligations de sociétés. Tout d'abord, un système d'indicateurs d'évaluation du risque de crédit des obligations de sociétés est conçu en analysant plus en détail les caractéristiques de l'indicateur d'évaluation. Deuxièmement, les auteurs utilisent un processus hiérarchique analytique pour déterminer le niveau des différents indicateurs, et une évaluation floue complète, à plusieurs étapes, pour évaluer le risque de crédit des obligations de sociétés. Enfin, les obligations de 10 sociétés sont utilisées comme exemples pour évaluer le risque de crédit et vérifier la validité et la faisabilité du modèle. Les résultats expérimentaux montrent que le modèle permet bien d'évaluer le risque de crédit de différentes obligations de différentes sociétés.</p>	
--	--	--	--	--	--

<p>Catastrophe bond pricing for the two factor Vasicek interest rate model with automatized fuzzy decision making</p>	<p>2015</p>	<p><i>Soft Computing</i></p>	<p>Piotr Nowak, Maciej Romaniuk</p>	<p>Les obligations catastrophe sont des instruments financiers qui permettent le transfert du risque de catastrophe naturelle aux marchés financiers. Cet ouvrage fait suite aux recherches antérieures des auteurs sur l'évaluation du prix des obligations catastrophe. Ils présument l'absence d'arbitrage et une attitude neutre des investisseurs à l'égard du risque de catastrophe. Le comportement des taux d'intérêt est décrit par le modèle de Vasicek à deux facteurs. Pour illustrer et analyser les résultats obtenus, les auteurs effectuent des simulations de Monte-Carlo en utilisant des paramètres ajustés pour les données réelles sur les catastrophes naturelles. Outre les formules d'évaluation du prix des obligations catastrophe, ils obtiennent leurs contreparties floues, en tenant compte de l'incertitude du marché. De plus, ils proposent une approche automatisée pour la prise de décisions dans un environnement flou avec des exemples pertinents suivant cette méthode.</p>	<p>Les auteurs ne prennent en considération que des exemples de cas.</p>
---	-------------	------------------------------	-------------------------------------	---	--



Titre	Année	Source	Auteurs	Résumé	Données utilisées
Fuzzy decision fusion approach for loss-given-default modeling	2017	<i>European Journal of Operational Research</i>	A. Nazemi, F. Fatemi Pour, K. Heidenreich, F.J. Fabozzi.	Dans cet ouvrage, des techniques de fusion de décisions selon la logique floue sont appliquées pour prédire la perte en cas de défaut des obligations de sociétés. Dans le modèle des auteurs, les composantes principales dérivées de plus de 100 variables macroéconomiques sont ajoutées comme variables explicatives. Toutefois, afin d'améliorer la performance du modèle, ils appliquent la transformation des variables macroéconomiques selon Box-Cox avant la modélisation des pertes en cas de défaut. Ils utilisent un algorithme d'évolution différentielle pour créer un modèle optimisé fondé sur la logique floue qui fusionne les résultats de plusieurs modèles de base.	De 2002 à 2012, États-Unis

				<p>Ils comparent les prédictions des techniques de fusion des décisions selon la logique floue aux techniques de régression vectorielle de support, aux arbres de régression et aux régressions par les moindres carrés ordinaires. Leurs résultats montrent que les techniques de fusion des décisions selon la logique floue augmentent la précision des prédictions de pertes modélisées en cas de défaut, et que les transformations des facteurs macroéconomiques n'influent pas sur la précision des prédictions des modèles flous.</p>	
--	--	--	--	---	--

## Ouvrages de référence

Agliardi, Elettra., et Rossella Agliardi. « Bond pricing under imprecise information », *Operational Research*, vol. 11, n° 3, 2011, p. 299–309.

Arnott, Robert D., et Denis B. Chaves. « Demographic changes, financial markets, and the economy », *Financial Analysts Journal*, vol. 61, n° 1, 2012, p. 23-46.

Dagum, Estela Bee., et Pierre A. Cholette. *Benchmarking, temporal distribution, and reconciliation methods for time series*, vol. 186, Springer Science & Business Media, 2006.

Favero, Carlo A., Gozluklu, Arie E., et Haoxi Yang. « Demographics and the behavior of interest rates », *IMF Economic Review*, vol. 64, n° 4, 2016, p. 732-776.

Hull, John C., et Alan D. White. « Numerical procedures for implementing term structure models II: Two-factor models », *The Journal of Derivatives*, vol. 2, n° 2, 1994, p. 37-48.

Jiazhong, Ouyang., et Li Min. « Study on Fuzzy Evaluation of Credit Risk of Corporate Bond » *Journal of Digital Information Management*, vol. 11, n° 2, 2013, p. 102-107

Lee, Chen-Yu., et Jao-Hong Cheng. « A Fuzzy AHP Application on Evaluation of High-Yield Bond Investment », *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, vol. 5, n° 6, 2008, p. 1044-1056.

Michalopoulos, Michael., Thomaidis, Nikolaos S., Dounias, George D. et Constantin Zopounidis. « Using a fuzzy sets approach to select a portfolio of Greek government bonds », *Fuzzy Economic Review*, vol. 9, n° 2, 2004, p. 27-48.

Modigliani, Franco., et Richard Brumberg. *Utility analysis and the consumption function: An interpretation of cross-section data*, Rutgers University Press, New Brunswick, États-Unis, 1954.

Nazemi, Abdolreza., Fatemi Pour, Farnoosh., Heidenreich, Konstantin., et Frank J Fabozzi. « Fuzzy decision fusion approach for loss-given-default modeling », *European Journal of Operational Research*, vol. 262, n° 2, 2017, p. 780-791.

Nowak, Piotr., et Maciej Romaniuk. « Catastrophe bond pricing for the two factor Vasicek interest rate model with automatized fuzzy decision making », *Soft Computing*, vol. 21, n° 10, 2017, p. 2575-2597.

Ramaswamy, Srichander. *Portfolio selection using fuzzy decision theory*, Rapport technique, Banque des Règlements Internationaux, 1998.

Roy, Amlan., Punhani, Sonali., et Liyan Shi. *How demographics affect asset prices*, Credit Suisse, février 2012.

Zhang, Wei-guo., Shi, Qing-sheng., et W.L. Xiao. « Fuzzy pricing model of convertible bonds in China and its algorithm », *Journal of Systems Engineering*, vol. 25, n° 2, 2010, p. 241-246.