



**Canadian
Institute
of Actuaries**

**Institut
canadien
des actuaires**

Génération de scénarios axés sur les pandémies

Par Kailan Shang, AICA

Septembre 2022

Document 222126

Table des matières

Sommaire	3
1 Introduction.....	5
2 L'historique des pandémies et des épidémies.....	6
2.1 Maladies pandémiques	7
2.2 Expérience historique	13
3 Fréquence et gravité des pandémies	18
3.1 Fréquence.....	18
3.2 Durée	21
3.3 Gravité	22
4 Corrélation.....	24
4.1 Pandémies extrêmes et conditions économiques	24
4.2 Approche statistique : Matrice de corrélation	29
4.3 Approche statistique : Copules	32
4.4 Approche fondée sur un modèle structuré	36
4.4.1 Facteurs économiques.....	37
4.4.2 Variables du marché des capitaux	41
5 Génération de scénarios.....	49
5.1 Processus de génération de scénarios	49
5.2 Exemples de simulations	51
5.2.1 Facteurs de risque d'assurance	51
5.2.2 Facteurs économiques.....	52
5.2.3 Variable du marché des capitaux.....	53
5.3 Ajustements avec perspectives prospectives.....	54
6 Conclusion	55
7 Remerciements	56
8 Bibliographie.....	57
Annexe A. Étalonnage du GSP	59
A.1 Pandémies historiques	59
A.2 Ajustement de la distribution de la fréquence	61
A.3 Ajustement de la distribution de la durée.....	62
A.4 Ajustement de la distribution de la gravité	63
A.5 Modèle de Markov caché.....	69
Annexe B. Simulation du PSG	74
B.1 Processus de simulation.....	74
B.2 Exemples de simulations	78

Sommaire

Les pandémies et les épidémies causent des pertes à l'industrie des assurances non seulement en raison des demandes de prestations, mais aussi des perturbations causées aux activités sociales et économiques. Les sociétés d'assurances ont généralement recours à des simulations de crise pour évaluer l'exposition au risque de pandémie. Les scénarios de crise reposent habituellement sur des événements historiques individuels comme la grippe espagnole de 1918 ou un modèle de pandémie qui utilise des modèles épidémiologiques comme le modèle SIR (susceptible, infectieux, rétabli) et ses variantes. Toutefois, l'approche de simulation de crise pourrait être insuffisante, car elle ne reflète pas la répartition des pandémies et leurs répercussions financières. Un générateur de scénarios intégré qui comprend les facteurs de risque d'assurance, les facteurs de risque économiques et les facteurs de marché des capitaux peut offrir une vision plus globale des pandémies.

Pour compléter l'approche actuelle de simulation de crise, une analyse des pandémies et des épidémies enregistrées au fil de l'histoire de l'humanité a été entreprise. Plus de 800 événements historiques ont été utilisés pour étudier la fréquence, la gravité et la durée des pandémies/épidémies. Ces événements peuvent être modélisés en utilisant différentes distributions statistiques, la théorie des valeurs extrêmes et des modèles fonction de la conjoncture, comme les modèles de Markov cachés.

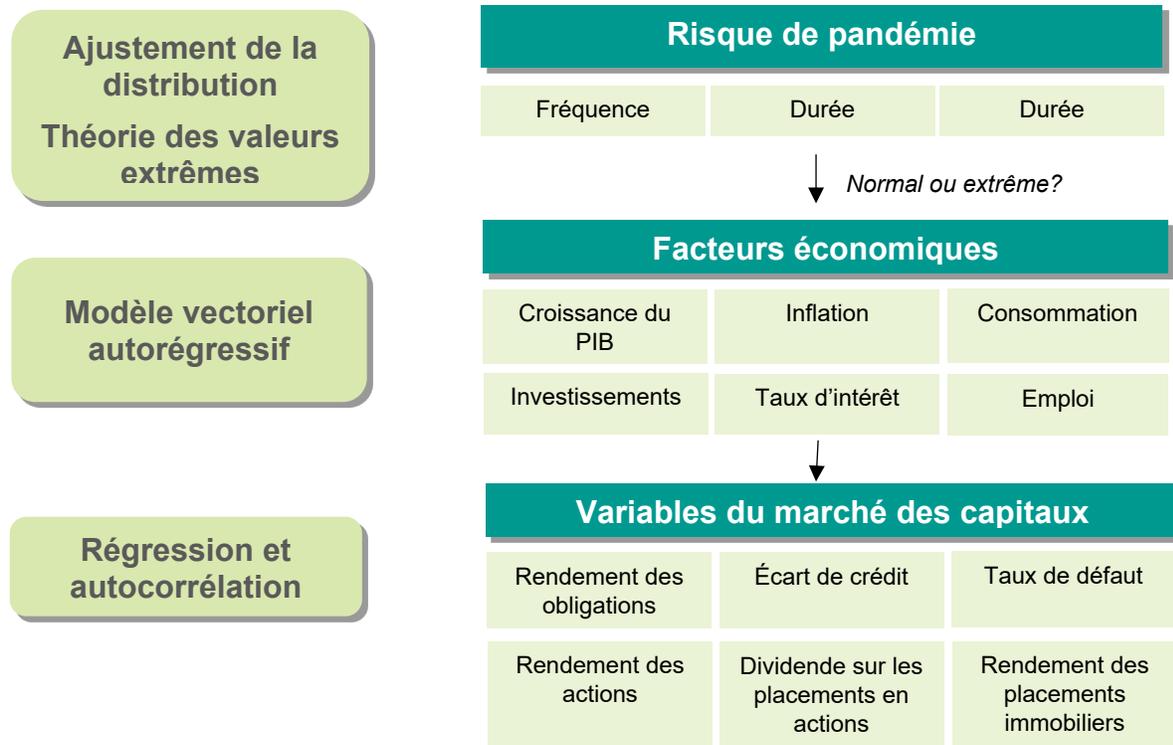
L'impact des pandémies et des épidémies sur le système économique peut être important, comme en témoigne la récente éclosion de COVID-19. Par conséquent, une étude a été réalisée au sujet des relations entre les événements discrets et de leur impact sur le système économique :

1. La relation entre les pandémies et le produit intérieur brut/la croissance de la population a été étudiée en utilisant plus de 2 000 années d'histoire, tout en reconnaissant que les changements structurels économiques et sociaux sont susceptibles de modifier sensiblement la tendance future.
2. Les données macroéconomiques trimestrielles et les données sur les marchés des capitaux des 70 dernières années ont servi à quantifier les relations contemporaines et temporelles en supposant la survenue d'une pandémie.

Grâce à l'analyse du risque de pandémie et de sa relation avec l'économie, un générateur de scénarios axés sur les pandémies (GSP) a été conçu à partir des constatations. Il utilise un panier de distributions ajustées pour générer des événements pandémiques, y compris la fréquence, la gravité et la durée. Les événements pandémiques générés entraîneront alors la production de facteurs macroéconomiques en fonction de leur gravité. Les facteurs macroéconomiques sont ensuite pris en compte dans la production de variables du marché des capitaux comme le rendement des obligations, l'écart de crédit, le taux de défaut et le rendement des actions.

Figure E.1

Cadre de génération de scénarios axés sur les pandémies



Le GSP couvre les facteurs de risque de pandémie, les facteurs économiques et les variables du marché des capitaux nécessaires pour quantifier l'impact sur la sinistralité, la suffisance des capitaux, les nouvelles polices, etc. Il tient également compte des relations entre ces facteurs de risque observés par le passé. Des méthodes comme les matrices de corrélation multiples, les copules ou même les modèles structurés sont testées par rapport aux données historiques. Les modèles structurés représentent l'évolution explicite des variables et de leurs relations à l'aide de formules, et ils sont recommandés pour refléter les relations non linéaires contemporaines et temporelles.

Le présent document s'appuie sur des données historiques pour l'étalonnage du GSP afin de présenter le point de vue le plus objectif possible. Les scénarios générés présentent des caractéristiques et des relations semblables à celles observées dans les données historiques. Toutefois, le GSP est conçu pour être souple, pour utiliser différentes perspectives sur le risque de pandémie et son impact sur le système économique et le secteur des assurances. Pour ce faire, il est possible de modifier les données d'entrée pour l'étalonnage du GSP ou d'établir les paramètres directement en fonction d'analyses de remplacement.

Bref, le présent document de recherche contribue de trois façons au fonds documentaire existant. Premièrement, il recueille et analyse les données sur les pandémies et les épidémies enregistrées dans l'histoire de l'humanité depuis 1050 avant J.-C. Compte tenu de l'absence de certains renseignements reliés à de nombreux événements passés, l'ensemble de données est utile pour l'analyse de la fréquence et de la gravité.

Deuxièmement, il propose un GSP général qui modélise explicitement les pandémies/épidémies et plus particulièrement, leurs interactions avec le système économique, pour que ses utilisateurs puissent évaluer l'impact financier possible et la probabilité de ces événements sur le secteur des assurances.

Troisièmement, des exemples de codes de mise en œuvre sont rendus publics à des fins éducatives et sont hébergés à l'adresse https://github.com/windwill/pandemic_esg.

Bien que la présente recherche utilise les quantités de données disponibles à l'échelle mondiale, on peut tenir compte de différents points de vue sur la pertinence des données et la géographie en ajustant les données d'entrée ou les paramètres du modèle et en appliquant l'analyse à partir des codes R.

1 Introduction

Non seulement une pandémie met elle en danger la vie des personnes, mais elle peut aussi perturber le réseau de la santé, les activités économiques et les comportements humains. Lors de la récente éclosion de COVID-19 partout dans le monde, nous avons observé des événements uniques souvent non couverts par les générateurs de scénarios économiques (GSE) et les scénarios de crise existants. Cela est compréhensible parce que les données historiques sur lesquelles repose la plus grande partie de l'étalonnage des GSE ne prévoient pas une pandémie grave. Ni la pandémie de H1N1 en 2009 ni les épidémies d'Ebola ne sont comparables à la COVID-19 sur les plans de la gravité et de l'impact économique, qui ne sont vraisemblablement pas pris en compte par le générateur de scénarios avant 2020. Il convient de passer en revue la modélisation du risque de pandémie et son impact économique.

Une pandémie s'entend d'une nouvelle infection qui se propage simultanément dans plusieurs pays et continents, et infecte une multitude de personnes. Une épidémie est une éclosion plus importante que d'habitude, mais qui reste confinée à un seul endroit ou à une seule région. Les épidémies peuvent être dévastatrices même si elles touchent relativement moins de personnes. Par exemple, en 2003, le SRAS (syndrome respiratoire aigu sévère) était considéré comme une épidémie en raison de son faible taux d'infection de 8 000 personnes, mais il a coûté plus de 50 milliards de dollars à l'économie mondiale.

Les antécédents enregistrés de pandémies et d'épidémies remontent au 11^e siècle avant J.-C. lorsque la peste d'Asdod a frappé les Philistins lorsqu'ils ont tenté sans succès d'anéantir les Hébreux, comme l'explique Kohn (2008). Bien que de nombreuses maladies antérieures aient été éradiquées en raison des progrès de la médecine, des virus inconnus ou nouveaux continuent d'émerger et il faut du temps pour les étudier et trouver des traitements efficaces ou des mesures préventives. L'histoire peut tout de même nous éclairer sur les scénarios possibles des pandémies à venir. Par exemple, l'incidence des pandémies de grippe au XX^e siècle a été observée dans les données sur la mortalité et, dans une certaine mesure, dans les hypothèses actuarielles, mais il est avantageux d'examiner l'ensemble de l'histoire de l'humanité et d'envisager d'autres scénarios possibles.

Outre le risque d'assurance, il est également important d'évaluer comment ces scénarios se comporteront en fonction des conditions socioéconomiques actuelles. L'impact économique et social du coronavirus est sans précédent et il fournit amplement de données pour étudier le risque économique qui en découle. Les pandémies impliquent souvent des facteurs de risque sous-jacents fortement corrélés dans l'espace et dans le temps. Par exemple, compte tenu de la perturbation des activités économiques, un événement financier extrême pourrait bien impliquer un marché boursier baissier, un environnement de faibles taux d'intérêt, un piètre contexte de crédit et des

politiques budgétaires et monétaires expansionnistes. Pour les sociétés d'assurances, cela s'applique au risque d'assurance, y compris la mortalité, la morbidité, l'assurance chômage et les déchéances, et au risque d'entreprise, comme la perturbation des activités et la demande de produits.

En s'appuyant sur les données historiques sur les pandémies et les épidémies, et sur leurs répercussions économiques, financières, sociales et commerciales, cette recherche propose un GSP exhaustif qui reflète explicitement les répercussions des pandémies potentielles. Les éléments de la construction du GSP et les résultats sont discutés ci-dessous :

- La section 2 (l'historique des pandémies et des épidémies) résume plus de 800 pandémies et épidémies enregistrées dans l'histoire de l'humanité et donne un aperçu de la fréquence, de la gravité et de la durée de chacune d'elles à l'aide de statistiques descriptives et de graphiques. Cette démarche fournit des renseignements utiles pour déterminer comment les modèles statistiques peuvent être utilisés pour représenter les tendances des données, telle que présentée dans la section suivante.
- La section 3 (fréquence et gravité des pandémies) évalue la fréquence et la gravité des pandémies. La distribution est ajustée à partir de données historiques reconnaissant différentes mesures de la gravité et différentes distributions pour les queues épaisses. Des distributions ajustées sont utilisées pour simuler les pandémies dans le cadre du GSP.
- La section 4 (Corrélation) analyse les relations entre les différents types de risque pendant les pandémies, y compris le taux de croissance du produit intérieur brut (PIB), le taux d'inflation, le taux de chômage, la consommation, les investissements, les taux des banques centrales, le rendement des obligations d'État, les écarts de crédit, les taux de défaut, les rendements boursiers et les dépenses budgétaires, dans la mesure du possible. Des matrices de corrélation, des copules et des modèles structurés sont utilisés pour étudier les relations contemporaines et temporelles.
- La section 5 (Génération du scénario) décrit le GSP en fonction de la fréquence, de la gravité et de la modélisation de la corrélation. Des scénarios de pandémie cohérents, y compris des facteurs de risque d'assurance, des facteurs économiques et des variables du marché des capitaux, sont élaborés. Les scénarios peuvent servir à quantifier les répercussions financières à court et à long terme sur les sociétés d'assurances. Les vérifications de vraisemblance des scénarios simulés et des méthodes d'ajustement sont également abordées.
- La section 6 (Conclusion) résume les principaux points de notre recherche et énonce une conclusion sur le cœur du rapport.
- Les annexes présentent les détails techniques du GSP et son étalonnage. L'information peut être utile pour tout ajustement ou réétalonnage du GSP.

Les lecteurs qui s'intéressent au GSP uniquement à des fins de simulation peuvent commencer à lire la section 5 et passer les sections 2 à 4 qui portent sur les données d'entrée et l'étalonnage du modèle.

2 L'historique des pandémies et des épidémies

Les documents historiques portant sur les pandémies et les épidémies remontent à 1050 avant J.-C., comme l'indique Kohn (2008), lorsqu'une épidémie de peste s'est produite dans la région maintenant connue comme Israël. Elle est devenue la peste des Philistins, ou la peste d'Asdod. Depuis, des centaines de pandémies et d'épidémies ont été recensées, ce qui fournit de bonnes références pour analyser les tendances, évaluer les répercussions et offrir des pistes de réflexion pour l'avenir.

2.1 Maladies pandémiques

Les maladies qui ont provoqué des pandémies et des épidémies sont comptables. Une maladie peut causer plusieurs événements majeurs de pandémie, son remède ou son vaccin étant progressivement développé au fil des progrès de la médecine. Pour mieux utiliser les données historiques afin de prédire l'avenir, il est important d'avoir une compréhension de base de ces maladies. Le tableau 1 décrit les principaux types de maladies qui ont causé des pandémies et des épidémies avec au moins dix éclosions enregistrées, lorsque le nombre de cas de la maladie a soudainement bondi dans la(les) région(s) touchée(s).

Tableau 1

Maladies pandémiques

Maladies	Nombre d'éclosions recensées	Description	Premier recensement	Dernière éclosion	Éclosion la plus meurtrière
Peste	127	La peste est une maladie infectieuse causée par la bactérie <i>Yersinia pestis</i> , généralement présente chez les petits mammifères, et qui se transmet lorsque les gens sont mordus par des puces. La forme la plus courante de la peste est la peste bubonique, une infection grave du système lymphatique qui cause de la fièvre, des vomissements, des saignements, une insuffisance organique et des plaies ouvertes. Dans une peste septicémique, la maladie atteint le sang et crée des caillots, empêchant le sang d'atteindre les tissus. Dans le cas de la peste pneumonique, la maladie atteint les poumons, ce qui peut entraîner beaucoup de toux et la mort rapide.	Peste des Philistins (1050 av. J.-C.)	Peste de Madagascar (2008)	Mort noire ou peste noire (milieu du XIV ^e siècle); 50 millions de décès
Choléra	102	Le choléra est un virus causé par une bactérie appelée <i>Vibrio cholerae</i> . Il provoque des vomissements et de la diarrhée. Dès 12 heures après l'infection, la bactérie produit des toxines qui se lient aux enzymes de l'intestin grêle qui contrôlent la sécrétion d'eau dans le reste du corps. La toxine fait en	Pandémie de choléra asiatique (1817-1823)	Épidémie de choléra du Yémen (2016-2021)	Épidémies de choléra du Japon (1858-1859); trois millions de décès

Maladies	Nombre d'éclosions recensées	Description	Premier recensement	Dernière éclosion	Éclosion la plus meurtrière
		sorte que les enzymes inondent les intestins avec de l'eau, ce qui entraîne une déshydratation si grave qu'elle peut causer la mort à moins d'être correctement traitée.			
Variole	95	La variole était une maladie causée par le virus de la variole. Les symptômes débutent par des maux de tête et de petites fièvres. Puis de petites bosses pleines de liquide infectieux apparaissent partout sur le corps de la victime. Chez les survivants, la lésion finit par former une gale et se transforme en cicatrices.	Peste Antonine ou peste de Galen (165-80 av. J.-C.)	Épidémie de variole en Inde (1973-1974)	Épidémie de variole au Mexique (1520-1521); 2,75 millions de décès
Grippe	66	De nombreuses éclosions différentes de grippe ont été recensées. Certains symptômes de la grippe sont de la fièvre, de la toux, le mal de gorge, un nez bouché ou qui coule, ou des douleurs musculaires ou corporelles, des maux de tête, de la fatigue, ainsi que des vomissements et de la diarrhée. Il y a plus de 100 sous types de grippe, et ceux en circulation changent d'une saison à l'autre. Le code génétique de la grippe fait aussi muter plus rapidement la maladie que tout autre virus. La grippe se propage en transformant les cellules d'un hôte en usines de production de virus. Lorsque le virus est englouti par une cellule hôte, il en expulse le bagage génétique et se fraye un chemin jusqu'au noyau. À ce moment, les cellules qui copient normalement les gènes de l'hôte commencent plutôt à copier des gènes viraux, créant de plus en plus de copies du	Grande crise de la peste (212 av. J.-C.)	Saison de la grippe aux États-Unis (2017-2018)	Pandémie de grippe espagnole (1917-1919); 21 millions de décès

Maladies	Nombre d'éclotions recensées	Description	Premier recensement	Dernière écloision	Écloision la plus meurtrière
		virus. De nouveaux virus sont réemballés et injectés dans la cellule jusqu'à ce que celle-ci éclate, ce qui envoie de nouveaux virus grippaux qui infectent d'autres cellules.			
Typhus	63	Le typhus, aussi appelé fièvre de typhus, est un groupe de maladies causées par des bactéries qui sont transmises aux humains par des puces, des poux et des aoûtats. Les fièvres de typhus comprennent le typhus des broussailles, le typhus murin et le typhus épidémique. Les aoûtats répandent le typhus des broussailles, les puces répandent le typhus murin et le typhus épidémique répand les poux du corps. Les symptômes les plus courants sont la fièvre, les maux de tête et parfois les éruptions cutanées.	Épidémie de typhus de Cava (1083)	Épidémie de typhus japonais-coréen (1945-1946)	Épidémies de typhus allemand (1813-1814); 469 000 décès
Fièvre jaune	44	La fièvre jaune est causée par le flavivirus, une maladie virale propagée par les moustiques. La plupart des personnes exposées au flavivirus présentent des symptômes comme de la fièvre, des frissons, des maux, de la fatigue et des vomissements. Environ 15 % des patients infectés présentent des symptômes bien pires, comme la jaunisse, les saignements et l'insuffisance de plusieurs organes qui pourrait entraîner la mort. La maladie se transmet par morsure de moustiques infectés.	Épidémie de fièvre jaune à la Barbade (1647)	Épidémie de fièvre jaune au Nigéria (2020)	Épidémies de fièvre jaune à Rio de Janeiro (1849-1902); 70 000 décès

Maladies	Nombre d'éclotions recensées	Description	Premier recensement	Dernière écloision	Écloision la plus meurtrière
Rougeole	40	La rougeole est une maladie grave et hautement contagieuse. Elle est causée par un virus de la famille des paramyxovirus et elle se transmet normalement par contact direct et par voie aérienne. Les symptômes comprennent une forte fièvre, un écoulement nasal, une toux, des yeux rouges et larmoyants et une éruption cutanée.	Peste de Cyprien (251 av. J.-C.)	Épidémie de rougeole au Congo (2019)	Épidémies de rougeole aux îles Fidji (1875); 40 000 décès
Dengue	33	La dengue est une maladie tropicale transmise par les moustiques et causée par le virus de la dengue. Les victimes sont attaquées dans un court délai (trois à 12 jours) après la morsure cruciale du moustique. Les symptômes comprennent de graves maux de tête frontaux et des douleurs atroces aux articulations, ainsi qu'une éruption cutanée, des frissons, des nausées et la prostration.	Épidémie de dengue aux États Unis et dans les Caraïbes (1826-1828)	Épidémie de dengue en Asie Pacifique et en Amérique latine (2019-2020)	Épidémies de dengue au Vietnam (années 1970); 1 424 décès
Poliomyélite	30	La poliomyélite est une maladie invalidante et potentiellement mortelle causée par le poliovirus. Le virus se propage d'une personne à l'autre et peut infecter la moelle épinière d'une personne, causant la paralysie.	Épidémie de poliomyélite à Stockholm (1887)	Épidémie de poliomyélite en Angola (1999)	Épidémie de poliomyélite aux États Unis (1916); 7 000 décès
Paludisme	27	Le paludisme est une maladie causée par un parasite transmis aux humains par la piqûre de moustiques infectés. Les symptômes comprennent de violents frissons, des nausées, une forte fièvre et des sueurs profuses, et les personnes infectées peuvent mourir à la suite d'un coma ou plonger dans le délire à défaut d'un traitement rapide.	Épidémies de l'armée de Henry IV (1081-1083)	Épidémie de paludisme en Afrique du Sud (1999-2000)	Épidémie de paludisme du Pendjab (1908); 307 316 décès

Maladies	Nombre d'éclosions recensées	Description	Premier recensement	Dernière éclosion	Éclosion la plus meurtrière
Méningite cérébrospinale	15	La méningite est une inflammation (enflure) des membranes protectrices qui recouvrent le cerveau et la moelle épinière. Une infection bactérienne ou virale du liquide qui entoure le cerveau et la moelle épinière cause généralement l'enflure. Toutefois, des blessures, le cancer, certains médicaments et d'autres types d'infections peuvent aussi causer la méningite. Les symptômes comprennent de la fièvre, de graves maux de tête et une raideur du cou. Les enfants souffrent souvent de convulsions. Des gens sont décédés des suites de graves symptômes de vomissement, de saignement et d'effondrement.	Épidémie de méningite à Albenga (1815)	Épidémie de méningite en Afrique occidentale (2009-2010)	Épidémies de méningite au Nigéria (1949-1950); 16 055 décès
Ebola	14	La maladie causée par le virus Ebola est une fièvre hémorragique. Elle commence par attaquer le système immunitaire en neutralisant ses cellules, ce qui permet la propagation. De deux à 20 jours après avoir contracté la maladie, les personnes atteintes présentent des symptômes comme une température élevée, une douleur et un mal de gorge; ceux-ci s'aggravent rapidement sous forme de vomissements, d'éruptions cutanées et de diarrhée. À mesure que le virus se propage, il infecte les ganglions lymphatiques et les organes vitaux, ce qui les fait perdre leur fonction. Le virus de l'Ebola n'existe que dans les liquides corporels. Pour se propager, il doit être transmis d'un patient infecté au corps d'un autre par des voies intérieures.	Éclosions d'Ebola au Soudan (1976)	Éclosion d'Ebola au Congo (2020)	Épidémie d'Ebola en Afrique occidentale (2013-2016)

Maladies	Nombre d'éclotions recensées	Description	Premier recensement	Dernière écloision	Écloision la plus meurtrière
VIH/SIDA	14	Le VIH (virus de l'immunodéficience humaine) est un virus qui attaque le système immunitaire. À défaut de traitement, il peut mener au SIDA (syndrome d'immunodéficience acquise). Il n'existe actuellement aucun remède efficace. Une fois infectées par le VIH, les personnes atteintes l'ont à vie. Il existe toutefois des traitements pour garder le virus sous contrôle et les patients peuvent tout de même vivre une longue et saine vie.	Pandémie de VIH/SIDA (1975-2010)		25 millions de décès
Diptérie	11	La diphtérie est une infection grave causée par des souches de bactéries appelées <i>Corynebacterium diphtérie</i> qui fabriquent des toxines (poison). Elle peut entraîner des difficultés respiratoires, une insuffisance cardiaque, une paralysie et même la mort.	Épidémie de diphtérie à Paris (1576)	Épidémie de diphtérie en Russie (années 1990)	Épidémie de diphtérie en Italie (1618); 8 000 décès
Dysenterie	10	La dysenterie est une inflammation intestinale visant principalement le côlon. Elle peut entraîner des crampes abdominales légères ou graves et une diarrhée grave avec du mucus ou du sang dans les selles. À défaut d'hydratation adéquate, elle peut être mortelle. L'infection par le bacille, ou la bactérie, de <i>Shigella</i> , est la cause la plus fréquente.	Peste de Xérès (480 av. J.-C.)	Épidémie de dysenterie au Sri Lanka (1942)	Épidémie de dysenterie en France (1779); 175 000 décès

Source des données : Centres for Disease Control and Prevention (n.d.), Kohn (2008), Organisation mondiale de la santé (2019).

Bien que le tableau 1 ne présente que 691 éclosions, 817 pandémies/épidémies sont utilisées dans la présente étude pour modéliser la fréquence totale de toutes les maladies¹. Notons que l'actuelle pandémie de coronavirus ne figure pas sur la liste des maladies les plus fréquentes. Elle est causée par le 2019-nCoV, qui est un type de coronavirus lié au SRAS. Il s'agit d'un virus relativement nouveau, et le nombre d'éclosions est inférieur à dix. Bien que la variole ait été éradiquée et qu'il existe des traitements et des vaccins efficaces pour bon nombre des autres maladies du tableau 1, les données peuvent être utiles pour évaluer les trajectoires possibles de maladies nouvelles ou futures pouvant mener à une pandémie ou à une épidémie.

2.2 Expérience historique

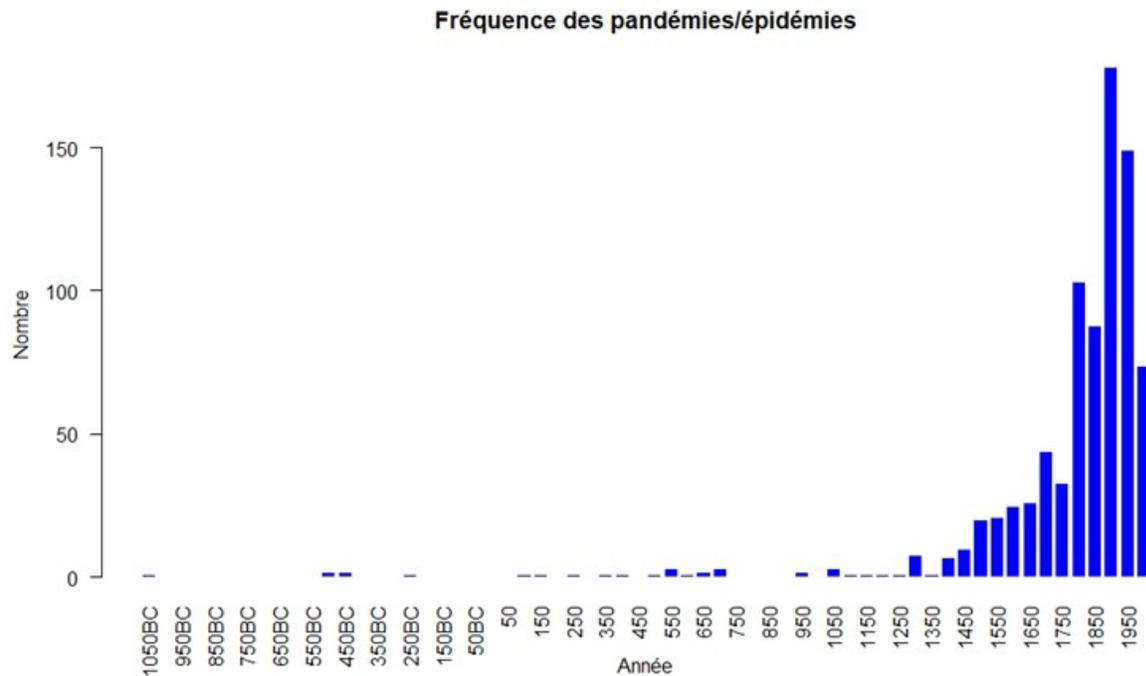
Même si plus de 800 pandémies et épidémies ont été recensées, la qualité des données varie selon le moment et l'endroit. Aux premiers stades de l'histoire de l'humanité, moins d'événements du genre ont pu être enregistrés. Toutefois, si l'on s'intéresse aux pandémies, ce n'est peut-être pas une grande préoccupation étant donné que le monde était moins connecté à ce moment-là. Les conditions sociales, économiques et médicales du genre humain ont également changé radicalement au cours des 3 000 dernières années. Dans le cadre de l'étude des données historiques, nous devons garder ces changements structurels à l'esprit. L'expérience acquise indique également que l'histoire récente peut servir davantage à prédire l'avenir.

Les 817 enregistrements de données comprennent 30 pandémies et 787 épidémies. La figure 1 montre la fréquence des pandémies/épidémies aux 50 ans depuis 1050 avant J.-C.

¹ Les maladies comprennent la peste, la variole, le choléra, le typhus, la grippe, la fièvre jaune, la rougeole, la poliomyélite, le paludisme, la dengue, la méningite cérébrospinale, le VIH/SIDA, la diphtérie, la dysenterie, l'Ebola, la fièvre récurrente, la scarlatine, la typhoïde, l'hépatite, le bériber, l'encéphalite japonaise B (EJB), la maladie du sommeil, la coqueluche, l'encéphalite, les oreillons, la bronchopneumonie, la maladie du légionnaire (ML), la fièvre de la vallée du Rift (FVR), le scorbut, la tuberculose, le virus du Nil occidental (VNO), le CoV, l'infection à l'anthrax, l'ergotisme, le hantavirus, le kala-azar (leishmaniose viscérale), la schistosomiase, l'hyperhidrose, la syphilis, conjonctivite aiguë hémorragique (CAH), la maladie du sommeil africain (trypanosomiase africaine), la maladie de Bornholm (pleurodynie), fièvre du virus Chikungunya, la maladie de Creutzfeldt-Jakob (MCJ), la manie dansante, la suette anglaise, la fièvre hémorragique à syndrome rénal (FHRS), la fièvre de la forêt de Kyasanur, la fièvre de lassa, la leptospirose, le virus de Machupo, le virus Nipah, l'onchocerca (cécité des rivières), la polyarthrite, la transpiration abondante, le SRAS, les maladies transmises sexuellement (MTS), la sprue, les maladies vénériennes, la leishmaniose viscérale, la fièvre Q, le chikungunya et le virus Zika.

Figure 1

Fréquence des pandémies/épidémies



Au Moyen Âge, la plupart des pandémies/épidémies se sont produites pendant des guerres, ce qui a engendré des migrations et des conditions d'insalubrité. Les activités de commerce international ont largement contribué à la propagation des maladies d'un continent à l'autre. Le tableau 2 résume les pandémies et les épidémies à l'aide de statistiques descriptives.

Tableau 2

Statistiques descriptives des données sur les pandémies et les épidémies

Statistiques	Durée (en années)	Décès	Cas confirmés	Taux de léthalité	Risque de liquidité	Taux d'infection
Nombre d'enregistrements valides	817	506	321	297	128	68
Min.	0	1	19	0,0 %	0,0 %	0,1 %
Max.	200	50 000 000	400 000 000	100,0 %	99,7 %	100,0 %
Médiane	2	3 572	12 767	16,7 %	10,0 %	21,1 %

Statistiques	Durée (en années)	Décès	Cas confirmés	Taux de létalité	Risque de liquidité	Taux d'infection
Moyenne	6	305 011	3 437 930	27,5 %	17,3 %	29,3 %
Écart-type	15	2 807 561	26 960 180	26,7 %	21,7 %	27,1 %
Coefficient de variation	2,59	9,20	7,84	0,97	1,25	0,92

Notes :

1. Durée : Durée de l'événement mesurée en années; quelques valeurs aberrantes comprennent les éclosions regroupées en un seul incident couvrant deux siècles
2. Taux de létalité : Nombre de décès en pourcentage des cas confirmés
3. Taux de mortalité : Nombre de décès en pourcentage de la population touchée
4. Taux d'infection : Nombre de cas confirmés en pourcentage de la population touchée
5. Coefficient de variation : Écart-type divisé par la moyenne qui mesure la dispersion de la distribution

La durée, le taux de létalité, le taux de mortalité et le taux d'infection sont des variables utiles pour mesurer l'incidence d'une pandémie ou d'une épidémie. La figure 2 montre l'histogramme de durée et la figure 3 la distribution de trois variables de gravité à l'aide de boîtes à moustaches.

Figure 2

Histogramme des durées des pandémies/épidémies

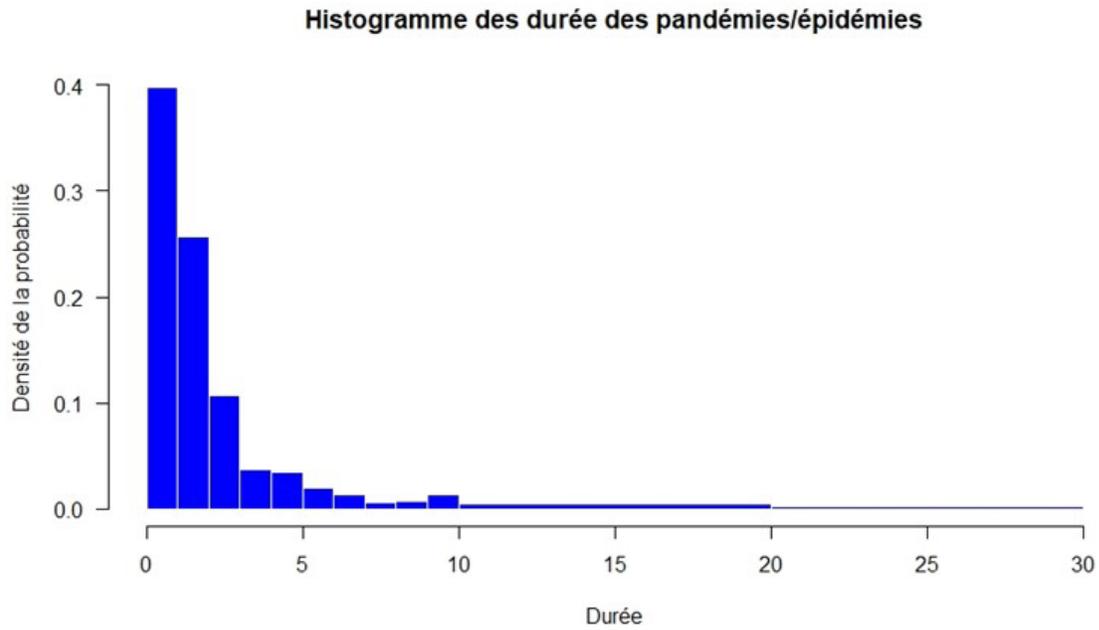
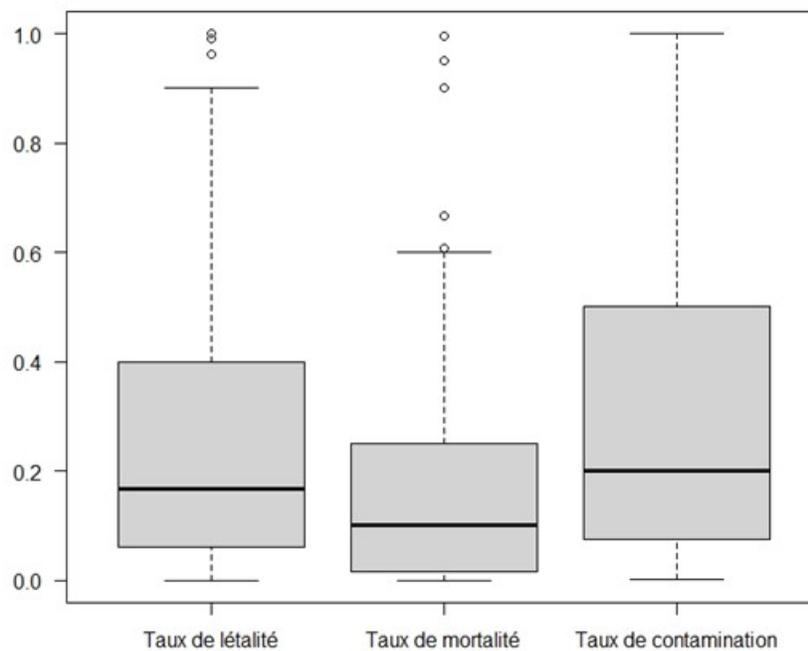


Figure 3

Boîtes à moustaches affichant les mesures de gravité des pandémies/épidémies

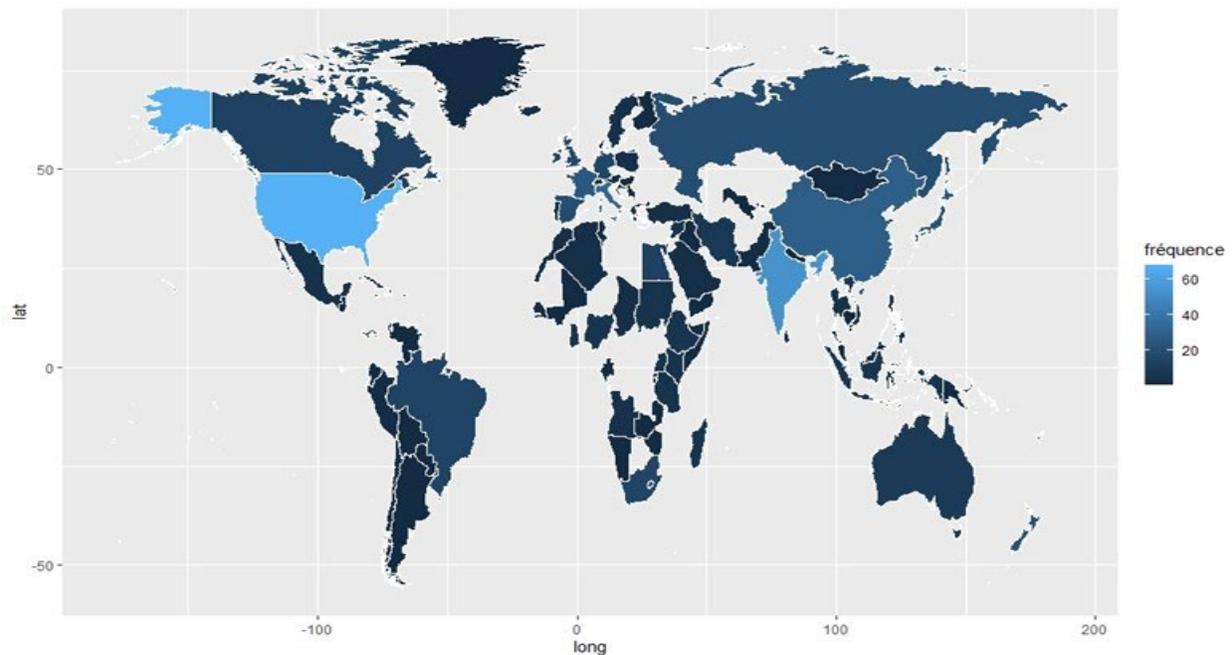


Chaque boîte représente les données entre le premier et le troisième quantile (Q1 et Q3), la ligne au milieu étant la médiane. La boîte s'étend à une gamme de données plus large entre $[Q1 - 1,5(Q3 - Q1), Q3 + 1,5(Q3 - Q1)]$, lorsque disponible. Les valeurs aberrantes à l'extérieur de cette fourchette sont présentées sous forme de points individuels. Tous les taux sont asymétriques à droite avec des incidents extrêmement graves dans le passé.

La figure 4 montre la carte de fréquence des pandémies/épidémies selon leur origine. Une région particulière peut être utilisée pour sa propre analyse, ce qui peut être plus significatif compte tenu des différentes expositions au risque de différentes régions.

Figure 4

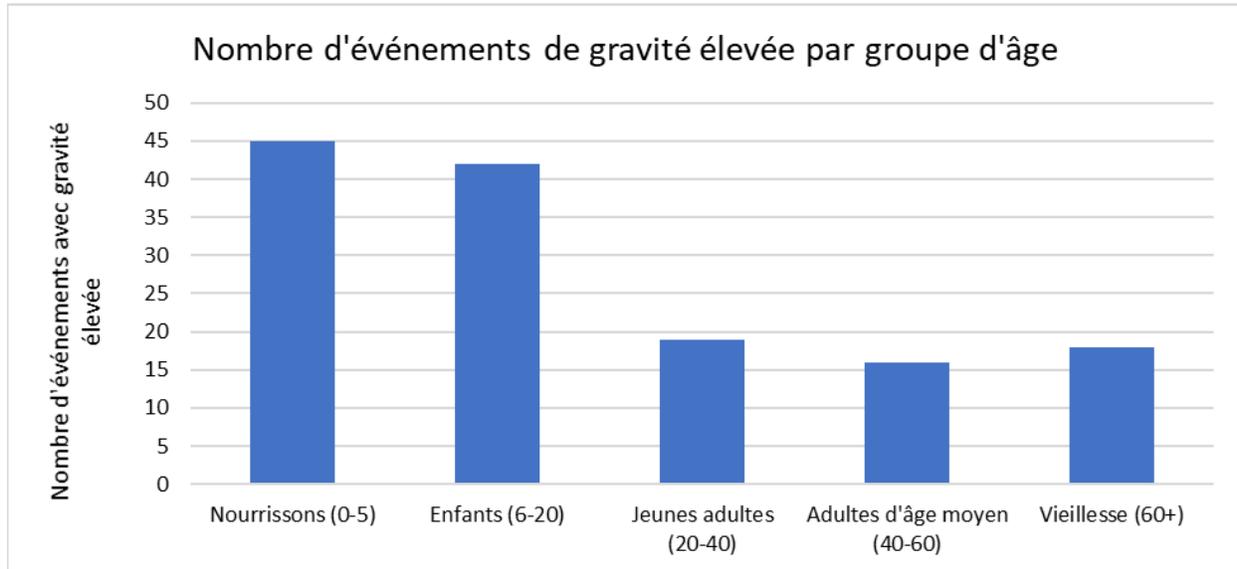
Carte des pandémies/épidémies



L'incidence d'une pandémie ou d'une épidémie varie selon le groupe d'âge; dans le cas d'événements historiques où des dossiers d'incidence sur différents groupes d'âge sont disponibles, la figure 5 résume l'expérience. De façon générale, les enfants sont plus vulnérables que les adultes. Mais pour certaines maladies, les adultes composent le groupe qui a été le plus durement touché.

Figure 5

Incidence d'une pandémie/épidémie par groupe d'âge



Des analyses distinctes des pandémies qui excluent les épidémies se trouvent à l'[Annexe A.1](#).

3 Fréquence et gravité des pandémies

À l'aide de données historiques, une approche paramétrique est utilisée pour décrire cinq variables clés : la fréquence, la durée, le taux de létalité, le taux de mortalité et le taux d'infection. Il s'agit de la pierre angulaire de la première partie du GSP : la modélisation du risque de pandémie à l'aide de l'ajustement de la distribution et de la théorie de la valeur extrême (TVE).

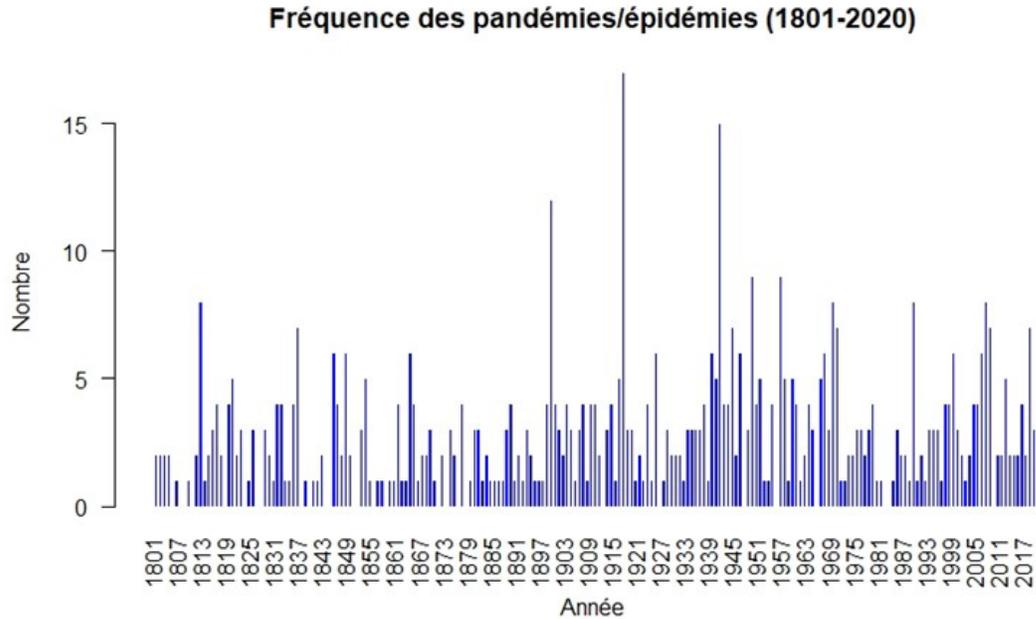
Pour chaque variable, quelques types de distribution sont utilisés pour décrire les données historiques, et les résultats sont évalués à l'aide de mesures standard de la qualité de l'ajustement, comme le log vraisemblance, les critères d'information d'Akaike (AIC) et les critères d'information bayésiens (BIC). En outre, la distribution empirique et la distribution ajustée choisie sont comparées pour s'assurer que toute la distribution, en particulier le comportement extrême, est saisie.

3.1 Fréquence

Pour modéliser la fréquence annuelle, les données entre 1801 et 2020 sont utilisées, comme le montre la figure 6. Les événements enregistrés sont rares avant 1800 sur une base annuelle. L'histoire récente peut également être plus pertinente pour les prédictions.

Figure 6

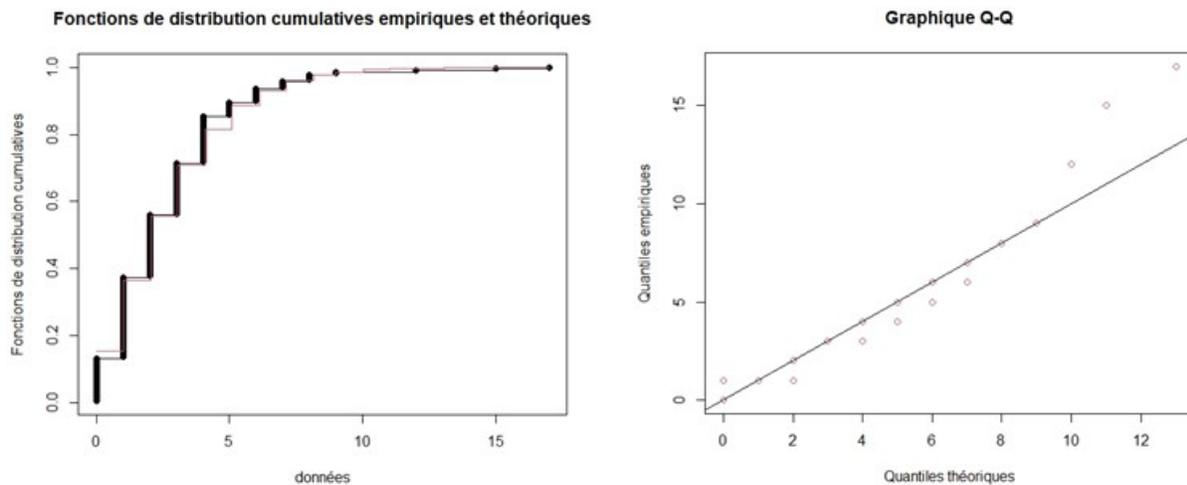
Fréquence annuelle des pandémies/épidémies (1801-2020)



Comparativement à une loi de Poisson et à une loi géométrique, la loi binomiale négative présente la plus grande log-vraisemblance, avec une moyenne de 2,7 et un écart-type de 2,3. La figure 7 compare les données empiriques à la loi binomiale négative étalonnée à l'aide d'une fonction de distribution cumulative (FDC) et d'un diagramme quantile à quantile (Q-Q).

Figure 7

Comparaison d'ajustement de la distribution de fréquences : Loi binomiale négative



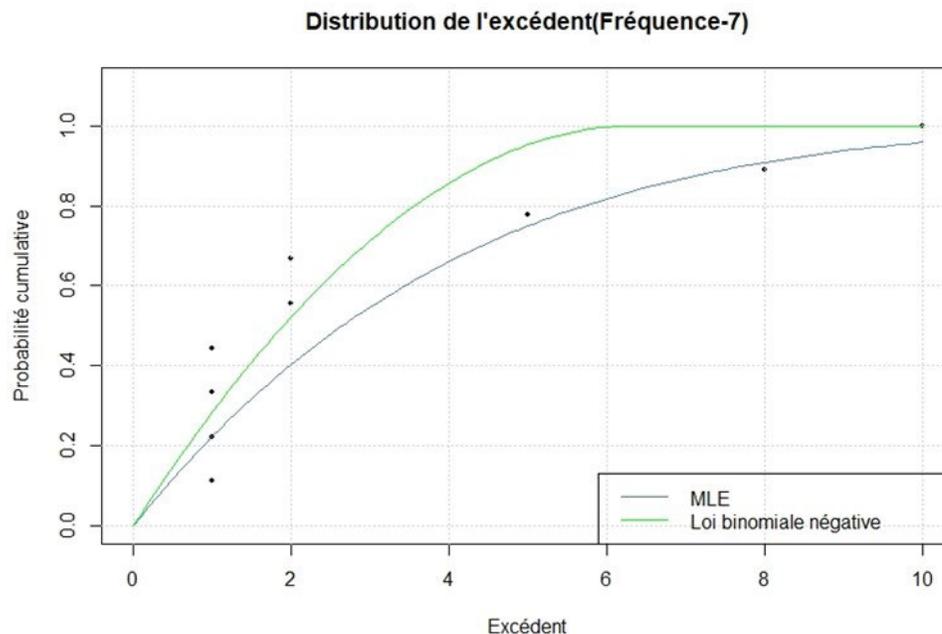
Dans le graphique Q-Q, les points au-dessus de la ligne à l'extrémité gauche indiquent une queue gauche plus épaisse pour les données empiriques comparativement à la distribution. Les points au-dessus de la ligne à

l'extrémité droite indiquent une queue droite plus épaisse pour les données empiriques. Pour saisir la queue plus lourde, la TVE peut servir à modéliser les extrêmes. La TVE s'appuie sur le théorème de Fisher-Tippett-Gnedenko et elle est officialisée par Emil Julius Gumbel dans son ouvrage de 1958 intitulé *Statistics of Extremes*. On peut l'utiliser pour modéliser le dépassement d'un seuil et on l'appelle la méthode du « dépassement du seuil » (DS). Dans notre cas, un seuil de 7 est un choix possible au-delà duquel on observe une queue plus lourde.

La distribution des dépassements (fréquence annuelle soustraite de 7) fondée sur l'expérience et sur la loi binomiale négative ajustée est illustrée à la figure 8. Le graphique Q-Q de la figure 7 montre une sous-estimation constante au-delà de 7 par la loi binomiale négative. Un seuil plus élevé peut entraîner un ajustement moins satisfaisant à la fois pour la loi binomiale négative en raison de la queue lourde et pour la loi de Pareto généralisée (LPG) vu un moins grand nombre de points de données. Notons que la LPG correspond beaucoup mieux aux données que la loi binomiale négative.

Figure 8

Ajustement de la distribution de fréquence : TVE



En combinant la loi binomiale négative décrivant une fréquence annuelle non supérieure à 7 et la LPG modélisant l'excédent de 7, la queue épaisse peut être entièrement saisie tout en maintenant une qualité d'ajustement pour toute la distribution. Le lecteur trouvera plus de détails sur l'ajustement de la distribution de la fréquence à l'[Annexe A.2](#).

Une autre approche consiste à utiliser des modèles fonction de la conjoncture pour décrire le schéma de fréquence de l'historique de la pandémie. En modélisant l'état, une couche de complexité et de souplesse est ajoutée pour gérer différents modèles de fréquence. Un exemple d'utilisation d'un modèle Markov caché figure à l'[Annexe A.5](#). Bien qu'il ne soit pas utilisé dans l'exemple du GSP à la [section 5](#), il peut être appliqué, au besoin, pour représenter des tendances de fréquence plus sophistiquées.

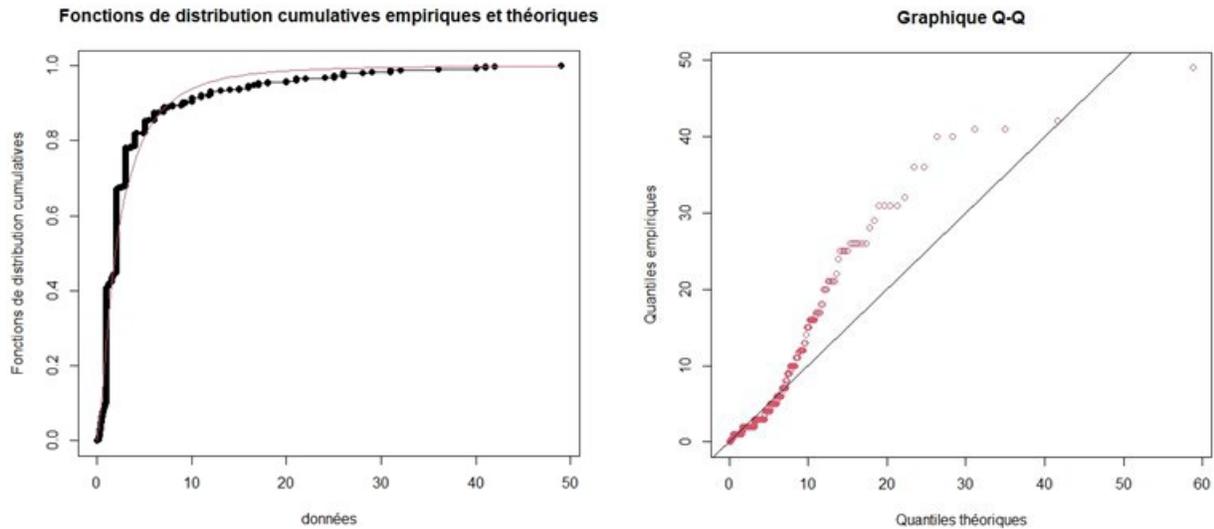
3.2 Durée

Certains points de données comprennent plusieurs éclosions sur une longue période, et l'information détaillée sur la durée de chaque éclosion n'est pas disponible. Ces points de données sont exclus de l'analyse de l'ajustement de la distribution pour éviter l'effet indésirable de ces valeurs aberrantes inexactes. Seuls les points de données d'une durée inférieure à 50 ans sont inclus. Par rapport à la loi exponentielle, à la loi gaussienne, à la loi gamma et à la loi de Weibull, la loi log-normale ajustée est un meilleur choix en termes de log-vraisemblance, avec une moyenne de deux ans et un écart-type de 4,9.

La figure 9 compare les données empiriques et la loi log-normale étalonnée au moyen d'un graphique Q-Q. L'ajustement n'est pas parfait pour des durées supérieures à sept ans. Pour les pandémies de plus longue durée, la loi log-normale peut sous-estimer la durée en moyenne.

Figure 9

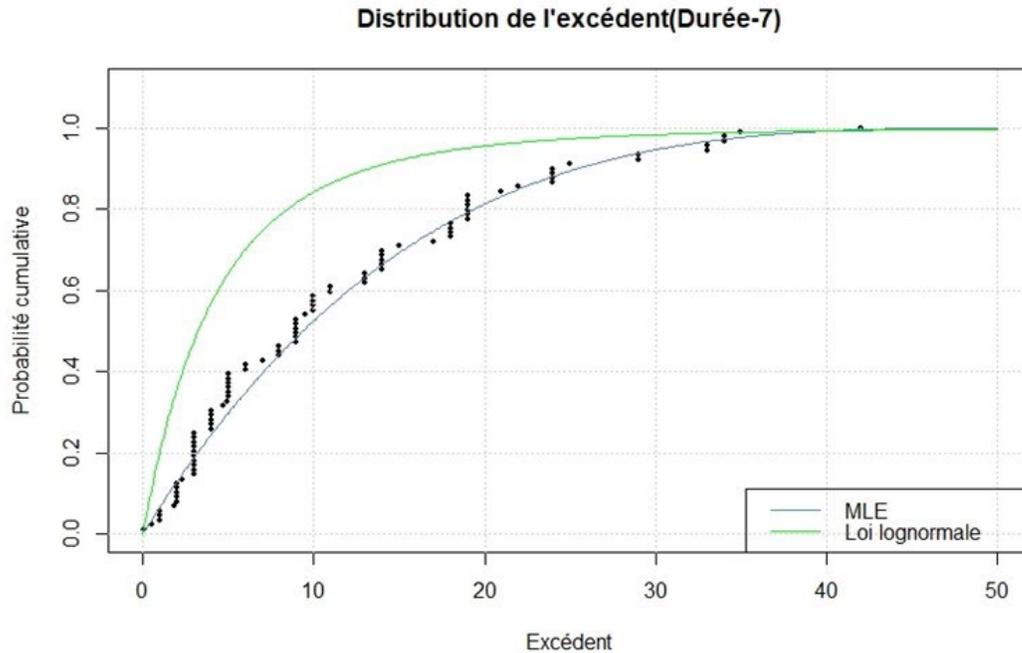
Comparaison de l'ajustement de la distribution de la durée : Loi log-normale



À l'instar de la distribution de fréquences, la TVE peut être appliquée pour saisir la queue épaisse, comme le montre la figure 10, en utilisant un seuil de sept ans pour la durée.

Figure 10

Ajustement de la distribution de la durée : TVE



De plus amples détails sur l'ajustement de la distribution de la durée se trouvent à l'[Annexe A.3](#).

3.3 Gravité

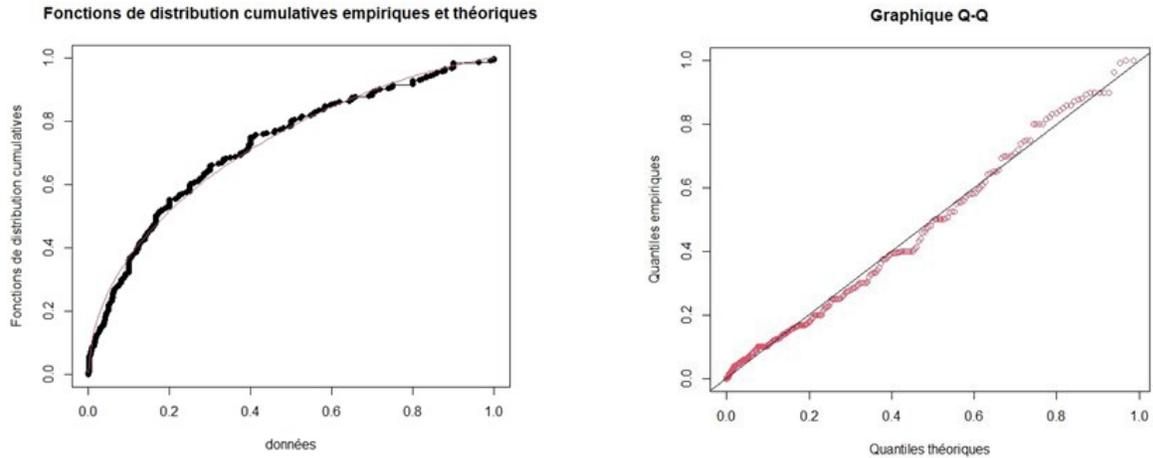
Trois mesures de taux sont utilisées pour analyser la gravité : le taux de létalité, le taux de mortalité et le taux d'infection. Ces mesures de taux sont choisies de manière à fournir une mesure cohérente entre les pandémies et les épidémies, peu importe le moment et la géolocalisation de leur occurrence. D'autres mesures de la gravité, comme le nombre de décès et le nombre de personnes hospitalisées, dépendent de la population des régions infectées et elles ne sont pas directement utilisables pour générer des événements futurs. Des distributions temporelles sont utilisées parce que les données historiques en général ne justifient pas une hypothèse variable dans le temps.

Taux de létalité

Par rapport à la loi exponentielle, à la loi gaussienne, à la loi log-normale, à la loi gamma et à la loi de Weibull, la loi bêta ajustée est un meilleur choix pour apparier toute la distribution, la moyenne et l'écart-type étant de 27 %. La figure 11 compare les données empiriques à la loi bêta calibrée.

Figure 11

Comparaison de l'ajustement de la distribution du taux de létalité : Distribution bêta

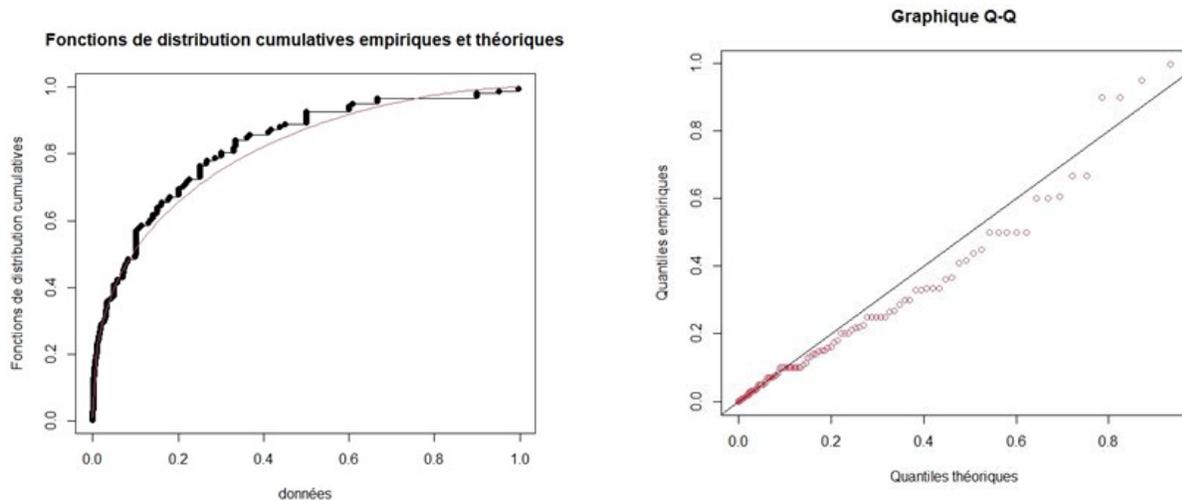


Taux de mortalité

Par rapport à la loi exponentielle, à la loi gaussienne, à la loi log-normale, à la loi de Weibull et à la loi bêta, la loi gamma étalonnée présente le plus grand log-vraisemblance, avec une moyenne de 17 % et un écart-type de 25 %. La figure 12 compare les données empiriques et la loi gamma étalonnée, sans sous-estimation du risque de queue de distribution.

Figure 12

Comparaison de l'ajustement de la distribution du taux de mortalité : Loi gamma



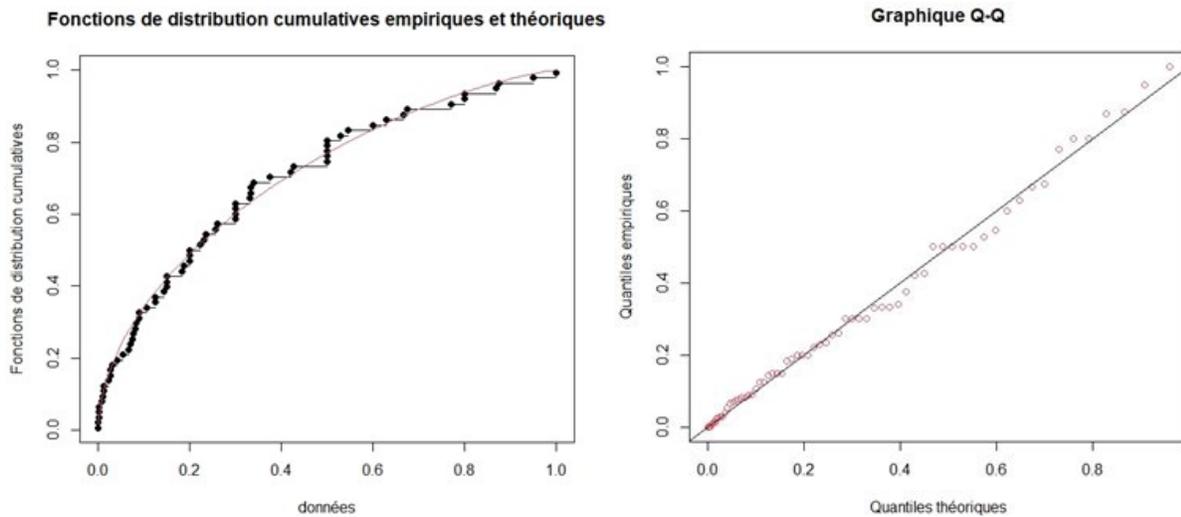
Taux d'infection

Par rapport à la loi exponentielle, à la loi gaussienne, à la loi log-normale, à la loi gamma et à la loi de Weibull, la loi bêta ajustée est un meilleur choix pour ce qui est d'apparier la distribution empirique du taux d'infection historique,

avec une moyenne de 29 % et un écart-type de 27 %. La figure 13 compare les données empiriques à la loi bêta étalonnée.

Figure 13

Comparaison de la distribution des taux d'infection : Loi bêta



Vous trouverez plus de détails sur l'ajustement de distribution de la gravité à l'[annexe A.4](#).

4 Corrélation

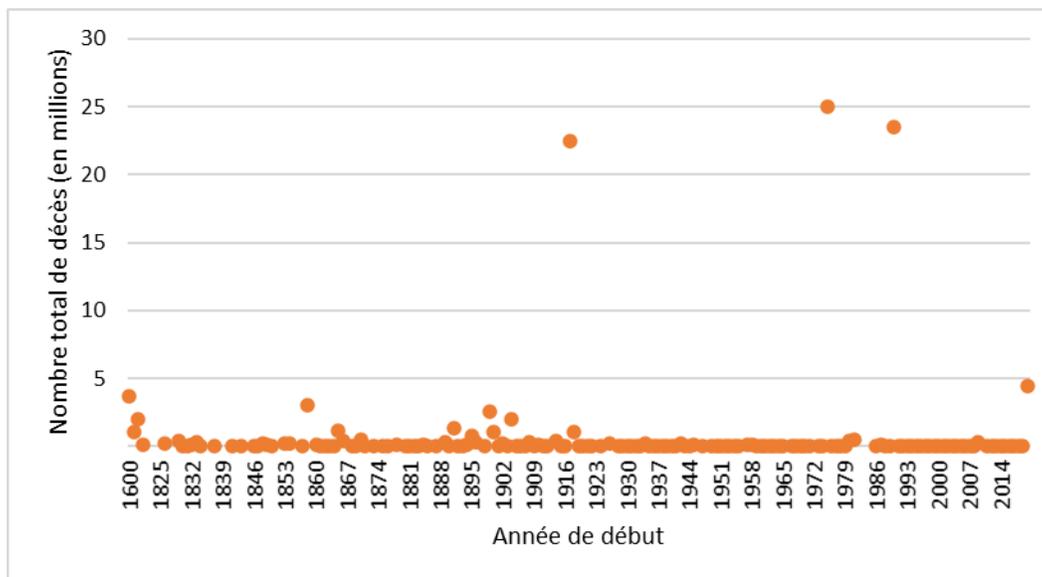
Les répercussions des pandémies et des épidémies comprennent non seulement l'expérience de mortalité, mais aussi des conséquences économiques potentiellement importantes si les événements causent des perturbations sociales et économiques. Il est utile de comprendre la possibilité et l'ampleur des répercussions économiques découlant de pandémies ou d'épidémies extrêmes. Il s'agit des deuxième et troisième volets du GSP : modéliser les facteurs économiques et les variables du marché des capitaux qui dépendent de l'occurrence de pandémies extrêmes.

4.1 Pandémies extrêmes et conditions économiques

Des mesures de gravité comme le nombre de décès et le nombre de cas confirmés peuvent être utilisées pour repérer les événements extrêmes qui ont eu une incidence profonde sur le système socio-économique historique. Les figures 14 et 15 montrent le nombre total de décès et de cas confirmés pour les années 1500 à 2200, dont 1500 à 1600, 1600 à 1700 et 1700 à 1820 condensés aux années 1600, 1700 et 1820. Les données après 1820 sont présentées à une fréquence annuelle, lorsque disponibles.

Figure 14

Nombre total de décès découlant de pandémies ou d'épidémies (années 1500 à 2020)

**Figure 15**

Nombre total de cas confirmés découlant de pandémies ou d'épidémies (années 1500 à 2020)

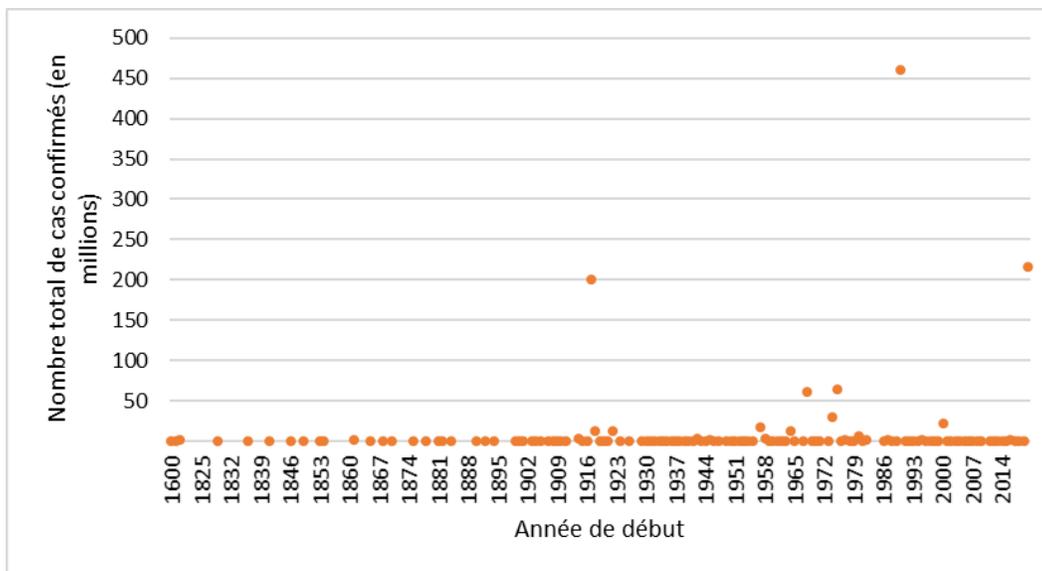
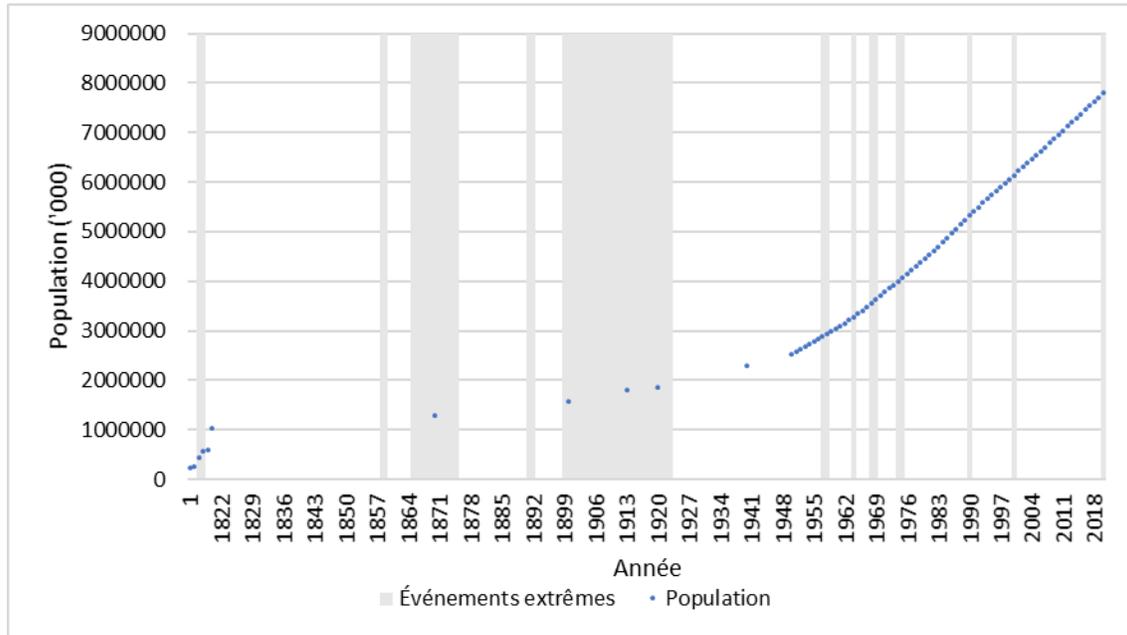


Figure 16

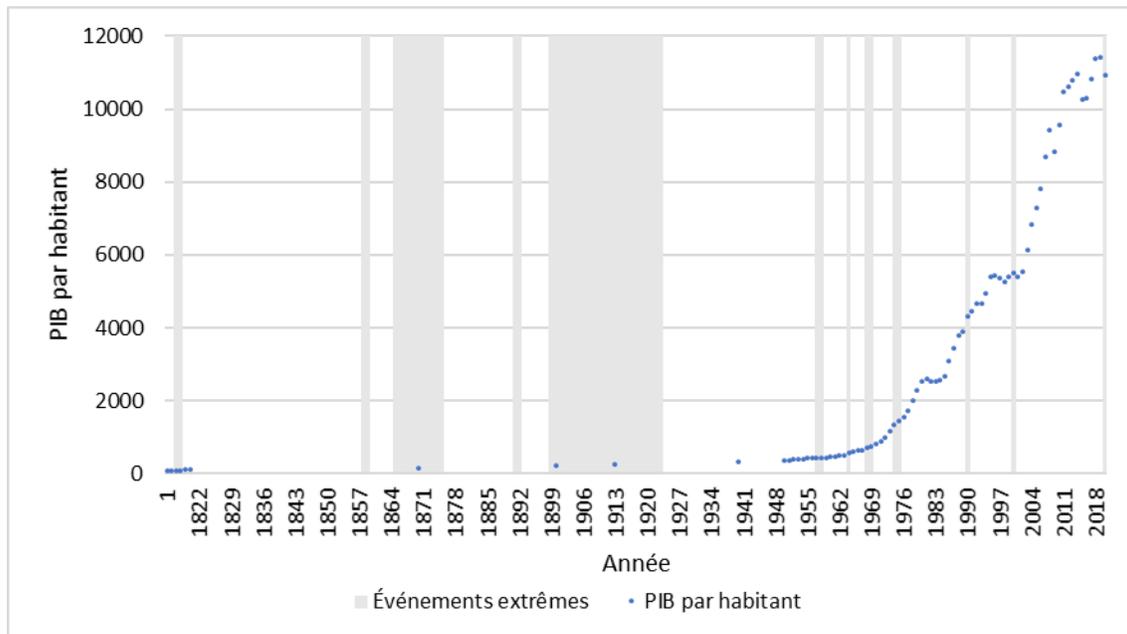
Population mondiale historique



Source des données : Base de données du projet Madison, version 2020; base de données des Nations Unies : <https://population.un.org/wpp/Download/Standard/Population/>

Figure 17

PIB mondial historique par habitant

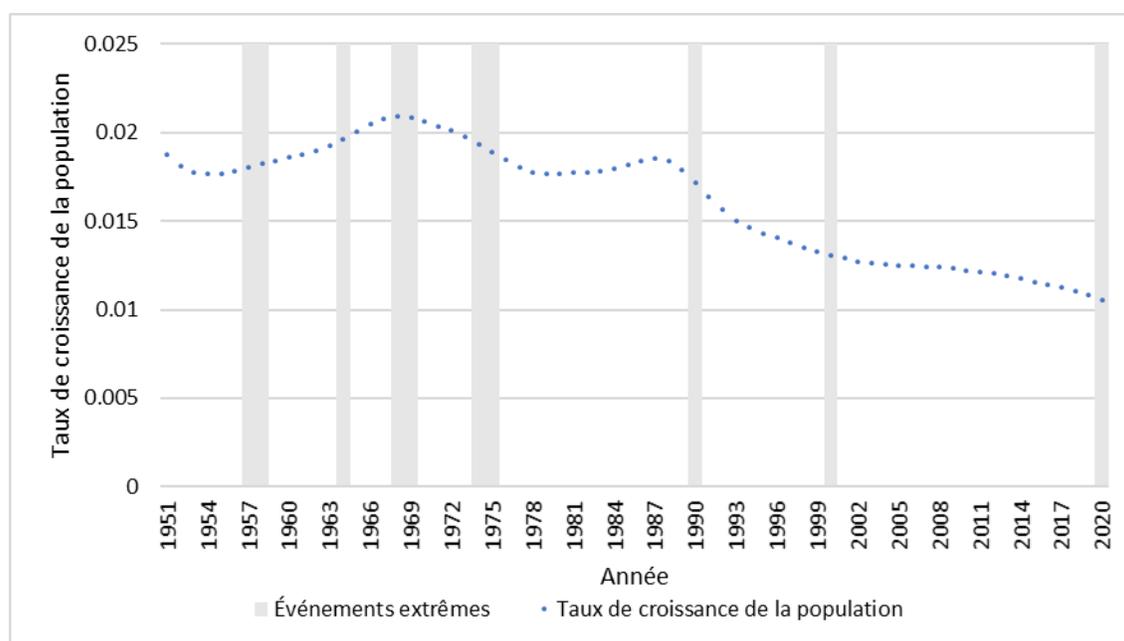


Source des données : Base de données du projet Madison, version 2020; Base de données de la Banque mondiale : <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.PCAP.CD>

De l'an 1 à 2020, il semble que les pandémies et les épidémies aient eu peu d'impact sur la tendance à la hausse de la population mondiale à long terme, mais elles peuvent perturber à court terme la croissance du PIB. Les figures 18 et 19 montrent les taux de croissance de la population et du PIB par habitant au cours des 70 dernières années. Bien qu'il soit difficile de dégager une perturbation de la croissance de la population mondiale imputable à une pandémie ou à une épidémie, on constate que la croissance du PIB par habitant a ralenti à différents degrés pendant la pandémie de grippe de 1957-1958, la pandémie de VIH/SIDA (1975-2010) et la récente pandémie de COVID-19 (2020 à aujourd'hui) pendant certaines périodes.

Figure 18

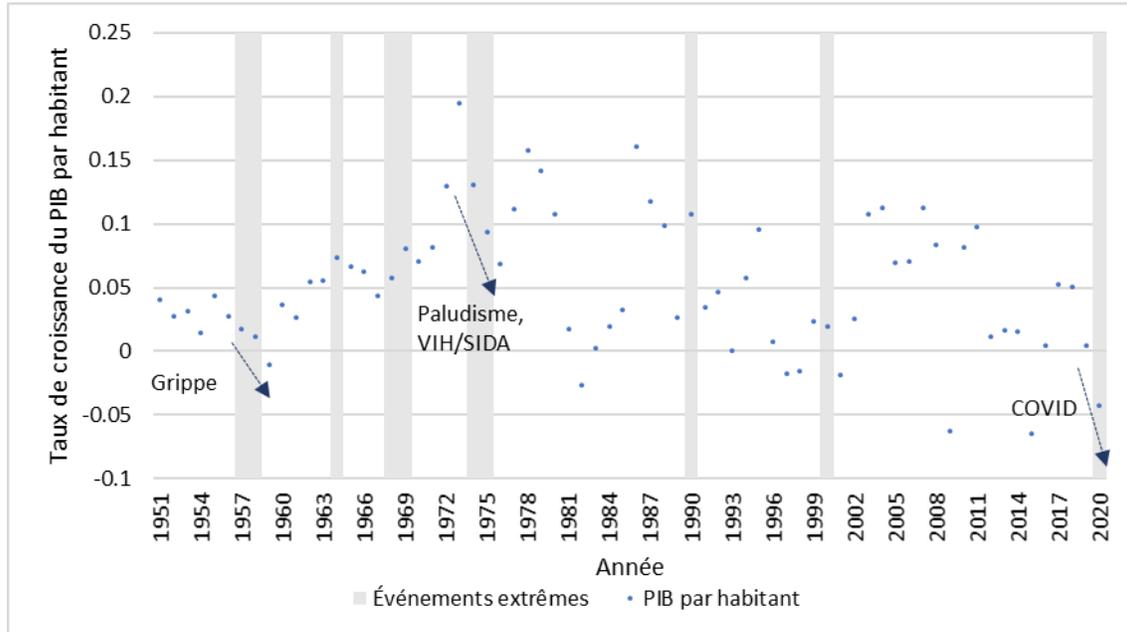
Taux de croissance historique de la population (1951-2020)



Source des données : Base de données du projet Madison, version 2020; base de données des Nations Unies : <https://population.un.org/wpp/Download/Standard/Population/>

Figure 19

Taux de croissance historique du PIB mondial par habitant (1951-2020)



Source des données : Base de données du projet Madison, version 2020; base de données de la Banque mondiale : <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.PCAP.CD>

Par ailleurs, de nombreux autres facteurs de risque jouent un rôle important dans le bien-être économique et ils pourraient avoir une influence plus marquée que les pandémies. De nombreuses études ont porté sur l'impact économique des pandémies. Par exemple, *The Impact of AIDS* (Département des affaires économiques et sociales des Nations Unies/Division de la population, 2004) a énuméré des conclusions relatives à l'impact sur le PIB tirées de divers rapports de recherche. Les estimations variaient de données statistiques peu significatives à une réduction annuelle de 2 % à 4 %. Ces études étaient axées sur l'analyse de l'attribution. Aux fins de notre étude, nous voulons tout de même saisir les tendances économiques attribuables aux multiples facteurs de risque tout en tenant compte explicitement de l'impact du risque de pandémie. L'accent est donc mis sur des tendances différentes avec et sans pandémies extrêmes. Mais ces tendances sont considérées de façon générale et elles sont attribuées non seulement aux pandémies, mais aussi à leur effet domino.

Lors de l'évaluation de l'impact global d'un événement de risque, il est important de quantifier l'avantage pour la diversification. Un léger changement de la structure de corrélation entraîne souvent un changement important du total du capital requis. La façon privilégiée de modéliser les relations dans un événement extrême consiste à les modéliser parmi leurs facteurs de risque sous-jacents. Aux fins du présent rapport, nous définissons un facteur de risque comme une variable aléatoire qui se prête à une modélisation et à une simulation statistiques unidimensionnelles. Parmi les facteurs de risque figurent le taux de croissance du PIB, le taux de chômage, le rendement des actions et le rendement des obligations d'État, ainsi que le taux de mortalité pour une catégorie de risques particuliers. Pour quantifier la corrélation entre les facteurs de risque d'événements extrêmes, il est important que le spécialiste filtre d'abord les données non extrêmes parce que les corrélations associées à un événement extrême peuvent différer sensiblement de celles observées pendant des périodes non extrêmes.

Deux approches sont disponibles pour modéliser la corrélation entre les facteurs de risque : l'approche statistique, y compris les matrices de corrélation et les copules, et l'approche structurée.

4.2 Approche statistique : Matrice de corrélation

Une matrice de corrélation contient les coefficients de corrélation entre les expositions aux facteurs de risque individuels et l'hypothèse de relations linéaires.

$$RE_{\text{Total}} = \sqrt{(RE_{\cdot 1} \quad RE_{\cdot 2} \quad RE_{\cdot 3}) \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} RE_{\cdot 1} \\ RE_{\cdot 2} \\ RE_{\cdot 3} \end{pmatrix}}$$

Où

RE_{Total} représente l'exposition globale au risque.

$RE_{\cdot i}$ représente l'exposition au risque pour le facteur de risque i .

ρ_{ij} représente le coefficient de corrélation des facteurs de risques i et j .

Bien qu'une matrice de corrélation puisse définir un ensemble de relations linéaires, idéalement la matrice de corrélation à chaque niveau de confiance est unique pour refléter la relation non linéaire dans la réalité. Toutefois, en raison du manque de données, il est difficile de les construire de façon crédible. En outre, la corrélation entre les facteurs de risque n'est pas nécessairement la même que celle entre les expositions au risque. Il peut donc être nécessaire de l'ajuster pour tenir compte des caractéristiques du produit qui peuvent renforcer ou affaiblir la relation. De nombreuses études pertinentes ont été exécutées par le secteur des assurances et les organismes de réglementation. En 2009, le CRO Forum a publié un article intitulé « Calibration recommendation for the correlations in the Solvency II standard formula », qui contient une gamme suggérée de corrélation entre les principaux types de risque. L'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (AEAPP) a également fourni des renseignements sur la matrice de corrélation appropriée qui est utilisée pour calculer les exigences de solvabilité à un niveau de confiance de 99,5 %. Celles-ci peuvent être utilisées comme référence afin que notre matrice de corrélation personnalisée ne s'écarte pas sensiblement de la norme de l'industrie. Parallèlement, une analyse approfondie à partir des données sur la pandémie est nécessaire pour tenir compte des différences nécessaires. Le tableau 3 montre la matrice de corrélation de 1871 à 2020, dans la mesure où les données sont disponibles. À l'exception des taux de croissance du PIB et du PIB par habitant, les données des États-Unis, y compris les variables macroéconomiques et l'information sur les marchés de capitaux, sont utilisées, compte tenu de leur disponibilité.

Tableau 3

Matrice de corrélation des risques économiques (1871-2020)

Variable	gdp_gr	gdppc_gr	inflation	tby_10yr	tby_1yr	sp500_rtn	sp500_divd	Baa_cs	Aaa_cs	BBB_defaut	ur	Fed_rate	pce	fpi	ge	mhp_gr	rent_gr
gdp_gr	1.00	0.99	0.33	0.32	0.39	-0.02	0.21	-0.10	-0.21	-0.12	-0.06	0.43	0.57	0.37	0.16	0.30	0.28
gdppc_gr	0.99	1.00	0.33	0.30	0.36	-0.03	0.17	-0.06	-0.16	-0.13	-0.05	0.41	0.54	0.35	0.15	0.30	0.29
inflation	0.33	0.33	1.00	0.27	0.23	0.13	0.00	0.26	-0.10	0.07	0.30	0.72	0.63	0.07	0.47	0.07	0.68
tby_10yr	0.32	0.30	0.27	1.00	0.84	0.02	-0.01	-0.01	-0.31	0.17	0.37	0.90	0.29	0.21	0.15	0.16	0.40
tby_1yr	0.39	0.36	0.23	0.84	1.00	0.00	0.17	-0.18	-0.48	0.10	0.15	0.98	0.27	0.30	0.22	0.18	0.42
sp500_rtn	-0.02	-0.03	0.13	0.02	0.00	1.00	-0.26	-0.22	-0.12	-0.35	-0.26	0.04	0.45	0.39	-0.02	0.20	0.20
sp500_divd	0.21	0.17	0.00	-0.01	0.17	-0.26	1.00	-0.28	-0.58	0.09	0.08	0.60	0.09	0.18	0.42	0.18	-0.03
Baa_cs	-0.10	-0.06	0.26	-0.01	-0.18	-0.22	-0.28	1.00	0.87	0.32	0.50	-0.13	-0.22	-0.43	0.03	-0.27	0.29
Aaa_cs	-0.21	-0.16	-0.10	-0.31	-0.48	-0.12	-0.58	0.87	1.00	0.28	0.31	-0.43	-0.44	-0.40	-0.27	-0.18	0.01
BBB_defaut	-0.12	-0.13	0.07	0.17	0.10	-0.35	0.09	0.32	0.28	1.00	0.17	0.12	-0.04	-0.42	0.38	-0.12	0.02
ur	-0.06	-0.05	0.30	0.37	0.15	-0.26	0.08	0.50	0.31	0.17	1.00	0.08	-0.08	-0.30	-0.19	-0.03	0.19
Fed_rate	0.43	0.41	0.72	0.90	0.98	0.04	0.60	-0.13	-0.43	0.12	0.08	1.00	0.76	0.34	0.63	0.17	0.74
pce	0.57	0.54	0.63	0.29	0.27	0.45	0.09	-0.22	-0.44	-0.04	-0.08	0.76	1.00	0.67	0.33	0.35	0.76
fpi	0.37	0.35	0.07	0.21	0.30	0.39	0.18	-0.43	-0.40	-0.42	-0.30	0.34	0.67	1.00	-0.08	0.46	0.25
ge	0.16	0.15	0.47	0.15	0.22	-0.02	0.42	0.03	-0.27	0.38	-0.19	0.63	0.33	-0.08	1.00	0.19	0.36
mhp_gr	0.30	0.30	0.07	0.16	0.18	0.20	0.18	-0.27	-0.18	-0.12	-0.03	0.17	0.35	0.46	0.19	1.00	0.17
rent_gr	0.28	0.29	0.68	0.40	0.42	0.20	-0.03	0.29	0.01	0.02	0.19	0.74	0.76	0.25	0.36	0.17	1.00

Notes :

- gdp_gr : Taux de croissance du PIB mondial (source : base de données de la Banque mondiale).
- gdppc_gr : PIB mondial d'après le taux de croissance du capital (source : base de données de la Banque mondiale).
- inflation : taux d'inflation fondé sur l'Indice des prix à la consommation (IPC); source : Indice des prix à la consommation pour tous les consommateurs urbains : Tous les articles dans la moyenne des villes américaines, Bureau of Labor Statistics).
- tby_10yr : Rendement des obligations du Trésor à 10 ans (source : taux d'échéance constante des obligations du Trésor à 10 ans, base de données économiques du FRED; Siller, 1992).
- tby_1yr : Rendement des obligations du Trésor à 1 an (source : taux d'échéance constante des obligations du Trésor à 1 an, base de données économiques du FRED; Siller, 1992).
- sp500_rtn : Rendement de l'indice S&P 500 (source : Yahoo! Finances; Shiller, 1992).
- sp500_divd : Rendement en dividendes S&P 500 (source : Yahoo! Finances; Shiller, 1992).
- Baa_cs : Écart de crédit sur obligations de sociétés notées Baa (source : Rendement des obligations acclimatées de sociétés Moody's Baa par rapport au rendement à échéance constante du Trésor à 10 ans, base de données économiques du FRED).
- Aaa_cs : Écart de crédit pour obligations de sociétés notées AAA (source : Rendement des obligations de sociétés Moody's par rapport au rendement à échéance constante du Trésor à 10 ans, base de données économiques du FRED).
- BBB_defaut : Taux de défaut des obligations de sociétés cotées BBB (source : S&P Global, 2021).
- ur : Taux de chômage U-3 (source : U.S. Unemployment Rate, Base de données économiques du FRED).

- Taux_FED : Taux effectif des fonds fédéraux (source : Base de données économiques du FRED).
 - pce : Dépenses de consommation personnelle (source : Base de données économiques du FRED).
 - fpi : Investissement privé fixe (source : Base de données économiques du FRED).
 - ge : Dépenses de consommation et investissement brut des administrations publiques (source : Base de données économiques du FRED).
 - mhp_gr : Taux moyen de croissance des prix des maisons (source : Base de données économiques du FRED).
 - rent_gr : Taux d'inflation des loyers (source : Base de données économiques du FRED).
- Certaines variables renferment des données historiques plus longues que d'autres. Des variables par paire avec les plus longues données disponibles sont utilisées pour construire chaque cellule de la matrice de corrélation. Ces variables sont utilisées dans de nombreux tableaux et figures du reste du présent article.

Le tableau 4 montre la matrice de corrélation avec les données durant les pandémies extrêmes définies précédemment dans la présente section. Il est clair que de nombreuses corrélations, positives ou négatives, sont plus élevées que les corrélations normales présentées au tableau 3.

Tableau 4

Matrice de corrélation des risques économiques durant les pandémies extrêmes (1871-2020)

Variable	gdp_gr	gdpp_c_gr	inflation	tby_10yr	tby_1yr	sp500_rtn	sp500_divd	Baa_cs	Aaa_cs	BBB_default	ur	Fed_rate	pce	fpi	ge	mhp_gr	rent_gr
gdp_gr	1.00	1.00	0.68	0.89	0.86	-0.35	0.57	0.14	-0.15	0.99	0.15	0.81	0.81	0.31	0.63	-0.23	0.58
gdppc_gr	1.00	1.00	0.69	0.89	0.86	-0.34	0.54	0.19	-0.11	0.99	0.17	0.81	0.80	0.31	0.63	-0.24	0.61
inflation	0.68	0.69	1.00	0.18	0.24	-0.05	0.08	0.53	0.12	0.98	0.62	0.47	0.59	-0.16	0.85	0.24	0.52
tby_10yr	0.89	0.89	0.18	1.00	0.76	-0.22	0.11	0.24	-0.05	1.00	0.05	0.89	0.82	0.30	0.59	-0.33	0.18
tby_1yr	0.86	0.86	0.24	0.76	1.00	-0.26	0.29	0.16	-0.07	0.95	-0.17	0.96	0.86	0.48	0.52	-0.38	0.50
sp500_rtn	-0.35	-0.34	-0.05	-0.22	-0.26	1.00	-0.37	-0.34	0.01	0.62	-0.63	-0.13	-0.34	0.38	-0.75	-0.44	-0.03
sp500_divd	0.57	0.54	0.08	0.11	0.29	-0.37	1.00	-0.14	-0.55	0.82	0.44	0.15	0.47	-0.27	0.67	0.08	0.18
Baa_cs	0.14	0.19	0.53	0.24	0.16	-0.34	-0.14	1.00	0.87	0.23	0.51	0.23	0.08	-0.25	0.49	0.24	0.75
Aaa_cs	-0.15	-0.11	0.12	-0.05	-0.07	0.01	-0.55	0.87	1.00	-0.33	0.24	0.06	-0.12	-0.10	0.11	0.23	0.49
BBB_default	0.99	0.99	0.98	1.00	0.95	0.62	0.82	0.23	-0.33	1.00	-0.16	0.93	0.82	0.23	0.99	-0.99	0.90
ur	0.15	0.17	0.62	0.05	-0.17	-0.63	0.44	0.51	0.24	-0.16	1.00	-0.25	-0.17	-0.74	0.42	0.33	0.34
Fed_rate	0.81	0.81	0.47	0.89	0.96	-0.13	0.15	0.23	0.06	0.93	-0.25	1.00	0.77	0.54	0.43	-0.45	0.71
pce	0.81	0.80	0.59	0.82	0.86	-0.34	0.47	0.08	-0.12	0.82	-0.17	0.77	1.00	0.58	0.66	-0.01	0.51
fpi	0.31	0.31	-0.16	0.30	0.48	0.38	-0.27	-0.25	-0.10	0.23	-0.74	0.54	0.58	1.00	-0.05	-0.17	0.06
ge	0.63	0.63	0.85	0.59	0.52	-0.75	0.67	0.49	0.11	0.99	0.42	0.43	0.66	-0.05	1.00	0.40	0.60
mhp_gr	-0.23	-0.24	0.24	-0.33	-0.38	-0.44	0.08	0.24	0.23	-0.99	0.33	-0.45	-0.01	-0.17	0.40	1.00	-0.04
rent_gr	0.58	0.61	0.52	0.18	0.50	-0.03	0.18	0.75	0.49	0.90	0.34	0.71	0.51	0.06	0.60	-0.04	1.00

Si l'approche de la matrice de corrélation est utilisée pour modéliser les relations non linéaires, différentes matrices de corrélation sont nécessaires pour les périodes de simulation avec et sans pandémies extrêmes.

4.3 Approche statistique : Copules

Une copule est généralement utilisée pour formuler une distribution multivariée de manière à représenter divers types généraux de dépendance. Une copule est utilisée pour formuler une distribution multivariée par une transformation simple de chaque variable marginale de sorte que chaque variable marginale transformée ait une distribution uniforme. Son fondement théorique est le théorème de Sklar de 1959, selon lequel chaque FDC multivariée peut être écrite comme une fonction des fonctions de distribution marginale. Pour une FDC bivariable $P(X \leq x, Y \leq y) = C(P(X \leq x), P(Y \leq y))$. La fonction de copule C est un modèle paramétré qui décrit la relation entre plusieurs variables. La modélisation de la dépendance avec les fonctions des copules est largement utilisée dans l'évaluation du risque financier et l'analyse actuarielle.

Le tableau 5 illustre plusieurs fonctions de copule pour l'analyse bivariable, qui peuvent toutes être appliquées à l'analyse multivariée pour tenir compte de trois variables ou plus. Avec les mêmes distributions marginales, différentes copules présentent des distributions conjointes différentes. La corrélation à la queue sous-entendue par la copule de Gumbel est la plus élevée dans l'exemple. La copule de Clayton montre une corrélation négative dans l'exemple. Même si l'exemple concerne deux variables, les copules peuvent aussi être facilement appliquées à plusieurs variables.

Tableau 5

Exemple de copule

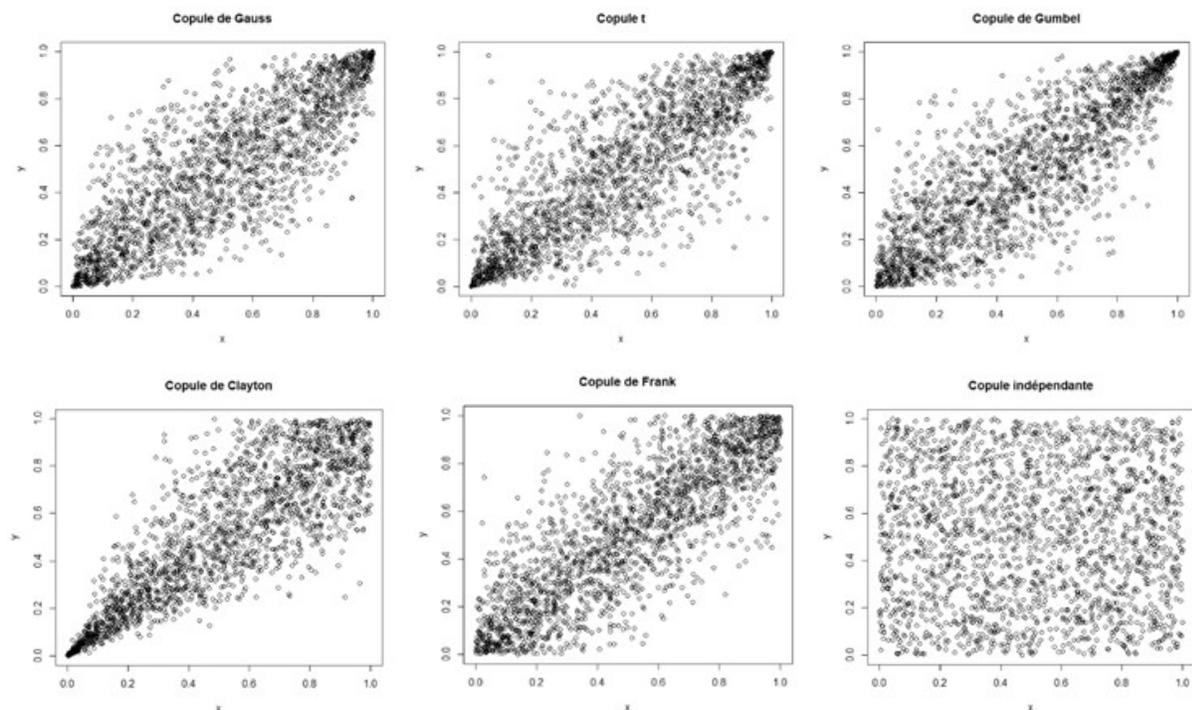
Distribution marginale		
u	$P(X \leq x)$	0,95
v	$P(Y \leq y)$	0,95
Distribution conjointe		
Copule gaussienne	Loi normale bivariable Φ avec coefficient de corrélation ρ $C(u, v) = \Phi_\rho(x, y)$	$P(X \leq x, Y \leq y) = 0,928$ quand $\rho = 0,85$
Copules t	Distribution bivariable t avec coefficient de corrélation ρ et nombre de degrés de liberté ν	$P(X \leq x, Y \leq y) = 0,932$ quand $\rho = 0,85$ et $\nu = 5$
Copule de Gumbel	$C(u, v) = \exp\left(-\left((-\log u)^\theta + (-\log v)^\theta\right)^{1/\theta}\right)$	$P(X \leq x, Y \leq y) = 0,937$ quand $\theta = 3$
Copule de Clayton	$C(u, v) = (u^\lambda + v^\lambda)^{-1/\theta}$	$P(X \leq x, Y \leq y) = 0,799$ quand $\theta = 4$
Copule de Frank	$C(u, v) = -\frac{1}{\theta} \log\left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^\lambda - 1}\right)$	$P(X \leq x, Y \leq y) = 0,916$ quand $\theta = 9,5$

Distribution marginale		
Indépendante	$C(u, v) = u \times v$	$P(X \leq x, Y \leq y) = 0,9025$

Contrairement à l'approche de la matrice de corrélation dans laquelle une relation non linéaire doit utiliser plusieurs matrices, une copule peut décrire une relation non linéaire. Les copules nous permettent de refléter parcimonieusement une dépendance non linéaire dans les générations de scénarios stochastiques. La figure 20 illustre quelques copules simulées utilisées dans le tableau 5. Nous montrons cinq ensembles de données simulées, chacun comportant deux variables ayant un coefficient de corrélation d'environ 0,85, comparativement à la copule indépendante ayant un coefficient de corrélation de 0. La copule gaussienne modélise la relation linéaire, qui est exactement la même que l'approche de la matrice de corrélation. La copule *t* a une corrélation plus élevée aux deux extrémités, la copule de Gumbel a une corrélation plus élevée à l'extrémité droite, la copule de Clayton a une corrélation plus élevée à l'extrémité gauche et la copule de Frank a une corrélation plus faible aux deux extrémités. Toutefois, à l'instar de l'approche de la matrice de corrélation, il est difficile de tenir compte de l'ordre et du moment des événements extrêmes. Les copules sont un concept statistique compliqué qui comporte beaucoup plus de types et d'applications possibles que ceux dont il a été précédemment question. L'ouvrage bien connu de Roger B. Nelsen intitulé *An Introduction To copulas* (1999) fournit un contexte plus théorique.

Figure 20

Simulation de copules



Pour un GSP complet comportant de nombreuses variables d'intérêt, les relations entre ces variables sont rarement représentées par des copules autres que les copules gaussiennes et *t* parce que les autres copules mentionnées

ci-dessus sont parcimonieuses et qu'il est difficile de saisir toute la variation des relations. Par ailleurs, quelques variables clés ayant de fortes relations non linéaires peuvent être sélectionnées et modélisées par des copules.

Par exemple, nous voulons étudier cinq variables à l'aide de copules : gdp_gr (taux de croissance du PIB nominal), inflation (taux d'inflation), ur (taux de chômage), tby_10y (rendement des obligations du Trésor à 10 ans) et sp500_rtn (rendement de l'indice S&P 500). Certaines variables ont des données historiques plus longues que d'autres. Les tableaux 6 et 7 utilisent autant que possible des points de données par paire pour construire chaque cellule de la matrice de corrélation. Pour modéliser les relations entre les cinq variables à l'aide d'une seule copule, des enregistrements de données complets sont utilisés. Ces cinq variables ont montré des coefficients de corrélation différents durant les périodes où la pandémie était extrême, comme l'indique la figure 21.

Figure 21

Matrices de corrélation des variables d'échantillon utilisant des enregistrements de données complets (1948-2020)

<i>Matrice de corrélation (normale)</i>						<i>Matrice de corrélation (périodes extrêmes)</i>					
Variable	gdp_g r	inflati on	ur	tby_1 0yr	sp500 _rtn	Variable	gdp_g r	inflati on	ur	tby_1 0yr	sp500 _rtn
gdp_gr	1.00	0.33	-0.06	0.32	-0.02	gdp_gr	1.00	0.68	0.15	0.89	-0.35
inflation	0.33	1.00	0.34	0.67	-0.20	inflation	0.68	1.00	0.62	0.72	-0.83
ur	-0.06	0.34	1.00	0.36	-0.28	ur	0.15	0.62	1.00	0.05	-0.63
tby_10yr	0.32	0.67	0.36	1.00	-0.04	tby_10yr	0.89	0.72	0.05	1.00	-0.34
sp500_rtn	-0.02	-0.20	-0.28	-0.04	1.00	sp500_rtn	-0.35	-0.83	-0.63	-0.34	1.00

La qualité de l'ajustement en fonction de l'ajustement des copules peut être mesurée en comparant la distribution multivariée empirique et la distribution ajustée à l'aide de tests statistiques comme le test de Cramér-von Mises et le test de Kolmogorov-Smirnov. Genest et coll. (2009) a examiné et comparé divers tests de qualité de l'ajustement des copules. Le tableau 6 présente les résultats d'étalonnage avec essais de qualité de l'ajustement.

Tableau 6

Exemple d'étalonnage des copules

Type de copule	Paramètres					Sn	valeurp	
Copule gaussienne	$\rho :$					0,039	0,127	
	Variable	gdp_gr	inflation	ur	tby_10yr			sp500_rtn
	gdp_gr	1,00	0,39	-0,01	0,39			-0,05
	inflation	0,39	1,00	0,27	0,65			-0,24
	ur	-0,01	0,27	1,00	0,31			-0,27
	tby_10yr	0,39	0,65	0,31	1,00			-0,11
sp500_rtn	-0,05	-0,24	-0,27	-0,11	1,00			

Type de copule	Paramètres					Sn	valeurp	
copules t	$\rho :$					0,030	0,321	
	Variable	gdp_gr	inflation	ur	tby_10yr			sp500_rtn
	gdp_gr	1,00	0,37	0,01	0,38			-0,08
	inflation	0,37	1,00	0,31	0,65			-0,26
	ur	0,01	0,31	1,00	0,31			0,31
	tby_10yr	0,38	0,65	0,31	1,00			-0,08
sp500_rtn	-0,08	-0,26	-0,21	-0,08	1,00			
	$v = 9$							
Copule de Gumbel	$\theta = 1,081$					0,044	0,147	
Copule de Clayton	$\theta = 0,143$					0,046	0,107	
Copule de Frank	$\theta = 0,571$					0,049	0,082	

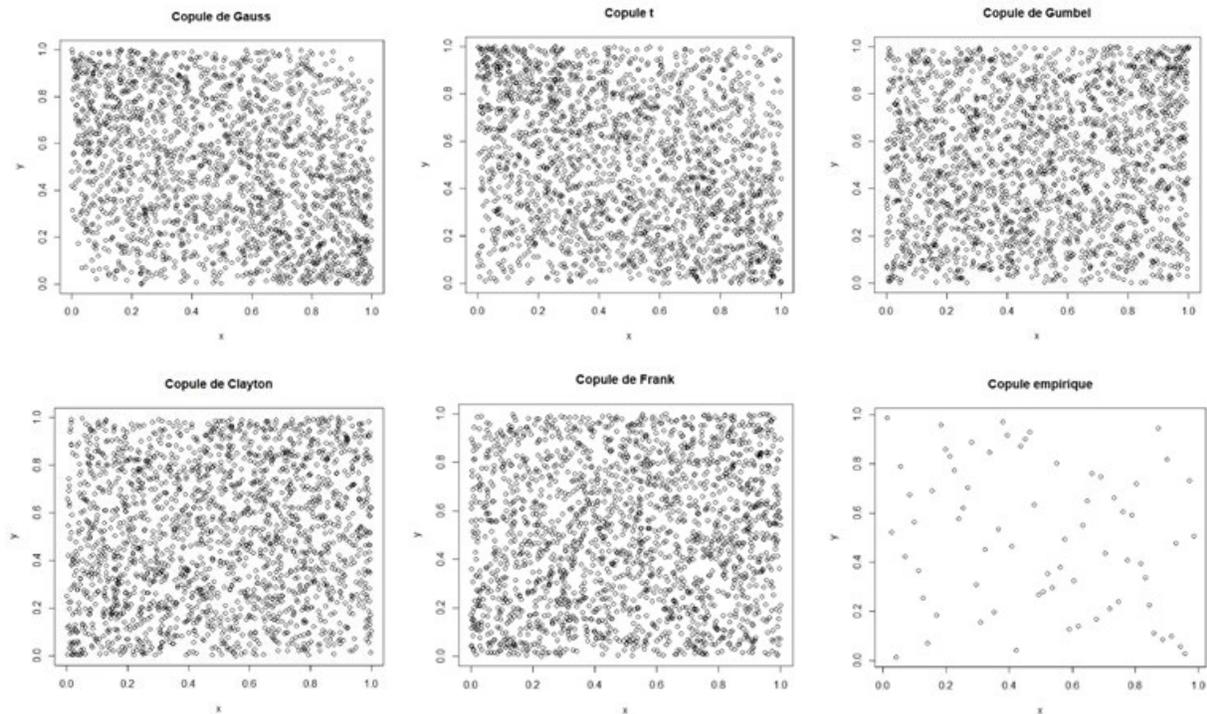
Notes :

1. Sn : Statistique de Cramer-von Mises introduites par Genest, Rémillard et Beaudoin (2009).
2. Valeur p : Valeur p du test de Sn en utilisant la méthode multiplicatrice introduite par Kojadinovic et Yan (2011).

La valeur p du test Sn montre que la copule t a la meilleure adéquation, car une valeur p plus élevée indique que les données empiriques sont plus susceptibles de suivre la copule étalonnée. La matrice des coefficients de corrélation r des copules gaussiennes et t est proche de la matrice de corrélation utilisant toutes les données complètes de la figure 21. Toutefois, bien que le test statistique indique la qualité de l'ajustement en général, il est difficile de dire si la corrélation plus élevée observée dans les événements extrêmes de pandémie est saisie dans l'une ou l'autre des copules étalonnées. Les taux d'inflation et les rendements de l'indice S&P 500 servent d'illustration de la visualisation nécessaire. Le coefficient de corrélation de ces deux variables passe de -0,2 dans toutes les périodes à -0,83 dans les périodes extrêmes. La figure 22 compare les copules étalonnées et les données empiriques. De toutes les copules étalonnées, la copule t présente une corrélation plus élevée aux deux extrémités, ce qui est souhaité, du moins à l'extrémité inférieure droite. La copule empirique affiche une très forte corrélation à l'extrémité inférieure droite, mais pas nécessairement à l'extrémité supérieure gauche.

Figure 22

Simulation de copules



Notes :

- x : Inflation
- y : sp500_rtn

Si une copule est nécessaire pour modéliser les relations non linéaires, la copule t semble être le meilleur choix, même s'il n'est toujours pas idéal d'apparier les comportements de queue aux deux extrémités. Bien que l'approche des copules offre plus de souplesse et préserve la parcimonie, il n'est pas facile de trouver la copule la plus appropriée. Les données utilisées pour l'étalonnage des copules peuvent être rares et la qualité de l'ajustement peut être faible.

4.4 Approche fondée sur un modèle structuré

Par rapport aux approches statistiques en vertu desquelles les relations contemporaines sont le principal sujet à étudier, les modèles structurés sont plus souples pour traiter simultanément les relations contemporaines et temporelles. Une politique monétaire peut être le résultat d'une crise, mais elle peut aussi atténuer l'impact et la durée de la crise. Comme en témoignent les récentes éclosions de COVID-19, des politiques monétaires et fiscales proactives ont contribué à améliorer la liquidité du marché et à inverser le cours d'un marché baissier. Les modèles de simulation corrélée peuvent servir à tenir compte de la corrélation non linéaire et du moment des événements.

Toutefois, les données requises sont plus élevées pour les modèles structurés. Les données annuelles ont été utilisées pour des approches statistiques permettant d'utiliser un historique aussi long que possible. Mais il existe des relations temporelles d'une fréquence habituellement plus élevée. Par exemple, les banques centrales peuvent réagir

rapidement lors d'événements extrêmes. Dans l'analyse qui suit et qui repose sur des modèles structurés, les données trimestrielles sont utilisées en fonction de la disponibilité des données, du temps de réaction des décideurs et de la fréquence typique des évaluations actuarielles. En outre, les données américaines sont utilisées pour toutes les variables économiques compte tenu de leur longue histoire, qui remonte à 1947, et de la position dominante du pays dans l'économie mondiale après la Seconde Guerre mondiale.

4.4.1 Facteurs économiques

Un modèle vectoriel autorégressif (VAR) est utilisé pour étudier les relations non linéaires entre les facteurs économiques, y compris le taux de croissance du PIB, le taux d'inflation, le taux de croissance de la consommation personnelle, le taux de croissance fixe des investissements privés, le taux de croissance de la consommation et des investissements des administrations publiques, le taux des fonds fédéraux et le taux de chômage. Les scénarios de rendement des actifs sont déterminés en fonction de leurs relations avec ces facteurs économiques et de leur propre expérience récente. Ces facteurs économiques sont choisis pour saisir la situation économique de façon succincte et gérable.

1. Le **taux de croissance du PIB** reflète directement les activités économiques réelles. Il s'agit d'un indicateur global des dépenses de consommation, des investissements privés ou publics, et des importations/exportations.
2. Le **taux d'inflation** influe sur les activités économiques de diverses façons. De façon générale, il est déterminé par la croissance plus rapide de la masse monétaire que celle de l'économie à long terme. Il peut réduire le fardeau de la dette publique et privée. Cependant, l'hyperinflation et l'inflation inattendue peuvent être néfastes pour l'économie, décourager les investissements et les exportations et même causer de l'agitation sociale. Un taux d'inflation très faible ou négatif accompagne habituellement la récession économique.
3. Le **taux de croissance de la consommation personnelle** est affecté par le revenu personnel, qui croît plus rapidement durant une expansion économique. Une hausse de la consommation signifie également une augmentation des dépenses et un relèvement du taux de croissance du PIB.
4. Le **taux de croissance des investissements** est un indicateur de la portion investissement de l'économie. Un taux de croissance des investissements plus élevé signifie un taux de croissance économique plus élevé, toutes choses étant égales par ailleurs.
5. Le **taux de croissance de la consommation et des investissements des administrations publiques** reflète l'orientation et l'ampleur des politiques budgétaires, qui constituent une force importante dans les économies modernes.
6. Le **taux des fonds fédéraux** est déterminé par les politiques monétaires des banques centrales, qui servent à atténuer l'impact des volatilités économiques. En période de récession économique, qu'elle soit provoquée par une pandémie ou non, le taux d'intérêt à court terme est habituellement bas pour stimuler la croissance économique. Dans une expansion économique, le taux d'intérêt à court terme est habituellement élevé pour refroidir l'économie.
7. Le **taux de chômage** est un autre indicateur important de l'économie. Il reflète l'équilibre du marché du travail. Une récession économique s'accompagne habituellement d'un taux de chômage élevé.

Bien que ces facteurs soient utilisés dans le présent rapport, d'autres éléments peuvent également être inclus, selon les caractéristiques de l'économie et l'objet d'un modèle. Par exemple, pour modéliser une économie axée sur les exportations, les exportations/importations et les investissements étrangers peuvent être inclus dans la liste des

facteurs économiques fondamentaux. Le tableau 7 décrit les données historiques des facteurs économiques utilisés dans cet exemple.

Tableau 7

Données historiques sur les facteurs économiques

Facteur économique	Indicateur	Notation	Annualisé*	Source des données
Taux de croissance du PIB	Taux de croissance trimestriel théorique du PIB aux États-Unis	gdp_gr	O	Base de données économique du FRED
Taux d'inflation	Indice des prix à la consommation pour tous les consommateurs urbains : Tous les articles dans la moyenne des villes américaines, indice 1982-1984=100, données désaisonnalisées	cpi	O	Bureau of Labor Statistics
Taux de croissance de la consommation personnelle	PCEA (dépenses de consommation personnelle, taux annuel désaisonnalisé)	pce	N	Base de données économique du FRED
Taux de croissance des investissements	IPF (investissements privés fixes, taux annuel désaisonnalisé)	fpi	N	Base de données économique du FRED
Taux de croissance de la consommation et des investissements des administrations publiques	DCAP (dépenses de consommation des administrations publiques et investissement brut, taux annuel désaisonnalisé)	ge	N	Base de données économique du FRED
Taux des fonds fédéraux	Taux effectif des fonds fédéraux, non désaisonnalisé	Taux_Fed	O	Base de données économique du FRED
Taux de chômage	Taux U-3	ur	O	Bureau of Labor Statistics

* Si une variable est annualisée, le taux de croissance trimestriel est converti en taux de croissance annuel.

Les données historiques trimestrielles du T1 de 1947 au T2 de 2021 sont utilisées, sauf que les données sur le taux de chômage commencent au T1 de 1948 et les données du taux des fonds fédéraux débutent au T3 de 1954. Les données contiennent quelques périodes au cours desquelles des pandémies extrêmes se sont produites, comme suit :

- 1957–58: British influenza epidemic, as part of the Asian flu pandemic
- 1964: U.S. rubella epidemic
- 1968–69: Russian influenza epidemic
- 1974–75: Indian malaria epidemic
- 1975: HIV/AIDS pandemic
- 1990: Sub-Saharan African HIV/AIDS pandemic; tuberculosis pandemic; U.S. venereal disease epidemics
- 2000: Indian HIV/AIDS epidemic
- 2020–21: COVID-19 pandemic

Un modèle VAR est utilisé pour décrire la relation entre les facteurs économiques fondamentaux fondés sur ces données historiques. En intégrant des variables retardées à l'analyse au moyen du VAR, on peut mieux refléter les relations entre les facteurs économiques précurseurs, concomitants et tardifs. Par exemple, le taux d'intérêt à court terme est largement contrôlé par la Réserve fédérale américaine (la Fed), après examen de la croissance économique, le chômage et d'autres facteurs économiques. Il faut du temps avant de prendre des décisions concernant les taux. Par souci de simplicité, le VAR(1) est utilisé de manière à ce que les valeurs du trimestre précédent influent sur l'évolution des facteurs économiques fondamentaux. Un trimestre sera probablement suffisant pour établir l'interaction entre les facteurs économiques fondamentaux. Un modèle VAR d'ordre plus élevé ne peut qu'améliorer légèrement les résultats dans cet exemple :

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{c} + \mathbf{A}_E \mathbf{E}_{t-1} + \mathbf{e}_t$$

où

- $\mathbf{E}_t = (\text{gdp}_{gr_t}, \text{inflation}_t, \text{pce}_t, \text{fpi}_t, \text{ge}_t, \text{Taux_Fed}_t, \text{ur}_t)^T$, un vecteur colonne comportant sept éléments comme valeur des facteurs économiques au temps t ou pendant la période t ;
- \mathbf{c} = un vecteur colonne comportant sept éléments pour représenter les termes constants des sept facteurs économiques;
- \mathbf{A}_E = une matrice 7×7 contenant les paramètres du modèle décrivant la dépendance linéaire des facteurs économiques;
- \mathbf{e}_t = un vecteur colonne comportant sept éléments pour stocker les termes d'erreur qui ne peuvent être expliqués par des modèles linéaires.

Le tableau 8 montre les paramètres du modèle ajusté (\mathbf{A}_E et \mathbf{c}) en fonction des données historiques. Il montre également σ , l'écart-type du vecteur d'erreur \mathbf{e}_t .

Tableau 8

Paramètres du modèle VAR(1)

Variable	\mathbf{A}_E							\mathbf{c}	σ
	gdpd	inflation	pce	fpi	ge	Taux_Fed	ur		
gdpd	-0,32	-0,34	0,07	0,98	0,59	0,29	0,99	-0,02	0,05
inflation	0,11	-0,01	-0,20	0,06	0,27	0,23	0,11	0,00	0,02
pce	-0,02	-0,09	-0,16	0,17	0,24	0,08	0,25	0,00	0,01
fpi	0,00	-0,04	-0,15	0,60	0,09	-0,02	0,35	-0,01	0,02
ge	-0,01	-0,05	0,14	-0,05	0,02	0,13	-0,10	0,01	0,01

Variable	A_E							c	σ
	gdpd	inflation	pce	fpi	ge	Taux_Fed	ur		
Taux_Fed	-0,08	-0,07	0,20	0,17	0,01	0,97	-0,02	0,00	0,01
ur	-0,04	0,03	0,05	-0,05	0,06	0,01	0,83	0,01	0,01

Selon le VAR(1) ajusté, les valeurs stables des facteurs de risque fondamentaux \bar{E} peuvent être calculées.

$$\bar{E} = c + A_E \bar{E}.$$

Le tableau 9 énumère les valeurs stables fondées sur VAR(1), ainsi que la moyenne historique et l'écart-type. Le VAR(1) suggère un taux de croissance économique futur inférieur, un taux d'inflation, un taux d'intérêt et un taux de croissance de la consommation et des investissements par rapport à l'après-Seconde Guerre mondiale, une période phénoménale de développement rapide. Ces attentes implicites au modèle sont de bons points de contrôle pour évaluer le caractère raisonnable du modèle par rapport au point de vue de l'utilisateur du modèle sur le développement économique futur.

Tableau 9

VAR(1) Valeurs stables

Facteurs économiques	VAR(1)	Données historiques	
	Valeur stable (%)	Moyenne (%)	Écart-type (σ)
gdp_gr	4,54	6,45	5,52
inflation	2,23	3,51	3,56
pce*	1,14	1,57	1,31
fpi*	1,20	1,64	2,54
ge*	0,93	1,58	1,82
Taux_Fed	2,28	4,68	3,66
ur	5,98	5,78	1,74

* Taux de croissance trimestriel

Le modèle VAR reflète les relations entre les facteurs économiques au moyen d'un système d'équations linéaires. En outre, les termes d'erreur ne sont pas indépendants les uns des autres. Il est important que le générateur de scénarios économiques saisisse la corrélation lorsqu'il élabore des scénarios futurs. Le tableau 10 montre la matrice de corrélation du vecteur d'erreur e_t .

Tableau 10

Matrice de corrélation des termes d'erreur VAR(1)

	gdp_gr	inflation	pce	fpi	ge	Taux_Fed	ur
gdp_gr	1,00	0,30	0,90	0,73	0,24	0,34	-0,82
inflation	0,30	1,00	0,34	0,25	0,15	0,22	-0,23
pce	0,90	0,34	1,00	0,66	0,21	0,20	-0,84
fpi	0,73	0,25	0,66	1,00	0,10	0,18	-0,57
ge	0,24	0,15	0,21	0,10	1,00	-0,04	-0,05
Taux_Fed	0,34	0,22	0,20	0,18	-0,04	1,00	-0,25
ur	-0,82	-0,23	-0,84	-0,57	-0,05	-0,25	1,00

Idéalement, deux étalonnages des modèles VAR sont utilisés pour représenter différents modèles avec et sans pandémies extrêmes. Cependant, ce ne sont pas toutes les pandémies extrêmes qui conduisent à des volatilités économiques accrues et certaines crises financières ont conduit à des conditions économiques identiques, voire pires. En outre, le volume de données constitue un autre obstacle à la prise en charge de deux étalonnages distincts. Par conséquent, un ensemble de modèles VAR est utilisé pour décrire les variables économiques.

4.4.2 Variables du marché des capitaux

Compte tenu des relations entre les facteurs économiques représentés par le VAR(1), les rendements de chaque catégorie d'actifs peuvent être établis en fonction de leurs relations avec les facteurs économiques et l'autocorrélation. Dans le présent rapport, plusieurs variables clés du marché des capitaux sont utilisées pour représenter les conditions du marché, comme le montre le tableau 11. D'autres variables d'intérêt peuvent être facilement ajoutées en utilisant la méthodologie décrite dans la présente section.

Tableau 11

Données historiques des variables du marché des capitaux

Catégorie d'actifs	Type de rendement	Notation	Annualisé*	Période	Source des données
Rendement des obligations du Trésor à 1 an	Rendement	tby_1yr	O	T2 1953 À T2 2021	Base de données économique du FRED : Taux d'échéance constant des obligations du Trésor à 1 an
Rendements des obligations du Trésor à 10 ans	Rendement	tby_10yr	O	T2 1953 À T2 2021	Base de données économique du FRED : Taux d'échéance constant des obligations du Trésor à 10 ans

Catégorie d'actifs	Type de rendement	Notation	Annualisé*	Période	Source des données
Obligations de sociétés, notées AAA	Écart de taux d'intérêt	Niveau Aaa_cs	O	T2 1953 À T2 2021	Rendement désaisonnalisé des obligations de société cotées AAA de Moody's par rapport au rendement des obligations du Trésor à échéance constante de 10 ans
Obligations de sociétés, cotées Baa	Écart de taux d'intérêt	Baa_cs	O	T2 1953 À T2 2021	Rendement désaisonnalisé des obligations de société cotées Baa de Moody's par rapport au rendement des obligations du Trésor à échéance constante de 10 ans
Obligations de sociétés, cotées BBB	Taux de défaut	BBB_défa ut	O	T1 1981 - T2 2021	2020 S&P Annual Global Corporate Default Study and Rating Transitions Report; S&P Credit Markets Update North America Q2 2021
Capitaux propres, grande capitalisation	Rendement en dividendes	sp500_div d	O	T1 1947 - T2 2021	Yahoo Finance : Indice S&P 500 (Symbole du titre boursier : GSPC); Shiller (2015)
	Rendement du capital	sp500_rtn	N		
Biens immobiliers	Taux de capitalisation	rent_gr	N	T1 1947 - T2 2021	Indice des prix à la consommation pour tous les consommateurs urbains : Loyer de la résidence principale dans la moyenne des villes américaines
	Rendement des capitaux	mhp_gr	N	T1 1963 - T2 2021	Prix de vente médian des maisons vendues aux États-Unis

* Si une variable est annualisée, le taux de croissance trimestriel est converti en taux de croissance annuel.

Sept types de modèles sont utilisés pour établir les relations entre les variables du marché des capitaux et les facteurs économiques : régression linéaire, régression lasso, régression ridge, k voisins les plus proches (KNN), arbre de classification et de régression (CART), randomForest (RF) et générateur de gradient (GBM).

La régression linéaire suppose un lien linéaire entre les facteurs économiques et les variables du marché des capitaux, y compris le rendement des actifs, le rendement des obligations, les écarts de crédit et les taux de défaut. La régression lasso et la régression ridge sont des variations du modèle de régression linéaire avec différentes méthodes de régularisation pour prévenir le surajustement. En plus de minimiser les erreurs quadratiques, les

modèles lasso ajoutent la somme de la valeur absolue des paramètres à la fonction d'erreur. La régression ridge utilise la somme des paramètres quadratiques comme terme de régularisation. La pondération du terme de régularisation est déterminée par une validation croisée pour obtenir la plus grande exactitude du modèle.

KNN est un type de modèle non paramétrique qui prédit la variable expliquée en fonction des valeurs des k voisins les plus proches. Dans le présent rapport, la proximité est mesurée par la distance euclidienne en fonction de facteurs macroéconomiques. Différents nombres de voisins sont testés, et cinq voisins les plus proches sont utilisés pour tous les modèles pour un rendement relativement meilleur. Le rendement moyen des cinq voisins les plus proches dans les données historiques est ensuite utilisé pour prédire le rendement des actifs.

Les modèles CART construisent des arbres pour répartir les données en fonction de facteurs économiques. À chaque fractionnement, un facteur est utilisé pour séparer les données en deux sous-groupes. La règle du facteur et du fractionnement est choisie pour fournir le meilleur fractionnement qui accroît la pureté des données dans les sous-groupes. Dans l'étalonnage des modèles CART pour les variables du marché des capitaux, deux critères sont utilisés pour limiter la taille de l'arbre et éviter le surajustement :

- Le nombre minimal de points de données dans un nœud pour le fractionnement est 10.
- L'accroissement minimal de la pureté des données est de 0,001 pour chaque fractionnement.

Chaque nœud terminal a une estimation fondée sur la valeur moyenne de la variable expliquée. Par exemple, si le nœud terminal compte 10 enregistrements de données historiques, la variable du marché des capitaux est calculée comme le rendement moyen des dix enregistrements de données.

RF est une méthode d'ensemble fondée sur un arbre décisionnel. Chaque arbre est un estimateur faible utilisant un sous-ensemble aléatoire des données de formation et un sous-ensemble aléatoire de toutes les variables explicatives disponibles. L'estimation finale est fondée sur la moyenne des estimations de tous les arbres. Dans cet exemple, 70 % de l'ensemble de formation a été sélectionné au hasard chaque fois pour ajuster l'arbre suivant. Les observations minimales dans chaque nœud sont établies à deux, et 500 arbres ont été utilisés.

Le GBM est également une méthode d'ensemble fondée sur l'arbre décisionnel. Toutefois, contrairement à RF, il s'agit d'un modèle séquentiel. Chaque arbre est un estimateur faible qui tente d'estimer l'erreur résiduelle causée par l'estimation des arbres précédents. Avec un nombre suffisant d'arbres de décision, l'erreur d'estimation diminuera progressivement vers un niveau très bas. Lorsqu'on présente des relations non linéaires, le GBM est généralement plus précis que de nombreuses autres méthodes. Dans cet exemple, 70 % de l'ensemble de formation a été sélectionné au hasard chaque fois pour ajuster l'arbre suivant. La profondeur des arbres est fixée à six, et 500 arbres ont été utilisés. Les observations minimales dans chaque nœud sont établies à deux, étant donné la quantité limitée de données de formation.

Pour tous les essais du modèle, les données sont réparties aléatoirement dans un ensemble de données de formation (80 %) et un ensemble de données de validation (20 %). L'ensemble de données de formation est utilisé pour trouver les paramètres qui minimisent la somme des erreurs de prédiction quadratiques pour les données de formation. L'ensemble de données de validation sert à mesurer l'exactitude de la prédiction à partir des données hors échantillon. Le tableau 12 montre la performance globale des sept types de modèles.

Tableau 12

Rendement global du modèle pour les variables du marché des capitaux

Modèle	Données de formation		Données de validation	
	EQM	R^2	EQM	R^2
RF	0,01	0,71	0,01	0,54
Lasso	0,01	0,68	0,01	0,67
Ridge	0,01	0,67	0,01	0,64
KNN	0,01	0,62	0,02	0,37
CART	0,01	0,91	0,02	0,32
RF	0,01	0,94	0,01	0,62
GBM	0,00	0,99	0,01	0,56

Notes :

- EQM, Erreur quadratique moyenne
- R^2 : Coefficient de détermination

Compte tenu du volume de données, le surajustement est une question cruciale dans l'exemple. Les modèles fondés sur les arbres, y compris CART, RF et GBM, ont affiché une très bonne estimation des données de formation, mais une estimation moins bonne que certains modèles linéaires pour les données de validation. Les modèles de régression linéaire, surtout le modèle lasso, ont fait un bon travail en général. Pour une meilleure performance, des modèles linéaires comme le modèle lasso et le modèle de régression ridge sont utilisés pour modéliser les variables du marché des capitaux dans cet exemple :

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + B_0 E_t + B_1 E_{t-1} + B_2 E_{t-2} + \sigma \varepsilon_t$$

Où

- y_t est un vecteur colonne contenant des variables du marché des capitaux pendant la période t ;
- α est un vecteur colonne contenant les valeurs constantes de toutes les variables du marché des capitaux;
- ϕ_i est un vecteur colonne contenant des paramètres qui régissent la relation entre la valeur actuelle et la valeur précédente pour toutes les variables du marché des capitaux pendant la période $t - i$;
- B_i est une matrice comportant sept colonnes qui contient tous les paramètres du modèle des variables du marché des capitaux pour les sept facteurs économiques de la période $t - i$;
- E_t est un vecteur colonne comportant sept éléments comme valeur de facteurs économiques au temps t ou pendant la période t ;
- σ est un vecteur colonne contenant l'écart-type des termes d'erreur de tous les modèles de variables des marchés financiers;

ε_t est un vecteur colonne contenant des variables aléatoires indépendantes suivant une distribution normale standard pour tous les modèles de variables du marché des capitaux.

Le tableau 13 énumère les paramètres des modèles linéaires, l'écart-type des termes d'erreur et le R^2 ajusté des modèles linéaires. La valeur R^2 ajustée indique la portion de volatilité variable qui peut être expliquée par les relations linéaires. Certaines variables, dont le rendement de l'indice S&P 500, le taux de plafonnement des biens immobiliers et le rendement du capital, ont un faible R^2 ajusté. Ils sont davantage motivés par des facteurs idiosyncrasiques que par des facteurs économiques fondamentaux. L'avant-dernière ligne du tableau 13 contient l'écart-type des facteurs idiosyncrasiques qui ne peuvent être expliqués par les modèles linéaires.

Tableau 13

Paramètres du modèle linéaire

	Décalage (trimestre)	Catégorie d'actifs	tby_ 1 an	tby_ 10 ans	Aaa_ cs	Baa_ cs	BBB_ défaut	sp500_ rtn	sp500_ divd	mhp_gr	rent_ gr	
Modèle*			Lasso	Lasso	Lasso	Lasso	Lasso	Lasso	Ridge	Lasso	Lasso	
Intercept	0	α	0,000	0,001	0,002	0,004	0,000	0,007	0,002	-0,010	0,004	
Auto_	2	ϕ_2	0,104	0,000	0,138	0,000	0,000	-0,029	0,332	-0,056	0,275	
corrélatio n	1	ϕ_1	0,512	0,834	0,757	0,843	0,754	0,000	0,506	-0,281	0,000	
Facteurs de risque écono- miques	2	gdp_gr	0,007	0,000	-0,010	0,000	0,000	0,000	0,003	0,000	0,000	
	1		0,016	0,009	-0,007	0,000	0,000	0,000	-0,007	0,132	0,000	
	0		0,004	0,003	-0,004	0,000	0,000	0,000	-0,001	0,157	0,000	
	2	inflation	0,009	0,000	0,000	0,005	0,000	0,000	0,010	-0,044	0,023	
	1		-0,032	0,000	0,010	0,010	0,000	-0,034	0,022	0,000	0,000	
	0		0,000	0,022	-0,004	0,000	0,000	-0,063	0,006	0,000	0,000	
	2	ur	-0,022	0,000	0,004	0,000	0,000	0,000	0,010	0,000	0,000	
	1		0,020	0,021	0,000	0,000	0,000	0,148	0,007	0,023	0,000	
	0		0,000	0,000	0,000	0,009	0,000	0,000	0,004	0,172	0,000	
	2	Taux_Fed	0,000	0,000	0,004	0,000	0,002	0,000	0,011	0,000	0,034	
	1		-0,185	0,000	0,039	0,000	0,000	0,000	0,009	0,000	0,000	
	0		0,527	0,104	-0,042	0,000	0,000	0,000	-0,009	-0,113	0,000	
	2	pce	-0,002	0,000	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,047	0,000	0,000
	1		-0,006	0,005	0,000	0,000	0,000	0,000	-0,018	0,113	0,000	
	0		-0,047	0,000	0,000	-0,042	0,000	0,538	0,024	0,000	0,000	

Décalage (trimestre)	Catégorie d'actifs	tby__	tby_	Aaa_	Baa_	BBB_	sp500_	sp500_	mhp_gr	rent_
		1 an	10 ans	cs	cs	défaut	rtn	divd		gr
2	fpi	-0,005	0,000	0,018	0,000	-0,002	-0,368	0,029	0,190	0,000
1		0,024	0,000	0,011	0,000	-0,004	-0,062	-0,020	-0,117	0,000
0		0,060	0,021	-0,025	-0,052	0,000	1,022	-0,017	0,031	0,000
2	ge	0,057	0,000	0,015	0,000	0,000	-0,178	0,016	-0,074	0,000
1		0,000	0,000	-0,016	0,000	0,016	0,000	0,024	0,154	0,029
0		0,003	0,000	0,007	0,000	0,000	-0,427	0,028	0,013	0,000
0	σ	0,004	0,004	0,002	0,003	0,001	0,065	0,002	0,025	0,006
R² corrigé		0,982	0,976	0,882	0,861	0,673	0,129	0,978	0,161	0,243

*Toutes les variables des immobilisations utilisent un modèle lasso, sauf sp500_divd. Même si le modèle lasso présente une performance légèrement supérieure à la régression ridge pour sp500_divd, le modèle autorégressif résultant est presque non stationnaire. La condition stationnaire d'un modèle autorégressif avec un décalage de 2 est que les racines de l'équation suivante ont une valeur absolue supérieure à 1.

$$1 - \phi_1 x - \phi_2 x^2 = 0$$

L'une des racines du modèle lasso étalonné pour sp500_divd est très proche du seuil de 1 et, par conséquent, on utilise plutôt la régression ridge.

La relation entre le rendement des actifs et les facteurs économiques fondamentaux n'est pas toujours linéaire. Durant les périodes stressantes, des corrélations plus élevées sont souvent observées. Le tableau 14 montre la volatilité des facteurs idiosyncrasiques (termes d'erreur) et la corrélation entre les facteurs systémiques (prédiction par les modèles lasso) et les facteurs idiosyncrasiques, en utilisant toutes les données ou les données dans les cas de pandémie extrême. La corrélation s'est comportée très différemment pendant les périodes extrêmes. Ces valeurs saisissent l'impact de second ordre en plus des relations linéaires établies dans les modèles lasso.

Tableau 14

Facteurs idiosyncrasiques du modèle linéaire : Volatilité et corrélation

Variable du marché des capitaux	Volatilité des facteurs idiosyncrasiques		Corrélation avec les facteurs économiques	
	Périodes normales	Périodes de pandémie	Périodes normales	Périodes de pandémie
tby_1yr	0,42 %	0,41 %	2,6 %	-6,2 %
tby_10yr	0,43 %	0,34 %	9,8 %	20,9 %
Aaa_cs	0,19 %	0,20 %	2,7 %	6,0 %
Baa_cs	0,30 %	0,31 %	10,2 %	10,0 %

Variable du marché des capitaux	Volatilité des facteurs idiosyncrasiques		Corrélation avec les facteurs économiques	
	Périodes normales	Périodes de pandémie	Périodes normales	Périodes de pandémie
BBB_défaut	0,13 %	0,05 %	6,6 %	22,3 %
sp500_rtn	6,52 %	6,87 %	9,7 %	24,9 %
sp500_divd	0,16 %	0,15 %	1,1 %	13,8 %
mhp_gr	2,52 %	2,28 %	8,8 %	0,0 %
loyer_gr	0,57 %	0,49 %	11,2 %	27,3 %

Outre les relations entre les facteurs du marché des capitaux et les facteurs économiques qui représentent le risque systémique, les facteurs de risque idiosyncrasiques des variables du marché des capitaux ont aussi des relations non linéaires qu'il peut être important de saisir. La figure 23 montre séparément la matrice de corrélation des résidus des modèles linéaires pendant les périodes normales et extrêmes. Des corrélations accrues sont observées durant les périodes extrêmes.

Figure 23

Matrices de corrélation des facteurs idiosyncrasiques des variables du marché des capitaux

Matrice de corrélation (périodes normales)

Variable	tby_1yr	tby_10yr	Aaa_cs	Baa_cs	defa_ult	0_rt_n	0_di_vd	mhp_gr	rent_gr
tby_1yr	1.00	0.77	-0.53	-0.46	0.06	0.00	0.11	-0.04	-0.06
tby_10yr	0.77	1.00	-0.59	-0.56	0.00	0.05	-0.05	0.03	-0.09
Aaa_cs	-0.53	-0.59	1.00	0.78	-0.02	-0.29	-0.01	-0.10	0.12
Baa_cs	-0.46	-0.56	0.78	1.00	0.06	-0.44	0.21	-0.07	0.16
BBB_default	0.06	0.00	-0.02	0.06	1.00	0.01	0.09	0.06	0.05
sp500_rtn	0.00	0.05	-0.29	-0.44	0.01	1.00	-0.38	0.14	0.00
sp500_divd	0.11	-0.05	-0.01	0.21	0.09	-0.38	1.00	-0.12	0.03
mhp_gr	-0.04	0.03	-0.10	-0.07	0.06	0.14	-0.12	1.00	0.14
rent_gr	-0.06	-0.09	0.12	0.16	0.05	0.00	0.03	0.14	1.00

Matrice de corrélation (périodes extrêmes)

Variable	tby_1yr	tby_10yr	Aaa_cs	Baa_cs	defa_ult	0_rt_n	0_di_vd	mhp_gr	rent_gr
tby_1yr	1.00	0.72	-0.58	-0.47	0.41	0.38	-0.04	-0.07	0.40
tby_10yr	0.72	1.00	-0.67	-0.72	0.59	0.29	-0.19	-0.09	0.36
Aaa_cs	-0.58	-0.67	1.00	0.80	-0.25	-0.40	0.10	0.07	-0.28
Baa_cs	-0.47	-0.72	0.80	1.00	-0.49	-0.40	0.22	0.01	-0.34
BBB_default	0.41	0.59	-0.25	-0.49	1.00	0.27	0.18	-0.27	0.46
sp500_rtn	0.38	0.29	-0.40	-0.40	0.27	1.00	-0.31	-0.26	0.10
sp500_divd	-0.04	-0.19	0.10	0.22	0.18	-0.31	1.00	0.08	0.13
mhp_gr	-0.07	-0.09	0.07	0.01	-0.27	-0.26	0.08	1.00	0.13
rent_gr	0.40	0.36	-0.28	-0.34	0.46	0.10	0.13	0.13	1.00

À l'instar des facteurs économiques fondés sur le VAR(1), le tableau 15 énumère la valeur stable des variables du marché des capitaux ainsi que la moyenne historique et l'écart-type. Les modèles linéaires suggèrent un taux d'intérêt futur et un rendement en dividendes inférieurs par rapport à toute la période postérieure à la Seconde Guerre mondiale. Cela concorde en quelque sorte avec le contexte de faibles taux d'intérêt que nous connaissons depuis plus d'une décennie. Ces attentes implicites sont de bons points de contrôle pour évaluer le caractère raisonnable du modèle par rapport au point de vue de l'utilisateur du modèle sur les comportements futurs des marchés financiers.

Tableau 15

Valeurs stables de la variable du marché des capitaux fondées sur des modèles linéaires

Variable du marché des capitaux	Linéaire		Données historiques
	Valeur stable (%)	Moyenne (%)	Écart-type (%)
tby_1yr	2,45	4,69	3,31
tby_10yr	3,83	5,66	2,92
Aaa_cs	1,21	0,94	0,58
Baa_cs	2,10	1,92	0,83
BBB_défaut	0,16	0,19	0,25
sp500_rtn*	2,06	2,15	7,17
sp500_divd	2,39	3,29	1,42
mhp_gr*	1,11	1,36	2,89
rent_gr*	0,80	0,95	0,69

* Taux de croissance trimestriel

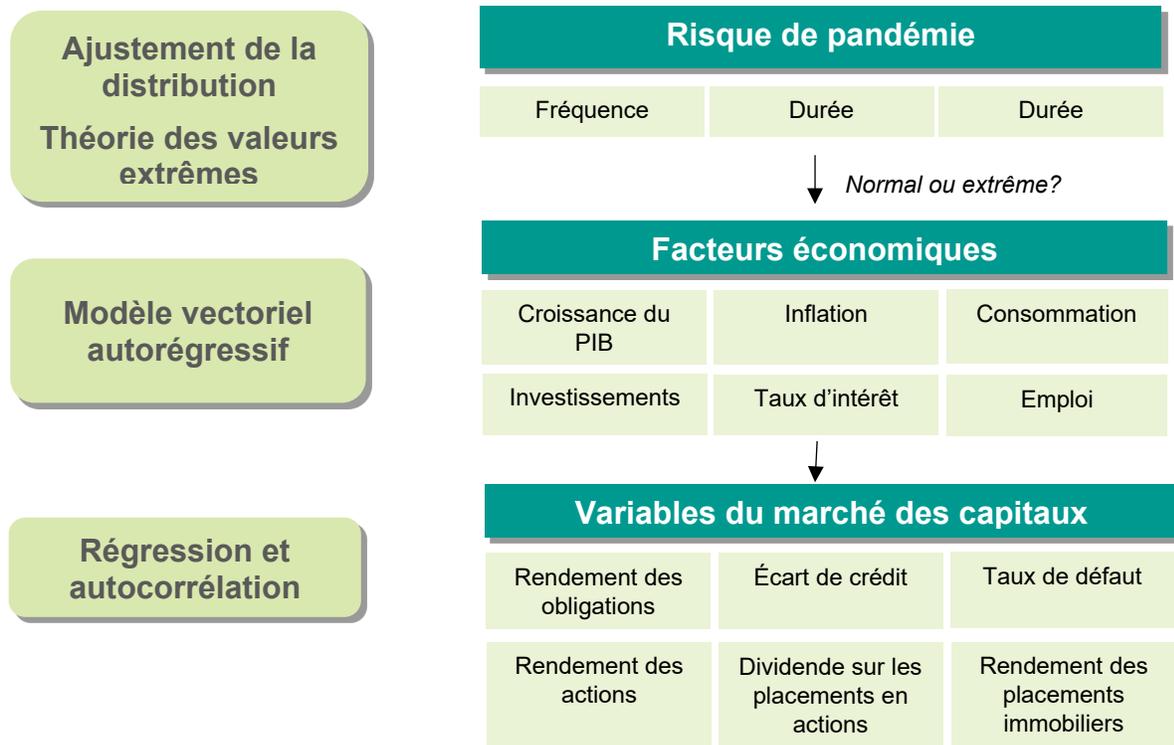
Par rapport aux approches statistiques, les modèles structurés fournissent un cadre beaucoup plus perfectionné pour saisir des relations plus compliquées, qu'elles soient contemporaines ou temporelles.

5 Génération de scénarios

Grâce à l'analyse des risques de pandémie et de leurs liens avec les risques économiques à partir des données historiques des sections précédentes, un GSP est élaboré dans cette section pour refléter nos observations de l'historique, tout en permettant la prise en compte des hypothèses prospectives. La structure du GSP est illustrée à la figure 24.

Figure 24

Cadre de génération de scénarios de pandémies



Le tout débute par le risque de pandémie en simulant la fréquence, la gravité et la durée des pandémies qui sont utilisées pour les facteurs de risque d'assurance. Pour chaque événement simulé, le GSP évalue s'il s'agit d'un événement extrême et il justifie différents niveaux de volatilité et de corrélation pour les risques financiers. Selon l'état des événements pandémiques simulés, les facteurs économiques qui définissent le niveau de risque systémique sont simulés à l'aide du modèle VAR. Les modèles de régression qui contiennent des variables décalées sont ensuite utilisés pour simuler les variables des marchés des capitaux en fonction de facteurs économiques simulés.

5.1 Processus de génération de scénarios

D'après l'analyse des deux sections précédentes, la présente section décrit le processus général de génération de scénarios à l'aide des modèles étalonnés avec la meilleure qualité de l'ajustement aux données historiques. Les détails techniques se trouvent à l'[Annexe B](#).

Étape 1

Générer la fréquence des pandémies/épidémies. Une loi binomiale négative avec la LPG décrivant la queue est choisie, ce qui lui confère une bonne correspondance avec l'expérience historique. La fréquence annuelle devrait être de 2,7 avec un écart-type de 2,3. La probabilité de plus de sept pandémies/épidémies est de 4,2 %.

Étape 2

Pour chaque événement simulé à partir de l'étape 1, générer des mesures de durée et de gravité, y compris le taux de létalité et le taux d'infection. La durée suit une loi log-normale avec moyenne de deux ans et écart-type de 4,9, avec probabilité de 11,4 % pour une pandémie/épidémie simulée de plus de sept ans. Le taux de létalité suit une loi bêta dont la moyenne est de 27 % et l'écart-type est de 27 %. Le taux d'infection (TI) suit également une loi bêta, avec une moyenne de 29 % et un écart-type de 27 %.

Pour générer les trois variables de l'étape 2, la matrice de corrélation du tableau 16 est utilisée en fonction des données historiques. Les probabilités cumulatives marginales corrélées sont générées en premier, et les valeurs des variables sont calculées d'après les fonctions de probabilité cumulée et des probabilités cumulatives générées.

Tableau 16

Matrice de corrélation de la durée et de la gravité (1050 av. J.-C. à 2020)

	Durée	TL	TI
Durée	1,00	0,06	-0,23
TL	0,06	1,00	0,17
TI	-0,23	0,17	1,00

La mesure de gravité générée ci-dessus correspond au niveau total. Étant donné que différents groupes d'âge peuvent connaître des niveaux de gravité différents, une loi multinomiale fondée sur les résultats de la figure 5 peut être utilisée pour simuler les décès dans différents groupes d'âge : nourrisson (0 à 5 ans) avec une proportion de 32 %, enfants (6 à 20 ans) avec une proportion de 30 %, jeunes adultes (21 à 40 ans) avec une proportion de 14 %, adultes d'âge moyen (41 à 60 ans) avec une proportion de 11 % et adultes âgés (60 ans et plus) avec une proportion de 13 %.

Étape 3

En fonction des résultats simulés de gravité de chaque pandémie ou épidémie, déterminer la survenance d'un événement extrême et sa durée. Les pandémies extrêmes ont été définies à la [sous-section 4.1](#) comme des événements comptant pas moins de 800 000 décès ou pas moins de 12 000 000 cas d'infection pour étudier les relations non linéaires avec le risque financier.

- Pour tous les événements des étapes précédentes, une loi binomiale dont la probabilité est de 3,7 % est utilisée pour déterminer si un événement généré est un événement pandémique. La probabilité de 3,7 % correspond au ratio de 30 pandémies historiques et de 817 pandémies et épidémies au total.
- Si un événement généré est étiqueté comme un événement pandémique, le nombre d'infections correspondra au produit de la population mondiale actuelle et du TI simulé pour cet événement. Le nombre

de décès représentera le produit du nombre de cas d'infection et du taux de létalité simulé pour cet événement. Si l'un d'eux dépasse le seuil, l'événement généré sera déterminé comme un événement extrême pour ce scénario particulier. Différentes hypothèses de scénarios économiques, comme la volatilité des risques idiosyncrasiques et la corrélation entre les risques idiosyncrasiques et le risque systémique, seront utilisées selon l'occurrence d'une simulation de pandémie extrême.

- Pour chaque épidémie simulée, le nombre de décès et le nombre de cas d'infection ne sont pas calculés explicitement compte tenu de la limite de modélisation de la portée géographique de l'événement. Bien que les données historiques utilisées dans le présent rapport ne permettent pas de tels détails, une façon possible d'utiliser ces événements épidémiques consiste à les appliquer directement aux régions ayant des polices d'assurance souscrites.

Étape 4

Générer des facteurs économiques fondés sur les modèles VaR.

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{c} + \mathbf{A}_E \mathbf{E}_{t-1} + \sigma \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

Le tableau 8 présente les résultats d'étalonnage pour cet \mathbf{A}_E , et σ , l'écart-type du vecteur d'erreur $\boldsymbol{\varepsilon}_t$. Le tableau 10 affiche la matrice de corrélation pour les sept facteurs économiques.

Étape 5

Générer des variables du marché des capitaux à partir de modèles linéaires.

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\phi}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\phi}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \mathbf{B}_0 \mathbf{E}_t + \mathbf{B}_1 \mathbf{E}_{t-1} + \mathbf{B}_2 \mathbf{E}_{t-2} + \sigma \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

Le tableau 13 présente les résultats de l'étalonnage pour le terme constant $\boldsymbol{\alpha}$, le coefficient d'autocorrélation $\boldsymbol{\phi}$, les relations avec les facteurs économiques \mathbf{B} et la volatilité du terme d'erreur σ . La partie idiosyncrasique des variables du marché des capitaux $\sigma \boldsymbol{\varepsilon}_t$ est ajustée pour tenir compte de la volatilité non constante et des relations non linéaires.

5.2 Exemples de simulations

Bien que des tests statistiques et la validation des modèles aient été effectués pour s'assurer que les distributions étalonnées, les corrélations et les modèles de régression sont robustes, comme il est décrit aux sections 3 et 4, il est nécessaire de vérifier la vraisemblance des scénarios générés. Pour toutes les variables simulées, y compris les facteurs de risque d'assurance, les facteurs économiques et les variables du marché des capitaux, les données simulées sont comparées aux données historiques et la fourchette de valeurs simulées est affichée. Un millier de scénarios de 100 trimestres sont simulés dans cette analyse, qui contient environ 70 000 pandémies/épidémies et 100 000 enregistrements de facteurs économiques et de variables du marché des capitaux.

5.2.1 Facteurs de risque d'assurance

Le tableau 17 compare les facteurs de risque d'assurance simulés et les données historiques sous l'angle de la moyenne et de l'écart-type. La plupart des mesures statistiques sont proches, mis à part certaines différences notables dans l'écart-type du risque d'assurance. Les données historiques sur le TI au niveau des événements ne contiennent qu'environ 70 événements, ce qui peut en partie causer la différence. Puisque l'étalonnage a été effectué à l'aide de la méthode d'estimation du maximum de vraisemblance (EMV), si l'écart-type est une préoccupation clé, la méthode d'appariement des moments (MAM) peut plutôt être utilisée et est susceptible de réduire l'écart. Par

ailleurs, l'utilisation de la MAM peut causer d'autres problèmes, comme un mauvais rendement pour imiter le risque de queue étant donné que le nombre de paramètres peut être insuffisant pour correspondre à des moments à haut degré comme l'asymétrie et l'aplatissement.

Tableau 17

Facteurs de risque d'assurance simulés par rapport aux données historiques

Variable	Données simulées		Données historiques	
	Moyenne	Écart-type	Moyenne	Écart-type
Fréquence	2,82	1,98	2,77	2,48
Durée	4,04	6,29	4,09	6,54
Taux de létalité	30,6 %	29,0 %	26,1 %	21,8 %
Taux d'infection	25,4 %	24,4 %	27,6 %	12,3 %
Risque de pandémie	3,6 %	18,6 %	3,7 %	18,8 %
Décès infantiles	32,0 %		31,1 %	
Décès d'enfants	30,0 %		29,5 %	
Décès de jeunes adultes	14,0 %		13,9 %	
Décès de personnes d'âge moyen	11,0 %		13,1 %	
Décès de personnes d'âge avancé	13,0 %		12,3 %	

5.2.2 Facteurs économiques

Le tableau 18 compare les facteurs économiques simulés et les données historiques sous l'angle de la moyenne et de l'écart-type. Les différences notables comprennent un taux de croissance économique plus faible et le taux Fed, un taux de chômage plus élevé que les données historiques et un taux d'inflation plus proche de la cible de 2 % fixé par la Fed. Cela indique que le GSP a saisi les tendances récentes et il a reconnu que l'explosion d'après-Deuxième Guerre mondiale pourrait ne pas maintenir le même niveau.

Tableau 18

Facteurs économiques simulés et données historiques

Facteurs économiques	Données simulées		Données historiques	
	Moyenne (%)	Écart-type (%)	Moyenne (%)	Écart-type (%)
gdp_gr	4,55	6,18	6,45	5,52
inflation	2,18	2,87	3,51	3,56
pce*	1,16	4,23	1,57	1,31
fpi*	1,22	4,69	1,64	2,54

Facteurs économiques	Données simulées		Données historiques	
	Moyenne (%)	Écart-type (%)	Moyenne (%)	Écart-type (%)
ge*	0,91	1,91	1,58	1,82
Taux_Fed	1,92	6,62	4,68	3,66
ur	6,44	5,16	5,78	1,74

*Taux de croissance trimestriel

Comme il a été mentionné précédemment, les données historiques ne permettent pas d'étalonner séparément les modèles VAR pour les cas de pandémie extrême; on s'attend à ce que les variables économiques générées suivent la même distribution. Comme l'indiquent les données historiques, de nombreuses pandémies extrêmes ont eu des répercussions très éphémères sur l'économie dans l'histoire moderne, ce qui a entraîné des facteurs pandémiques extrêmes mais des facteurs économiques non extrêmes. Par ailleurs, les crises financières peuvent avoir des répercussions plus extrêmes sur le système économique qui ne se produisent pas nécessairement lors de pandémies.

5.2.3 Variable du marché des capitaux

Le tableau 19 compare les variables simulées du marché des capitaux et les données historiques sous l'angle de la moyenne et de l'écart-type. Les écarts notables comprennent des rendements moins élevés prévus des obligations, des écarts de crédit légèrement plus élevés et une volatilité accrue des marchés. Il existe une cohérence entre les variables simulées du marché des capitaux, comme le rendement des obligations à plus long terme qui est supérieur à celui des obligations à court terme sur une longue période et l'écart de crédit des obligations de meilleure qualité qui est plus faible que celui des obligations moins bien cotées.

Tableau 19

Variables simulées du marché des capitaux par rapport aux données historiques

Variable du marché des capitaux	Données simulées		Données historiques	
	Moyenne (%)	Écart-type (%)	Moyenne (%)	Écart-type (%)
tby_1yr	2,10	5,16	4,69	3,31
tby_10yr	3,39	3,98	5,66	2,92
Aaa_cs	1,25	3,67	0,94	0,58
Baa_cs	2,13	4,88	1,92	0,83
BBB_défaut	0,24	0,29	0,19	0,25
sp500_rtn*	2,12	9,98	2,15	7,17
sp500_divd	2,94	3,01	3,29	1,42
mhp_gr*	1,12	3,24	1,36	2,89

Variable du marché des capitaux	Données simulées		Données historiques	
	Moyenne (%)	Écart-type (%)	Moyenne (%)	Écart-type (%)
rent_gr*	0,75	0,82	0,95	0,69

*Taux de croissance trimestriel

L'[annexe B.2](#) contient des graphiques de facteurs de risque simulés qui montrent les percentiles pour aider à visualiser l'étendue des scénarios simulés.

5.3 Ajustements avec perspectives prospectives

Bien que les données historiques constituent un choix convenable pour étalonner le GSP, elles ne produisent pas nécessairement les tendances prospectives souhaitées. Un étalonnage purement axé sur les données rend difficiles les ajustements manuels. De façon générale, il existe trois façons d'atteindre cet objectif :

1. **Ajuster les entrées de données.** Même si le présent article utilise le plus de données historiques possible, la tendance souhaitée peut être présente dans les données historiques plus récentes. Pendant le processus d'étalonnage du GSP, le schéma peut être dominé par des données historiques plus anciennes. Il peut être utile de supprimer certaines données plus anciennes. Toutefois, les données risquent de ne pas être suffisantes pour tirer des conclusions statistiquement crédibles. En outre, les utilisateurs peuvent avoir un point de vue prospectif au sujet d'événements qui ne se sont jamais produits dans l'histoire, comme une période prolongée de taux d'intérêt négatifs aux États-Unis dans les pandémies futures. Dans ces cas difficiles, les données prédites qui reflètent les points de vue peuvent être utilisées avec les données historiques. Par exemple, si un environnement de taux d'intérêt négatifs est prévu au cours du prochain événement extrême de pandémie, quelques années de données futures pourraient être créées en fonction de cette hypothèse et utilisées pour l'étalonnage du GSP. La logique consiste à ajouter plus de poids aux données qui reflètent les nouveaux points de sorte que le modèle puisse tirer des leçons et en tenir compte. Les données peuvent également être ajustées pour tenir compte des différences par région ou par pays. Par exemple, les données économiques propres au Canada peuvent être utilisées pour refléter les différences par rapport aux données économiques des États-Unis, même si une forte corrélation entre les deux économies en période de pandémie est à prévoir.
2. **Ajuster les paramètres du modèle.** L'ajustement direct des paramètres du modèle peut être pratique dans certains cas pour refléter des points de vue prospectifs. Il est assez facile d'ajuster la moyenne et la volatilité du GSP pour les facteurs de risque de pandémie fondés sur la distribution ou les facteurs de risque économiques et financiers reposant sur un modèle. Par exemple, si le modèle génère des rendements obligataires plus élevés que prévu en moyenne, nous pouvons ajuster le terme constant α dans le GSP suivant pour abaisser la valeur stable. Si une volatilité plus élevée que prévu est observée dans les scénarios simulés, nous pouvons ajuster les paramètres σ pour réduire la volatilité du risque idiosyncrasique.

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + B_0 E_t + B_1 E_{t-1} + B_2 E_{t-2} + \sigma \varepsilon_t$$

Il est également possible d'ajuster les relations modélisées en redressant les paramètres. Plutôt que d'avoir un seul paramètre pour contrôler toutes les corrélations, le GSP modélise séparément l'autocorrélation, la

corrélation avec le risque systémique et la corrélation entre les risques idiosyncrasiques. Dans l'exemple du GSP utilisé pour les variables du marché des capitaux, ϕ contrôle les autocorrélations, B contrôle la corrélation avec le risque systémique et ε_t est produit à partir de variables aléatoires corrélées qui représentent des risques idiosyncrasiques des variables du marché des capitaux. Toutefois, il ne s'agit pas d'un ajustement simple compte tenu d'un coefficient de corrélation spécifique de deux variables du marché des capitaux, car elles sont liées ensemble par le risque systémique et les risques idiosyncrasiques corrélés.

3. **Ajuster les scénarios générés.** Les scénarios générés peuvent être ajustés directement pour refléter différents points de vue et supprimer les scénarios déraisonnables. Les taux de défaut doivent être réduits à zéro. Les écarts de crédit peuvent également être réduits si l'on croit que le risque souverain est inférieur au risque de crédit d'entreprise. Les taux d'intérêt et le rendement des obligations peuvent être plafonnés à zéro ou à un niveau négatif si un taux d'intérêt négatif est jugé possible. Les variables modélisées peuvent aussi être plafonnées au maximum historique et les scénarios peuvent aussi être ajustés pour modifier la valeur moyenne ou ajouter certaines tendances. Cette approche ne convient pas pour ajuster les volatilités et les relations.

Bien que l'ajustement du modèle soit possible pour intégrer un point de vue prospectif, il est important de comprendre l'incidence de l'ajustement sur toutes les variables modélisées et leurs relations.

6 Conclusion

Les pandémies et les épidémies peuvent causer des pertes importantes pour la société, les économies et le secteur des assurances. Pour évaluer l'incidence de ces événements sur les activités d'assurance, un générateur de scénarios généraux est nécessaire pour simuler directement ces événements et, en fonction des résultats, générer des scénarios économiques pertinents.

Les antécédents enregistrés de pandémie et d'épidémie constituent une bonne source pour étalonner la fréquence, la gravité et la durée des pandémies. De nombreuses maladies ont des remèdes ou des moyens efficaces de confinement, et l'expérience acquise pourrait ne pas s'appliquer à l'avenir. De nouvelles maladies infectieuses pourraient apparaître; plus particulièrement, de nombreuses maladies anciennes pourraient resurgir en raison du réchauffement planétaire, et contre lesquelles les êtres humains ne possèdent plus d'anticorps. Par conséquent, les données historiques, du moins dans une certaine mesure, donnent un aperçu de l'avenir possible. La fréquence, la gravité et la durée des pandémies et des épidémies peuvent être bien représentées avec des types de lois courantes, y compris la loi binomiale négative, la loi log-normale, la loi gamma et la loi bêta. Lorsque la qualité de l'ajustement n'est pas satisfaisante avec une seule loi, le GSP fondé sur la TVE et les modèles qui sont fonction de la conjoncture comme les modèles de Markov cachés peuvent être utilisés pour refléter une volatilité supplémentaire.

Contrairement à l'analyse de la fréquence et de la gravité des pandémies, les répercussions économiques de ces événements sont étudiées uniquement à partir des 180 dernières années ou des événements plus récents découlant de la disponibilité des données et de l'évolution des structures économiques. De multiples matrices de corrélation, copules et modèles structurés peuvent être utilisés pour décrire la relation entre les pandémies et le système économique, bien que les modèles structurés conviennent davantage aux relations plus complexes.

Le GSP exhaustif qui est élaboré dans le présent article peut simuler des pandémies corrélées de façon non linéaire et des variables économiques, et il est étalonné en fonction des données historiques disponibles. Il fournit des

variables simulées pour aider les assureurs à mesurer les répercussions des pandémies sur l'expérience des sinistres, la situation financière, les nouvelles polices, etc., de façon holistique. Le GSP peut servir à générer des scénarios stochastiques pour faciliter la quantification et la gestion des risques liés à la pandémie. Des pandémies extrêmes sont intégrées à des scénarios individuels, qui régissent également les comportements du système économique pendant ces événements simulés.

L'étalonnage du GSP dépend en grande partie des données historiques de la présente étude. Les résultats non souhaités de l'étalonnage peuvent être causés par les limites des données historiques telles que des informations incomplètes sur des événements anciens, des méthodes d'enquête incohérentes par le passé et la difficulté à évaluer le nombre réel de cas d'infection, dont certains peuvent ne jamais être consignés, comme cela s'est produit parfois lors de la pandémie de COVID-19. Ce problème peut toutefois être corrigé au moyen de points de vue et d'estimations différentes des données disponibles.

7 Remerciements

L'auteur tient à remercier tous les membres du Groupe de supervision du projet (le Groupe) qui ont été chargés de la gouvernance de ce projet de recherche. Le présent document n'aurait pas été aussi exhaustif et pertinent pour les spécialistes sans les conseils, les commentaires, les explications et les examens du Groupe.

Les membres du Groupe « Génération de scénarios axés sur les pandémies » sont :

- Ibukun Adejuyigbe
- Stella Ma
- Jean-Philippe Morin
- Krizsia Praznik
- Mélanie Skiarski
- Salina Young (présidente)

L'auteur tient également à remercier Shlomit Jacobson et Esteban Rivera pour l'efficacité de la gestion et de la coordination de ce projet, et pour le parrainage et le soutien financier de l'Institut canadien des actuaires.

8 Bibliographie

Centers for Disease Control and Prevention, « Diphtheria ».

<https://www.cdc.gov/diphtheria/index.html>

Centers for Disease Control and Prevention, « HIV Basics ».

<https://www.cdc.gov/hiv/basics/whatishiv.html>

Centers for Disease Control and Prevention, « Meningitis ».

<https://www.cdc.gov/meningitis/index.html>

Centers for Disease Control and Prevention, « What is polio? »

<https://www.cdc.gov/polio/what-is-polio/index.htm>

Centers for Disease Control and Prevention, « Typhus Fevers ».

<https://www.cdc.gov/typhus/index.html>

CEIOPS, 2010. CEIOPS' Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: SCR STANDARD FORMULA Article 111(d) Correlations.

CRO Forum. 2009. "Calibration recommendation for the correlations in the Solvency II standard formula."

www.thecroforum.org/2009/12/04/solvency-ii-calibration/

Fenner, Frank, Donald A. Henderson, Isao Arita, Zdenek Jezek, Ivan Danilovich Ladnyi et coll. 1988. Smallpox and its eradication. Organisation mondiale de la santé.

<https://apps.who.int/iris/handle/10665/39485>

Genest, Christian, Bruno Remillard et David Beaudoin. 2009. Tests de qualité d'ajustement des copules : Une révision et une étude de pouvoir. *Insurance: Mathematics and Economics*, vol. 44, n° 2, pp. 199-213.

Kohn, George Childs. 2008 *Encyclopedia of Plague and Pestilence: From Ancient Times to the Present*. New York, NY: Facts on File.

Kojadinovic, Ivan et Jun Yan. 2011. A goodness-of-fit test for multivariate multiparameter copulas based on multiplier central limit theorems. *Statistics and Computing*, no 21, pp. 17-30.

Maddison, Angus. 2010. "Statistics on world population, GDP and per capita GDP, 1-2008 AD."

www.gqdc.net/maddison/Historical_Statistics/vertical-file_02-2010.xls

Maddison Project Database, version 2020. Bolt, Jutta, et Jan Luiten van Zanden, 2020. *Maddison Style Estimates of the Evolution of the World Economy: A New 2020 Update*.

www.rug.nl/gqdc/historicaldevelopment/maddison/publications/wp15.pdf

Nelsen, Roger B. 1999. *An Introduction to Copulas*. New York, NY: Springer.

S&P Global. 2021 Default, transition, and recovery: 2020 Annual Global Corporate Default and Rating Transition Study. www.spglobal.com/ratings/fr/research/articles/210407-default-transition-and-recovery-2020-annual-global-corporate-default-and-rating-transition-study-11900573

S&P Global. 2021. *Credit Markets Update North America Q2 2021*.
www.spglobal.com/assets/documents/ratings/research/100049977.pdf

Shang, Kailan et Zakir Hossen. 2019. *Liability-Driven Investment: Benchmark Model*. Society of Actuaries.
www.soa.org/globalassets/assets/files/resources/research-report/2019/liability-driven-investment.pdf

Shang, Kailan et Marc Vincelli. 2015. *Report on Extreme Events for Insurers: Correlation, Models and Mitigations*. Society of Actuaries. www.soa.org/globalassets/assets/files/research/projects/2015-extreme-events-for-insurers.pdf

Shiller, Robert J. 1992. "Market volatility." Data link: www.econ.yale.edu/~shiller/data/chapt26.xlsx

Shiller, Robert J., 2015. "Irrational Exuberance." Data link: www.econ.yale.edu/~shiller/data/ie_data.xls

Département des affaires économiques et sociales/Division de la population des Nations Unies. 2004. *The Impact of AIDS*, Chapter 8: Impact on Economic Growth.
www.un.org/en/development/desa/population/publications/pdf/hiv/impact/chap8.pdf

Organisation mondiale de la santé. 2019. Measles.
<https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/measles>

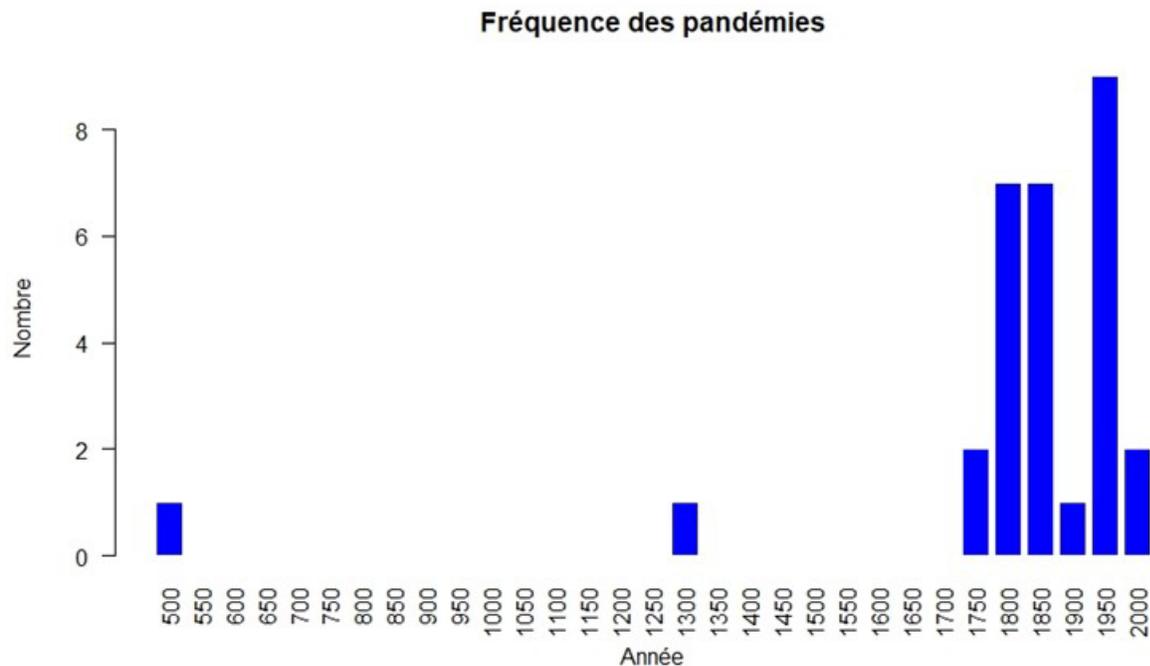
Annexe A. Étalonnage du GSP

A.1 Pandémies historiques

À la [sous-section 2.2](#), les données historiques sur les pandémies et les épidémies sont étudiées. Il est également utile d'analyser uniquement les pandémies lors de la conception de scénarios plus graves mais possibles. La figure A.1 montre la fréquence des pandémies tous les 50 ans depuis l'an 500.

Figure A.1

Fréquence des pandémies



Le tableau A.1 présente les statistiques descriptives des 30 pandémies, lorsqu'elles sont disponibles. Comme prévu, le nombre moyen de décès et de cas confirmés est plus élevé qu'au tableau 2. Le taux de létalité (TL) et le taux d'infection (TI) sont également plus élevés en moyenne. Le taux de mortalité moyen est plus faible, mais la population touchée est beaucoup plus importante. Le taux de mortalité moyen de toutes les pandémies et épidémies est faussé à la hausse par quelques valeurs aberrantes, comme l'épidémie de variole de Hispaniola en 1518, qui a décimé presque toute la population touchée.

Tableau A.1

Statistiques descriptives des données sur la pandémie

Statistiques	Durée (en années)	Décès	Cas confirmés	Taux de létalité	Taux de mortalité	Taux d'infection
Nombre d'enregistrements valides	30	16	7	12	3	8
Min.	1	14 756	210 000	0,5 %	0,1 %	15,0 %
Max.	110	50 000 000	200 000 000	81,6 %	10,0 %	80,0 %
Médiane	3	734 433	24 500 000	29,9 %	0,1 %	39,8 %
Moyenne	13	7 891 782	65 851 873	33,3 %	3,4 %	41,4 %
Écart-type	22	14 124 921	82 656 882	28,0 %	5,7 %	19,8 %
Coefficient de variation	1,71	1,79	1,26	0,84	1,68	0,48

La figure A.2 montre l'histogramme de la durée, et la figure A.3 la distribution des trois mesures de gravité à l'aide d'un diagramme à boîte à moustaches.

Figure A.2

Histogramme de la durée des pandémies

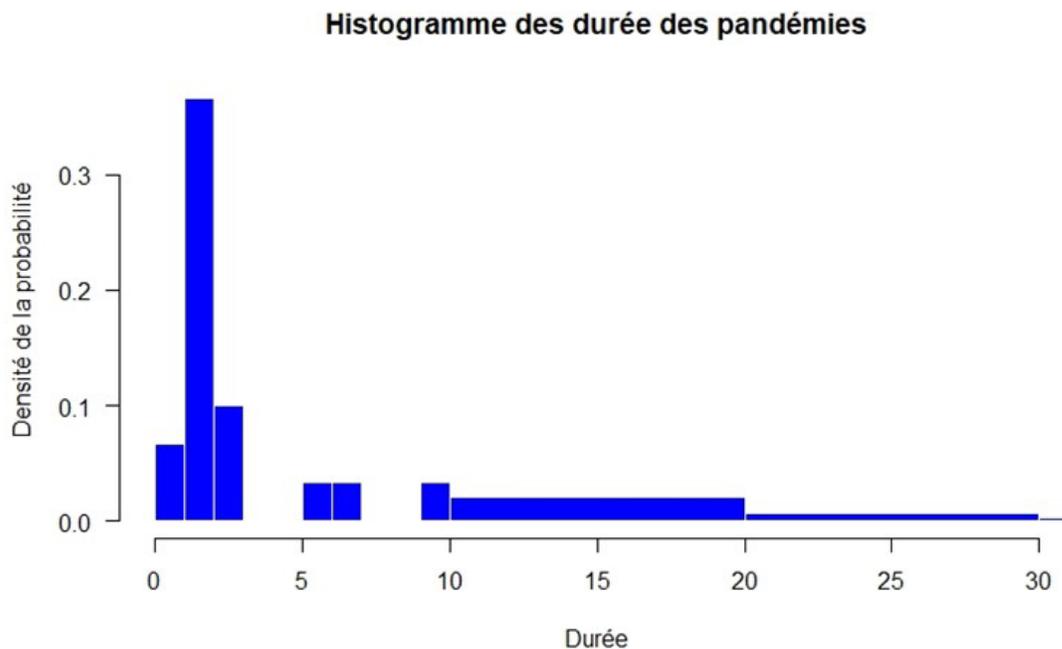
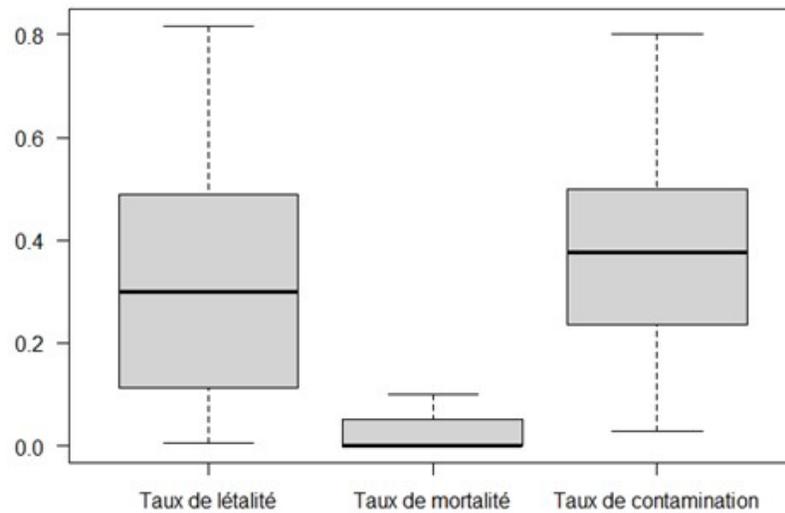


Figure A.3

Boîtes à moustaches présentant des mesures de gravité d'une pandémie



A.2 Ajustement de la distribution de la fréquence

Le tableau A.2 dresse la liste des résultats d'ajustement pour les données sur la fréquence de la loi binomiale négative affichant la meilleure qualité de l'ajustement, mesurée par la log-vraisemblance, les critères d'information d'Akaike (CIA) et les critères d'information bayésiens (CIB).

Tableau A.2

Résultat de l'ajustement de la distribution de fréquence

Loi	Estimation	Écart-type	Log-vraisemblance	CIA	CIB
De Poisson	lambda = 2,7	lambda : 0,11	-495	992	995
Géométrique	prob = 0,27	prob : 0,016	-474	951	954
Binomiale négative	taille = 2,7 mu = 2,7	taille : 0,52 mu 0,16	-458	920	927

La fréquence est modélisée en combinant la loi binomiale négative décrivant la fréquence annuelle n'excédant pas 7 et la loi de Pareto généralisée (LPG) fondée sur la théorie des valeurs extrêmes (TVE) modélisant le dépassement au-delà de 7. Selon la TVE, si le seuil u est élevé, la distribution des dépassements suit une LPG.

$$\Pr(X - u < y | X > u) \sim F(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma_u}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-\frac{y}{\sigma_u}}, \xi = 0 \end{cases}$$

Où

u : seuil

ξ : indice de queue

σ_u : facteur scalaire

Les dépassements sans limite supérieure auront $\xi \geq 0$. Pour modéliser une série bornée de dépassements, $\xi < 0$ et la borne supérieure est $-\frac{\sigma_u}{\xi}$.

A.3 Ajustement de la distribution de la durée

Le tableau A.3 présente les résultats d'ajustement avec la loi log-normale affichant la meilleure qualité de l'ajustement.

Tableau A.3

Résultat de l'ajustement de distribution de la durée

Loi	Estimation	Écart-type	Log-vraisemblance	CIA	CIB
Exponentielle	taux = 0,26	taux : 0,0093	-1860	3722	3726
Gaussienne	moyenne = 3,8 ét = 6,3	moyenne : 0,22 ét : 0,16	-2597	5199	5208
Log-normale	moy-log = 0,68 ét-log = 1,05	moyenne logarithmique : 0,037 ét-log : 0,026	-1709	3422	3431
Gamma	forme = 0,89 taux = 0,23	forme : 0,039 taux : 0,013	-1856	3716	3725
Weibull	forme = 0,85 échelle = 3,41	forme : 0,021 taux : 0,151	-1836	3675	3685

A.4 Ajustement de la distribution de la gravité

Taux de létalité

Le tableau A.4 montre les résultats de l'ajustement du taux de létalité (TL), la loi gamma ayant la plus grande log-vraisemblance.

Tableau A.4

Résultat de l'ajustement de la distribution du taux de létalité

Loi	Estimation	Écart-type	Log-vraisemblance	CIA	CIB
Exponentielle	taux = 3,6	taux : 0,21	87	-171	-168
Gaussienne	moyenne = 0,28 ét = 0,27	moyenne : 0,015 ét : 0,011	-29	62	70
Log-normale	moy. log. = -2,1 ét. log. = 1,8	moy. log. : 0,104 ét log : 0,074	33	-62	-55
Gamma	forme = 0,73 taux = 2,64	forme : 0,051 taux : 0,257	98	-192	-185
Weibull	forme = 0,84 échelle = 0,25	forme : 0,04 taux : 0,018	94	-184	-176
Uniforme	min. = 0,000015 max. = 1	S. O.	0,0045	4	11
Bêta	forme1 = 0,49 forme2 = 1,30	S. O.*	S. O.	S. O.	S. O.

* Parfois, la routine d'optimisation se termine sans atteindre le critère de la qualité d'ajustement par défaut et peut produire certains extrants. Toutefois, cela ne signifie pas que la distribution ajustée est pire que celles qui ont tous les extrants.

Toutefois, le graphique Q-Q montre que la loi bêta permet de mieux apparier les queues. Les figures A.4 et A.5 comparent les données empiriques et les lois gamma et bêta étalonnées, respectivement.

Figure A.4

Comparaison de l'ajustement de la distribution du taux de létalité : Loi gamma

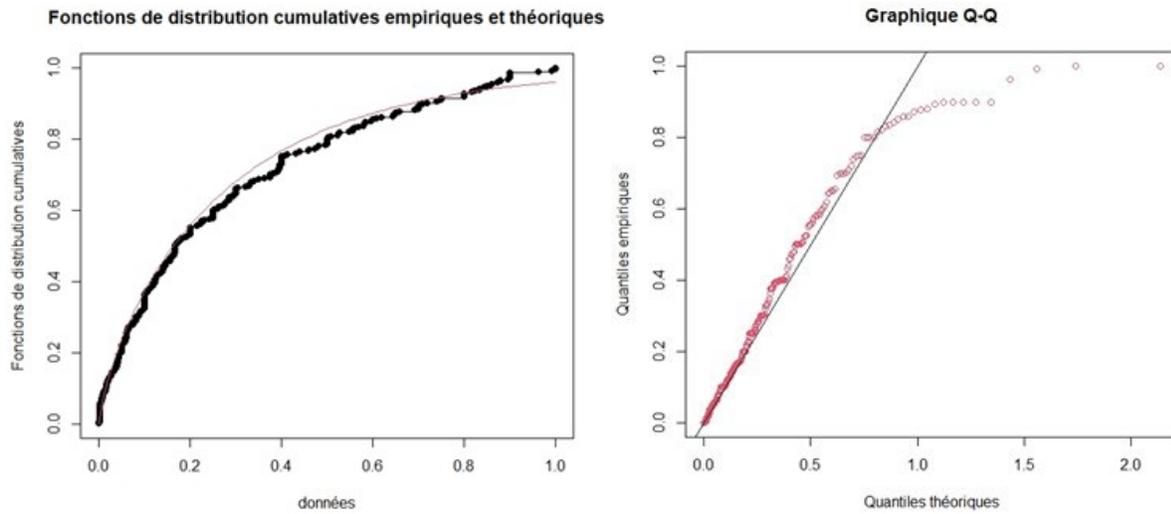
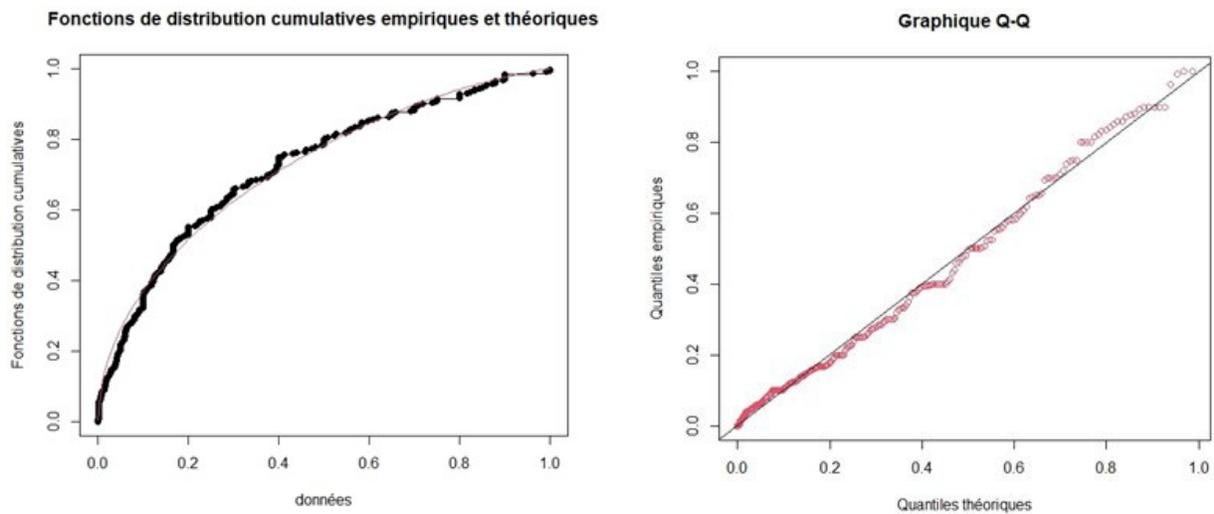


Figure A.5

Comparaison de l'ajustement de la distribution du taux de létalité : Loi bêta



Taux de mortalité

Le tableau A.5 montre les résultats de l'ajustement du taux de mortalité, la loi gamma ayant la plus grande log-vraisemblance.

Tableau A.5

Résultat de l'ajustement de distribution du taux de mortalité

Loi	Estimation	Écart-type	Log-vraisemblance	CIA	CIB
Exponentielle	taux = 5,8	taux : 0,51	97	-191	-189
Gaussienne	moyenne = 0,17 ét = 0,22	moyenne : 0,019 ét : 0,013	15	-25	-20
Log-normale	moy. log. = -3,1 ét log = 2,4	moy. log. : 0,21 ét log : 0,15	103	-203	-197
Gamma	forme = 0,48 taux = 2,76	forme : 0,049 taux : 0,454	129	-254	-248
Weibull	forme = 0,61 échelle = 0,13	forme : 0,045 taux : 0,019	125	-246	-240
Uniforme	min = 0,000003 max. = 0,996667	S. O.	0,43	3,1	8,8
Bêta	forme1 = 0,39 forme2 = 1,61	forme1 : 0,039 forme2 : 0,232	128	-253	-247

Taux d'infection

Le tableau A.6 montre les résultats d'ajustement du taux de mortalité, la distribution gamma ayant la plus grande log-vraisemblance.

Tableau A.6

Résultat de l'ajustement de la distribution du taux d'infection

Loi	Estimation	Écart-type	Log-vraisemblance	CIA	CIB
Exponentielle	taux = 3,4	taux : 0,41	15	-29	-27
Gaussienne	moyenne = 0,29 ét = 0,27	moyenne : 0,033 ét : 0,023	-7,1	18	23
Log-normale	moy. log. = -2,1 ét. log. = 1,8	moy. log. : 0,22 ét log : 0,16	2,4	-0,84	3,6

Loi	Estimation	Écart-type	Log-vraisemblance	CIA	CIB
Gamma	forme = 0,73 taux = 2,47	forme : 0,11 taux : 0,51	18	-32	-28
Weibull	forme = 0,85 échelle = 0,27	forme : 0,087 taux : 0,041	17	-30	-25
Uniforme	min = 0,00052 max. = 1	S. O.	0,035	3,9	8,4
Bêta	forme1 = 0,55 forme2 = 1,32	S. O.	S. O.	S. O.	S. O.

À l'instar du taux de létalité, le graphique Q-Q montre que la loi bêta apparie mieux les queues. Les figures A.6 et A.7 comparent les données empiriques et les lois gamma et bêta étalonnées, respectivement.

Figure A.6

Comparaison de la distribution des taux d'infection : Loi gamma

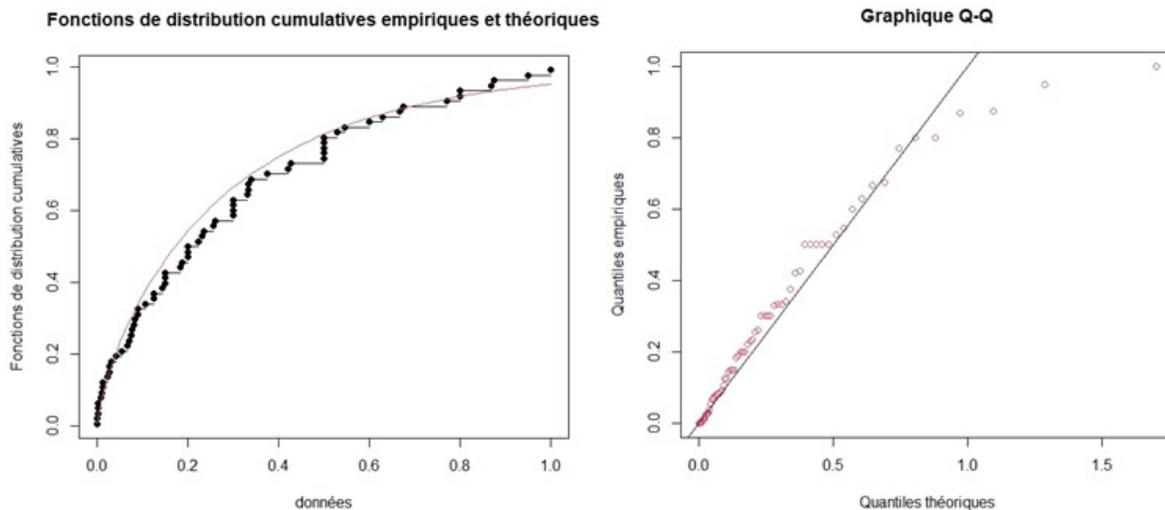
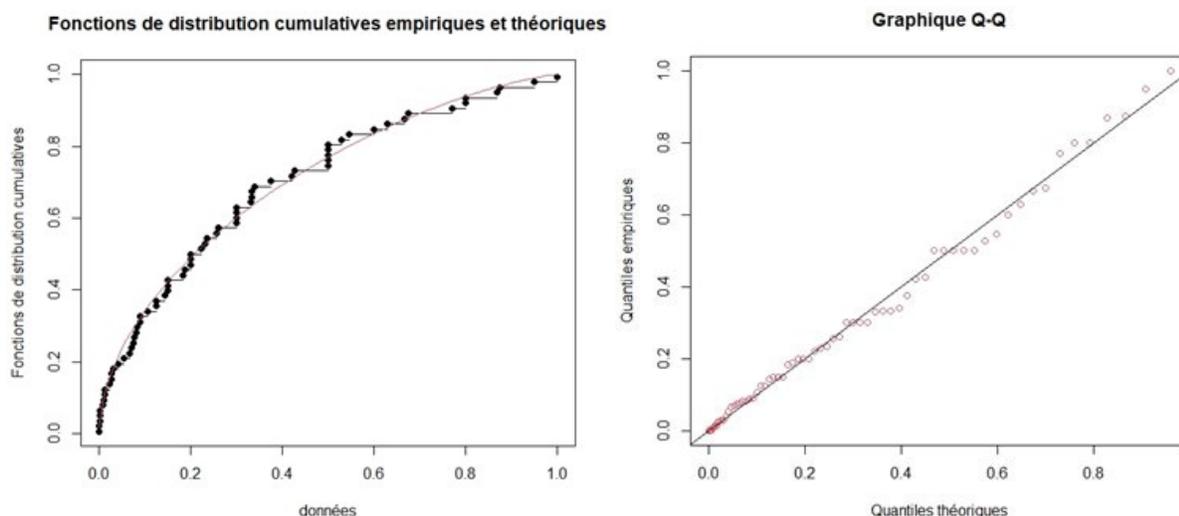


Figure A.7

Comparaison de la distribution des taux d'infection : Loi bêta



Il est également utile d'identifier tout changement structurel apporté à ces mesures du taux de gravité compte tenu des changements sociaux, médicaux et économiques survenus au cours de l'histoire de l'humanité. Les figures A.8 à A.10 montrent les changements par année de début de pandémie ou d'épidémie. La gamme de taux de létalité semble assez stable au fil du temps : certaines anciennes maladies sont éradiquées, mais de nouvelles sont apparues. Le taux de mortalité affiche une tendance à la baisse, en grande partie grâce à de meilleurs soins médicaux et à des mesures de confinement efficaces. Le taux d'infection a également diminué, mais les données pourraient ne pas être suffisantes pour obtenir une réponse définitive.

Figure A.8

Taux de létalité par année

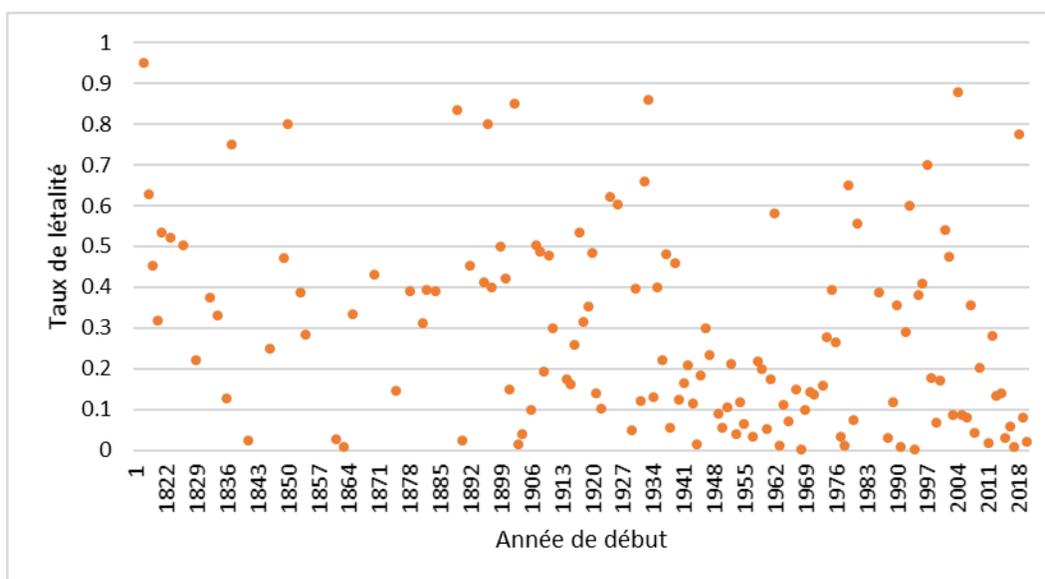


Figure A.9

Taux de mortalité par année

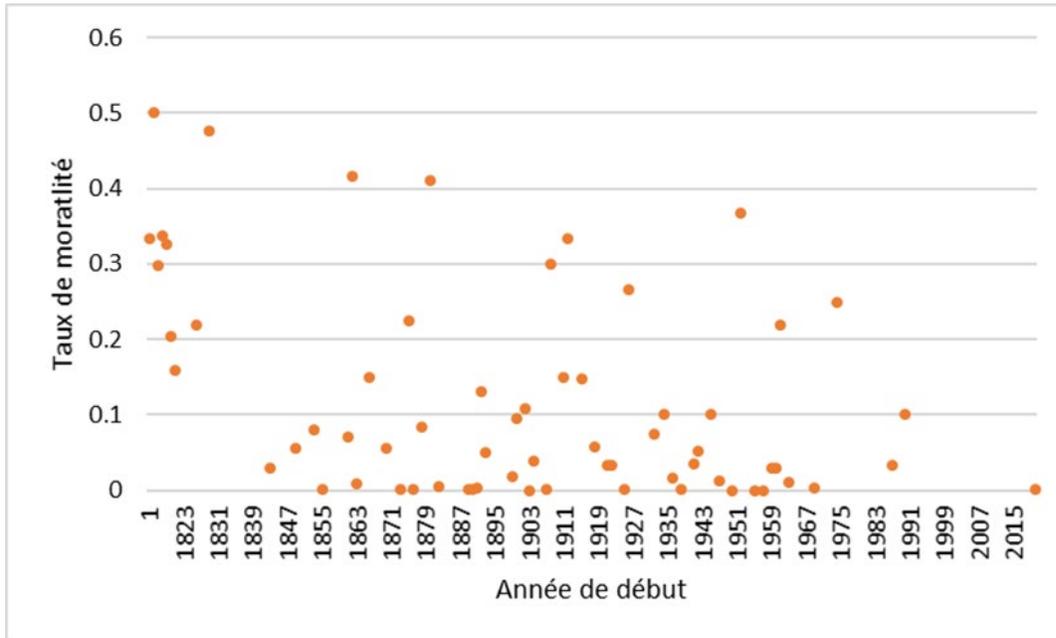
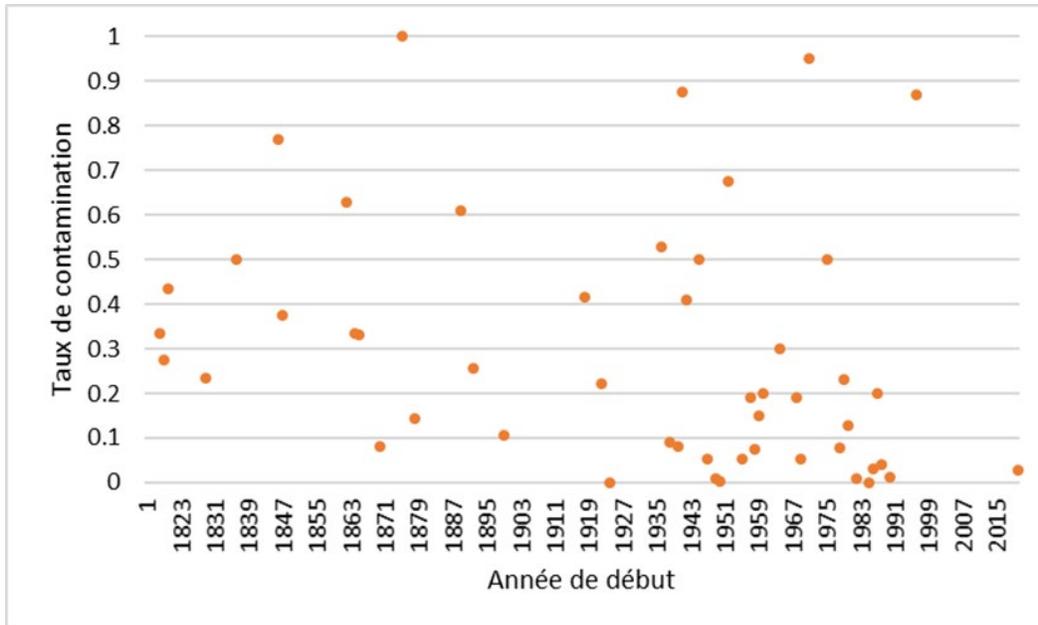


Figure A.10

Taux d'infection par année



A.5 Modèle de Markov caché

Un modèle de Markov caché (MMC) analyse le processus d'états cachés de Markov en appliquant des observations qui dépendent largement de l'état caché. Le prochain état caché dépend de l'état caché actuel, mais non de l'historique des états cachés. Dans la plupart des cas, une matrice de transition est utilisée pour définir la probabilité du prochain état, compte tenu de l'état actuel. La distribution des observations change avec l'état caché. D'après l'observation réelle, un système d'inférence reposant sur la règle de Bayes peut être utilisé pour prédire les états cachés futurs. Les états peuvent être considérés comme des phases différentes d'un même cycle. Par exemple, un MMC peut être utilisé pour identifier la fréquence élevée et la faible fréquence. Les lois de fréquence et de gravité peuvent varier entre l'état de fréquence élevée et l'état de faible fréquence. Un MMC utilise le caractère aléatoire pour décrire la transition entre différents états.

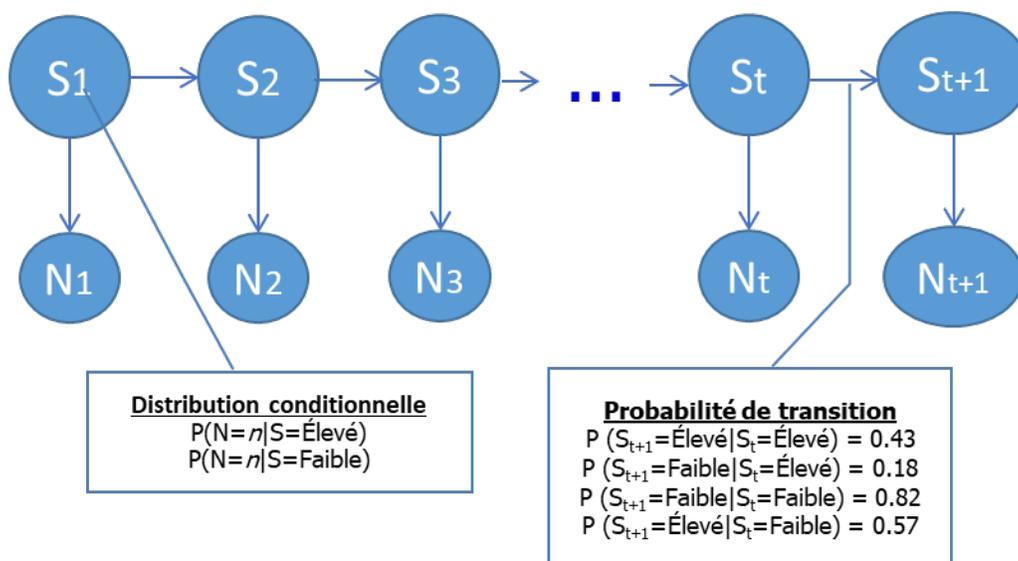
La configuration de base d'un MMC est la même que celle du modèle de Monte Carlo par chaîne de Markov (MCCM). Toutefois, dans un MMC, les états ne sont pas observables et ils peuvent être inférés uniquement à l'observation d'autres variables connexes. Comme les variables connexes sont touchées par l'état, leurs valeurs peuvent indiquer l'état actuel de façon probabiliste. L'état inféré des observations est important pour projeter les trajectoires futures des états et leurs résultats. À l'instar d'un modèle à changement de régime, un MMC saisit la variabilité supplémentaire attribuable à des changements d'état qui ne pourraient autrement être reflétés par une seule distribution.

Dans la figure 6, où la fréquence annuelle des pandémies/épidémies est indiquée de 1801 à 2020, on a relevé des périodes de plusieurs années où le nombre de pandémies/épidémies était supérieur à la moyenne. Pour saisir cette tendance, un MMC est étalonné pour ajouter une couche supplémentaire d'incertitude dans la modélisation des fréquences en plus de l'approche d'ajustement de la distribution.

À des périodes différentes de l'histoire, les distributions de la fréquence des pandémies/épidémies ont été différentes. Deux états sont présumés : Fréquence « élevée » et « faible ». La fréquence annuelle des pandémies/épidémies peut représenter n'importe quel nombre entier de 0 à 6, toute valeur supérieure à 6 étant ramenée à 6 étant donné une faible probabilité de 6 %. La figure A.11 illustre la structure du modèle, les probabilités de transition étant illustrées à titre d'exemple.

Figure A.11

Exemple de structure du MMC



D'après les données historiques de fréquence de 1800 à 2020, l'algorithme de Baum-Welch² est appliqué et le MMC étalonné est présenté au tableau A.7. Les distributions conditionnelles étalonnées sont raisonnables lorsque l'on compare les états élevés et bas, qui représentent la fréquence élevée et la faible fréquence.

Tableau A.7

Résultats de l'étalonnage selon le MMC

Deux états		« É » : Élevé, « F » : Faible										
Probabilité d'état initial	$\pi_{11} = 20 \%$, $\pi_{12} = 80 \%$											
Probabilité de transition	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Probabilité</th> <th>$S_{t+1} = \text{« É »}$</th> <th>$S_{t+1} = \text{« F »}$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$S_t = \text{ÉF}$</td> <td>43 %</td> <td>57 %</td> </tr> <tr> <td>$S_t = \text{F}$</td> <td>18 %</td> <td>82 %</td> </tr> </tbody> </table>	Probabilité	$S_{t+1} = \text{« É »}$	$S_{t+1} = \text{« F »}$	$S_t = \text{ÉF}$	43 %	57 %	$S_t = \text{F}$	18 %	82 %		
Probabilité	$S_{t+1} = \text{« É »}$	$S_{t+1} = \text{« F »}$										
$S_t = \text{ÉF}$	43 %	57 %										
$S_t = \text{F}$	18 %	82 %										
Fréquence annuelle	0, 1, 2, 3, 4, 5 et 6+, désignés respectivement par a, b, c, d, e, f et g.											

² Le lecteur trouvera des détails à l'adresse http://en.wikipedia.org/wiki/Baum%E2%80%93Welch_algorithm

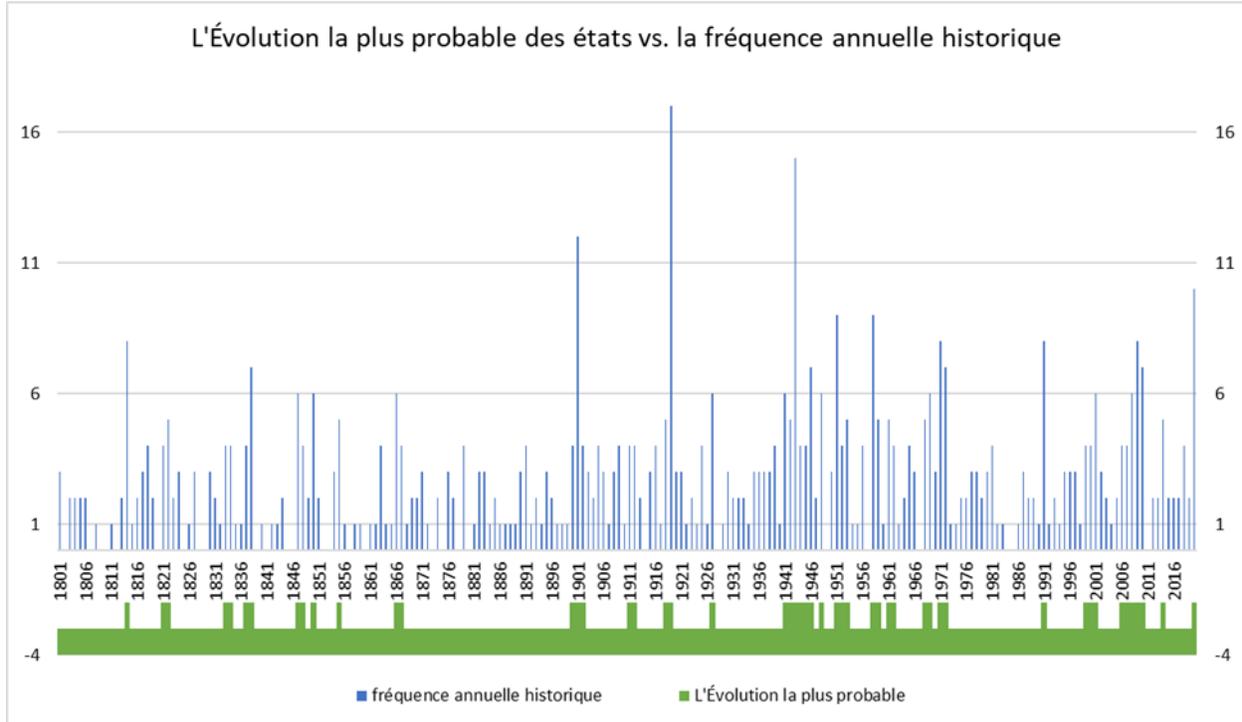
Deux états		« É » : Élevé, « F » : Faible	
Distribution conditionnelle de la fréquence annuelle	Probabilité	$S_i = \text{« É »}$	$S_i = \text{« F »}$
	$P(a S_i)$	0,0 %	17 %
	$P(b S_i)$	0,0 %	31 %
	$P(c S_i)$	0,0 %	24 %
	$P(d S_i)$	0,027 %	20 %
	$P(e S_i)$	38 %	7 %
	$P(f S_i)$	18 %	0 %
	$P(g S_i)$	45 %	0 %

À l'aide de l'algorithme de Viterbi³, largement utilisé dans la programmation dynamique, on peut trouver la trajectoire la plus probable des états dans les données historiques. La figure A.12 montre la trajectoire la plus probable par rapport à la fréquence annuelle historique des pandémies/épidémies. Une barre verte élevée signifie un état élevé par rapport au modèle étalonné, et les autres ont un état faible. Le parcours correspond à l'expérience historique, mais il comporte une certaine incertitude. Pour certaines années où le nombre de pandémies ou d'épidémies est élevé, l'état est faible. Par exemple, les années 1878 et 1890 sont considérées comme étant à état faible, tandis que l'année 1991 est considérée à état élevé. Quatre événements ont été enregistrés pour toutes ces années.

³ Le lectorat trouvera des détails à l'adresse http://en.wikipedia.org/wiki/Viterbi_algorithm#History.

Figure A.12

Évolution la plus probable de la fréquence historique des pandémies/épidémies (1800-2020)



À l'aide du MMC étalonné, la distribution future de la fréquence annuelle peut être simulée. Nous testerons deux scénarios : a) lorsque l'état actuel est élevé et b) lorsque l'état actuel est faible. Compte tenu du MMC mis à jour, l'état et la fréquence de la prochaine période sont simulés. Par exemple, si l'état actuel est Élevé, le simulateur simulera d'abord l'état de la période suivante en fonction de la matrice de transition. Par la suite, le modèle simulera le nombre de pandémies/épidémies selon la distribution conditionnelle, compte tenu de l'état. Les résultats sont résumés au tableau A.8.

Tableau A.8

Simulation MMC et données historiques

Statistiques	Nombre de pandémies/épidémies au cours d'une année		
	Résultats historiques ¹	Simulation : État initial Faible	Simulation : État initial Élevé
Moyenne	2,47	2,23	3,12
Écart-type	1,82	1,70	2,04
VaR(70) ²	3	3	4
VaR(80)	4	4	5
VaR(90)	6	5	6
VaR(95)	6	6	6

Notes :

1. Les données historiques comprennent les données de 1801 à 2020, utilisées pour l'ajustement de la distribution de la fréquence.
2. VaR(X) : Valeur à risque au X^e centile.

De façon générale, nous pouvons constater que les valeurs moyennes et la VaR des trajectoires simulées à partir de l'état Élevé sont plus élevées que celles des données historiques. Pour la modélisation et la gestion des risques extrêmes, les trajectoires simulées commençant à l'état Élevé sont les plus utiles des trois ensembles de données parce qu'elles saisissent mieux les résultats défavorables potentiels.

Si un modèle fondé sur l'état est utilisé pour modéliser la fréquence, il est utile de comprendre qu'en plus de la fréquence elle-même, d'autres variables, comme la gravité et la durée, varient aussi selon l'état. Le tableau A.9 présente les statistiques descriptives par état à partir de données historiques. Celles-ci peuvent servir à définir les attributs des états qui peuvent être utilisés pour la génération de scénarios fondée sur les états.

Tableau A.9

Statistiques sur la gravité et la durée dépendant de l'état

Statistiques	État	Taux de létalité	Taux de mortalité	Taux d'infection	Durée	Fréquence
Moyenne	L	0,29	0,10	0,29	5,39	2,68
	É	0,24	0,09	0,26	3,62	3,02
Écart-type	F	0,23	0,12	0,29	7,84	9,46
	É	0,20	0,13	0,24	3,92	2,82

Annexe B. Simulation du PSG

B.1 Processus de simulation

Le processus détaillé de génération de scénarios à l'aide des modèles étalonnés avec la meilleure qualité de l'ajustement aux données historiques est décrit ci-dessous. La présente annexe est le prolongement de la [sous-section 5.1](#).

Étape 1

Générer la fréquence des pandémies/épidémies. Pour la fréquence annuelle des pandémies/épidémies, on choisit la loi binomiale négative avec la LPG qui décrit la queue, qui garantit une bonne correspondance par rapport aux données historiques. Sa fonction de densité de la probabilité est la suivante :

$$f(\text{fréq} = x) \sim \begin{cases} \binom{\text{taille} + x}{x} p^{\text{taille}} (1-p)^x & \text{si } x \leq u \\ \frac{1}{\sigma_u} \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma_u}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1} (1 - F(\text{fréq} \leq u)) & \text{si } x > u \end{cases}$$

Paramètres étalonnés en fonction des données historiques :

- $\text{taille} = 2,7$
- $p = 0,5$
- $u = 7$
- $\sigma_u = 4,03$
- $\xi = -0,16$

Le MMC peut également être utilisé, mais l'avantage n'est pas significatif compte tenu du niveau similaire de gravité à haute et basse fréquences. La date réelle d'occurrence suit une loi uniforme dans une année.

Étape 2

Pour chaque événement simulé à partir de l'étape 1, générer des mesures de la durée et de la gravité, y compris le TL et le TI.

Durée (D)

$$f(D = x) \sim \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi x \sigma}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} & \text{si } x \leq u \\ \frac{1}{\sigma_u} \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma_u}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1} (1 - F(D \leq u)) & \text{si } x > u \end{cases}$$

Paramètres étalonnés en fonction des données historiques :

- $\mu = 0,68$
- $\sigma = 1,05$
- $u = 7$
- $\sigma_u = 14,86$
- $\xi = -0,27$

Taux de létalité (TL)

$$f(TL = x) \sim \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma_u}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1}$$

Paramètres étalonés en fonction des données historiques :

- $\alpha = 0,49$
- $\beta = 1,30$

Taux d'infection (TI)

$$f(TI = x) \sim \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \left(1 + \xi \frac{x-u}{\sigma_u}\right)^{-\frac{1}{\xi}-1}$$

Paramètres étalonés en fonction des données historiques :

- $\alpha = 0,55$
- $\beta = 1,32$

Pour générer les trois variables de l'étape 2, la matrice de corrélation du tableau B.1 est utilisée en fonction des données historiques. Des probabilités cumulatives marginales corrélées sont générées en premier, et les valeurs des variables sont calculées d'après les fonctions de probabilité cumulée et des probabilités cumulatives générées.

Tableau B.1

Matrice de corrélation de la durée et de la gravité (1050 av. J.-C. à 2020)

	Durée	TL	TI
Durée	1,00	0,06	-0,23
TL	0,06	1,00	0,17
TI	-0,23	0,17	1,00

La mesure de gravité générée ci-dessus correspond au niveau total. Étant donné que différents groupes d'âge peuvent être soumis à des niveaux de gravité différents, une loi multinomiale fondée sur les résultats de la figure 5 peut être utilisée pour simuler les décès dans différents groupes d'âge : nourrisson (0 à 5 ans), avec une proportion de 32 %; enfants (6 à 20 ans), avec une proportion de 30 %; jeunes adultes (21 à 40 ans), avec une proportion de 14 %; adultes d'âge moyen (41 à 60 ans), avec une proportion de 11 %; et adultes âgés (60 ans et plus), avec une proportion de 13 %.

Étape 3

En fonction des résultats simulés de gravité de chaque pandémie ou épidémie, déterminer la survenance d'un événement extrême et sa durée. Les pandémies extrêmes ont été définies comme des événements comptant pas moins de 800 000 décès ou pas moins de 12 000 000 cas d'infection dans la [sous-section 4.1](#) pour étudier les relations non linéaires avec le risque financier.

- Pour tous les événements des étapes précédentes, une loi binomiale dont la probabilité est de 3,7 % est utilisée pour déterminer si un événement généré est une pandémie. La probabilité de 3,7 % correspond au ratio de 30 pandémies historiques et de 817 pandémies et épidémies au total.
- Si un événement généré est étiqueté comme un événement pandémie, le nombre d'infections correspondra au produit de la population mondiale actuelle et du TI simulé pour cet événement. Le nombre de décès représentera le produit du nombre de cas d'infection et du taux de létalité simulé pour cet événement. Si l'un d'eux dépasse le seuil, l'événement généré sera déterminé comme un événement extrême pour ce scénario particulier. Différentes hypothèses de scénarios économiques, comme la volatilité des risques idiosyncrasiques et la corrélation entre les risques idiosyncrasiques et le risque systémique, seront utilisées en fonction de l'occurrence d'une simulation de pandémie extrême.
- Pour chaque épidémie simulée, le nombre de décès et le nombre de cas d'infection ne sont pas calculés explicitement compte tenu de la limite de modélisation de la portée géographique de l'événement. Bien que les données historiques utilisées dans le présent rapport ne permettent pas de tels détails, une façon possible d'utiliser ces événements épidémiques consiste à les appliquer directement aux régions ayant des polices d'assurance souscrites.

Étape 4

Générer des facteurs économiques fondés sur les modèles VAR.

$$\mathbf{E}_{.t} = \mathbf{c} + \mathbf{A}_E \mathbf{E}_{.t-1} + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

Le tableau 8 présente les résultats d'étalonnage pour cet \mathbf{A}_E , $\boldsymbol{\sigma}$, l'écart-type du vecteur d'erreur $\boldsymbol{\varepsilon}_t$. Le tableau 10 énumère la matrice de corrélation pour les sept facteurs économiques. En utilisant la décomposition de Cholesky, une matrice de corrélation \mathbf{CM} , comme celle du tableau 19, peut être décomposée comme le produit d'une matrice triangulaire inférieure \mathbf{L} et sa transposition \mathbf{L}^T , étant donné que la matrice de corrélation est positive. $\mathbf{L}\boldsymbol{\varepsilon}_t$ a la même matrice de corrélation à partir de laquelle \mathbf{L} est dérivée, comme on peut le voir ci-dessous :

$$\text{Cov.}(\mathbf{L}\boldsymbol{\varepsilon}_t, \mathbf{L}\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \mathbb{E}(\mathbf{L}\boldsymbol{\varepsilon}_t(\mathbf{L}\boldsymbol{\varepsilon}_t)^T) = \mathbb{E}(\mathbf{L}\boldsymbol{\varepsilon}_t(\boldsymbol{\varepsilon}_t)^T \mathbf{L}^T) = \mathbf{L}\mathbb{E}(\boldsymbol{\varepsilon}_t(\boldsymbol{\varepsilon}_t)^T) \mathbf{L}^T = \mathbf{L} \times \mathbf{I} \times \mathbf{L}^T = \mathbf{L} \times \mathbf{L}^T = \mathbf{CM}$$

Les facteurs économiques peuvent alors être générés comme suit :

$$\mathbf{E}_{.t} = \mathbf{c} + \mathbf{A}_E \mathbf{E}_{.t-1} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}\boldsymbol{\varepsilon}_t$$

Étape 5

Générer des variables du marché des capitaux à partir de modèles linéaires.

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\phi}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \boldsymbol{\phi}_2 \mathbf{y}_{t-2} + \mathbf{B}_0 \mathbf{E}_{.t} + \mathbf{B}_1 \mathbf{E}_{.t-1} + \mathbf{B}_2 \mathbf{E}_{.t-2} + \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon}_t$$

Le tableau 13 présente les résultats d'étalonnage pour le terme constant $\boldsymbol{\alpha}$, le coefficient d'autocorrélation $\boldsymbol{\phi}$, les relations avec les facteurs économiques \mathbf{B} et la volatilité du terme d'erreur $\boldsymbol{\sigma}$. La partie idiosyncrasique des variables du marché des capitaux $\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{\varepsilon}_t$ doit être ajustée pour tenir compte de la volatilité non constante et des relations non linéaires, comme dans l'exemple suivant :

- Construire deux matrices de corrélation à partir des termes d'erreur des modèles lasso. La première matrice de corrélation $\mathbf{CM}_{\text{Normale}}$, qui figure à gauche de la figure 23, décrit les relations entre les termes d'erreur de toutes les variables modélisées du marché des capitaux en utilisant des données historiques pendant les périodes normales. La deuxième matrice de corrélation, $\mathbf{CM}_{\text{Extrême}}$, à la droite de la figure 23, décrit les

relations entre les termes d'erreur pendant les périodes où les pandémies sont extrêmes. On peut ensuite procéder à une décomposition de Cholesky pour obtenir les matrices triangulaires inférieures L_{Normale} et $L_{\text{Extrême}}$ pour générer des facteurs idiosyncrasiques corrélés.

- Générer des facteurs idiosyncrasiques corrélés I_t^i pour toutes les variables modélisées du capital pendant la période t selon le scénario i :

$$I_t^i = \begin{cases} \sigma_{\text{Normale}} L_{\text{Normale}} \varepsilon_t^i & \text{si en période normale pendant la période } t \text{ en vertu du scénario } i \\ \sigma_{\text{Extrême}} \cdot L_{\text{Extrême}} \varepsilon_t^i & \text{si en période extrême pendant la période } t \text{ en vertu du scénario } i \end{cases}$$

Où

σ_{Normale} est un vecteur colonne contenant l'écart-type des termes d'erreur de toutes les variables du marché des capitaux en période normale, comme l'indique la colonne 2 du tableau 23;

$\sigma_{\text{Extrême}}$ est un vecteur colonne contenant l'écart-type des termes d'erreur de tous les modèles de rendement des actifs en période normale, comme l'indique la colonne 3 du tableau 23;

ε_t^i est un vecteur colonne contenant des variables aléatoires indépendantes suivant une distribution normale standard pour toutes les variables du marché des capitaux;

L_{Normale} est une matrice triangulaire inférieure de sorte que la matrice de corrélation des termes d'erreur CM_{Normale} puisse être décomposée sous $L_{\text{Normale}} \times L_{\text{Normale}}^T$; et

$L_{\text{Extrême}}$ est une matrice triangulaire inférieure de sorte que la matrice de corrélation des termes d'erreur $CM_{\text{Extrême}}$ puisse être décomposée sous $L_{\text{Extrême}} \times L_{\text{Extrême}}^T$.

Jusqu'à cette étape, nous avons traité de la volatilité non constante et des relations non linéaires entre les facteurs idiosyncrasiques des variables du marché des capitaux. La formule de génération de scénarios économiques devient

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + B_0 E_t + B_1 E_{t-1} + B_2 E_{t-2} + I_t^i$$

$$\text{Soit } y_t^p = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + B_0 E_t + B_1 E_{t-1} + B_2 E_{t-2}$$

$$y_t = y_t^p + I_t^i$$

- Ajuster I_t^i pour tenir compte de la corrélation non nulle entre les facteurs idiosyncrasiques et les facteurs systémiques en période de pandémie extrême :

$$I(y_t^i) = \begin{cases} (\rho_r \cdot (y_t^p - \bar{y}) + \sqrt{1 - \rho_r^2} \cdot I_t^i) \frac{\sigma_{\text{Extrême}}}{\sqrt{\rho_r^2 (\sigma_{\text{Extrême}}^p)^2 + (1 - \rho_r^2) (\sigma_{\text{Extrême}})^2}} & \text{si en période extrême pendant la période } t \text{ en vertu du scénario } i \\ I_t^i & \text{autrement,} \end{cases}$$

où ρ_r est un vecteur colonne contenant la corrélation non nulle entre les facteurs idiosyncrasiques et les facteurs systémiques, comme le montre la colonne 5 du tableau 23. \bar{y} est la valeur attendue/stable de la variable y .

- La formule de génération de scénarios économiques des variables du marché des capitaux est la suivante :

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + B_0 E_t + B_1 E_{t-1} + B_2 E_{t-2} + I(y_t^i)$$

B.2 Exemples de simulations

Les percentiles d'un échantillon de facteurs de risque simulés sont présentés dans les graphiques ci-dessous. La présente annexe est le prolongement de la [sous-section 5.2](#).

Les figures B.1 à B.4 montrent les percentiles de la fréquence, de la durée, du TL et du TI par période. Aucune tendance temporelle n'est décelée, ce qui est conforme à nos constatations fondées sur les données historiques.

Figure B.1

Percentiles de la fréquence trimestrielle simulés

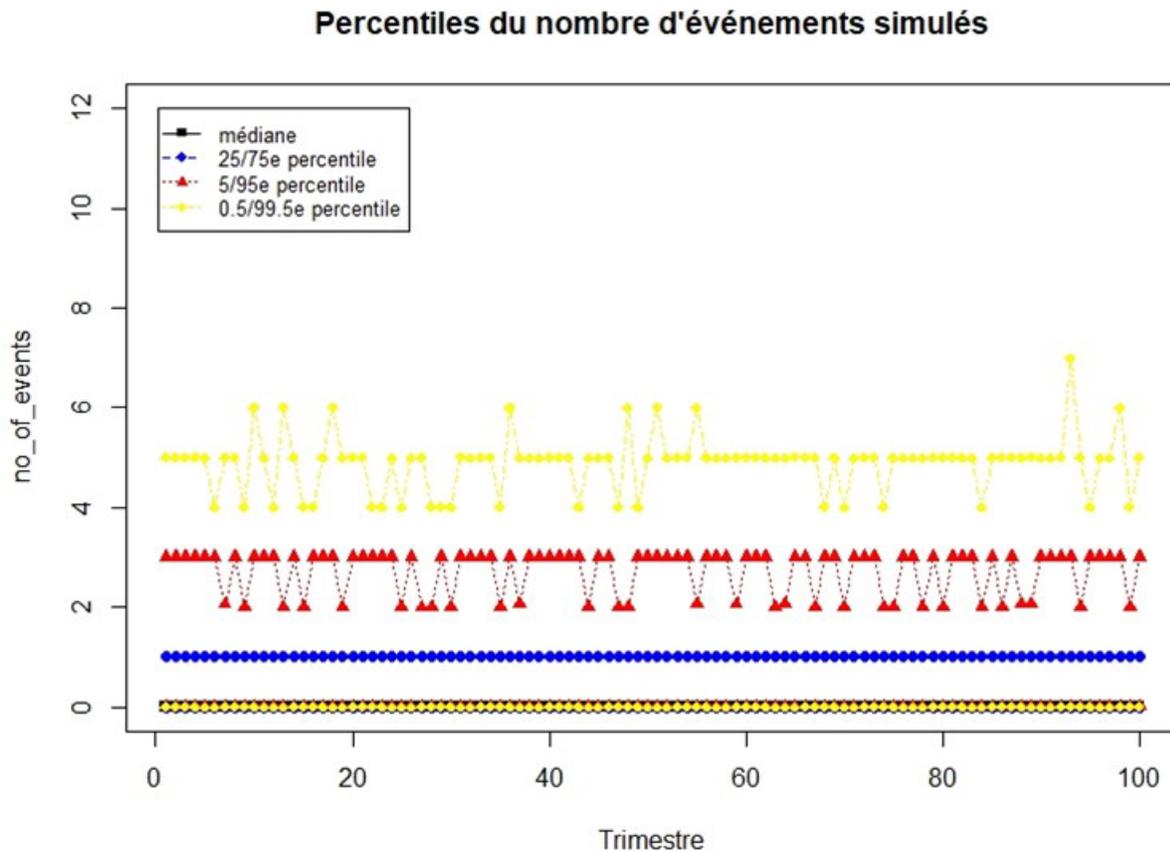
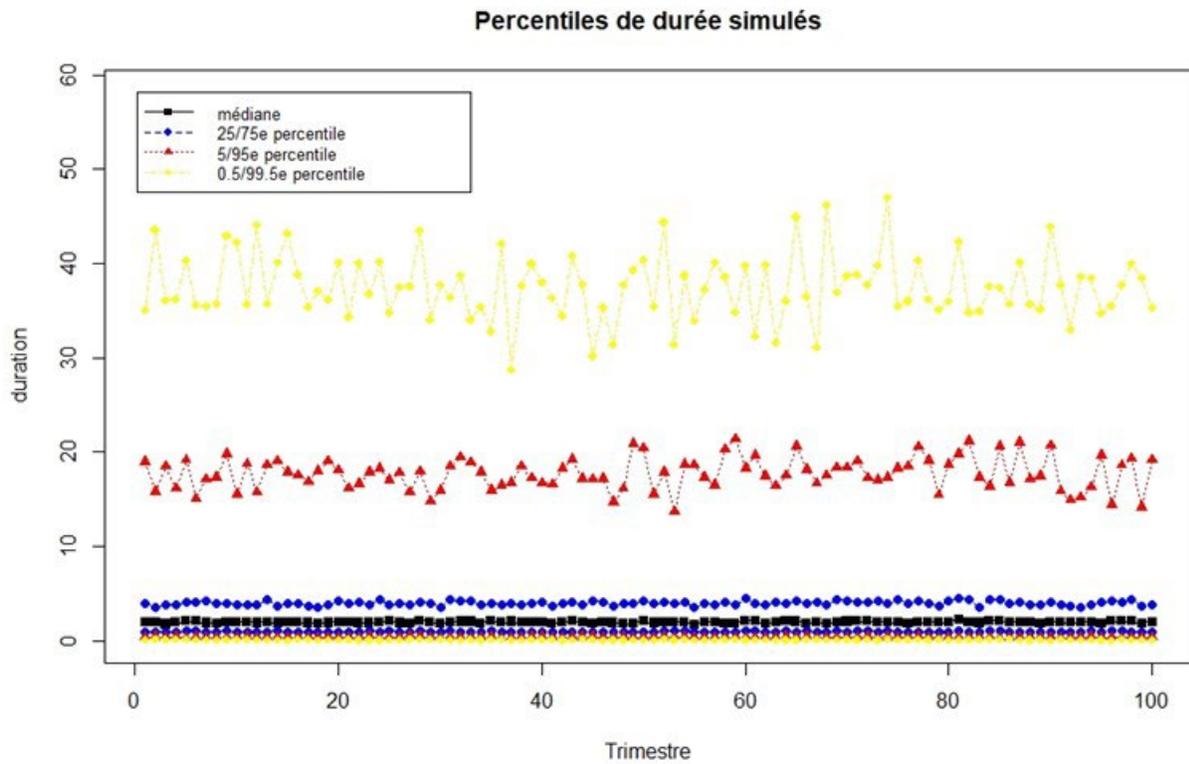


Figure B.2

Percentiles de la durée simulés



Les pandémies ou épidémies à court et à long terme sont simulées par le GSP.

Figure B.3

Percentiles du taux de létalité simulés

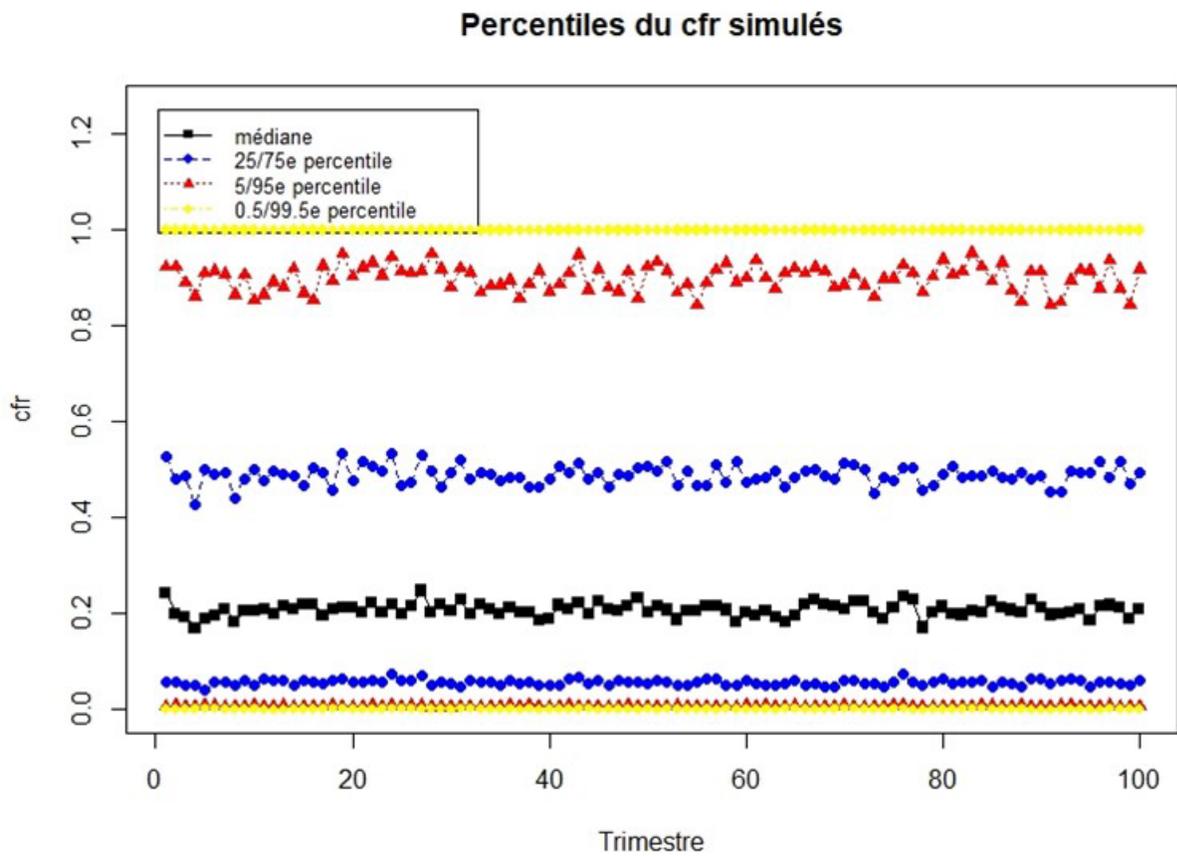
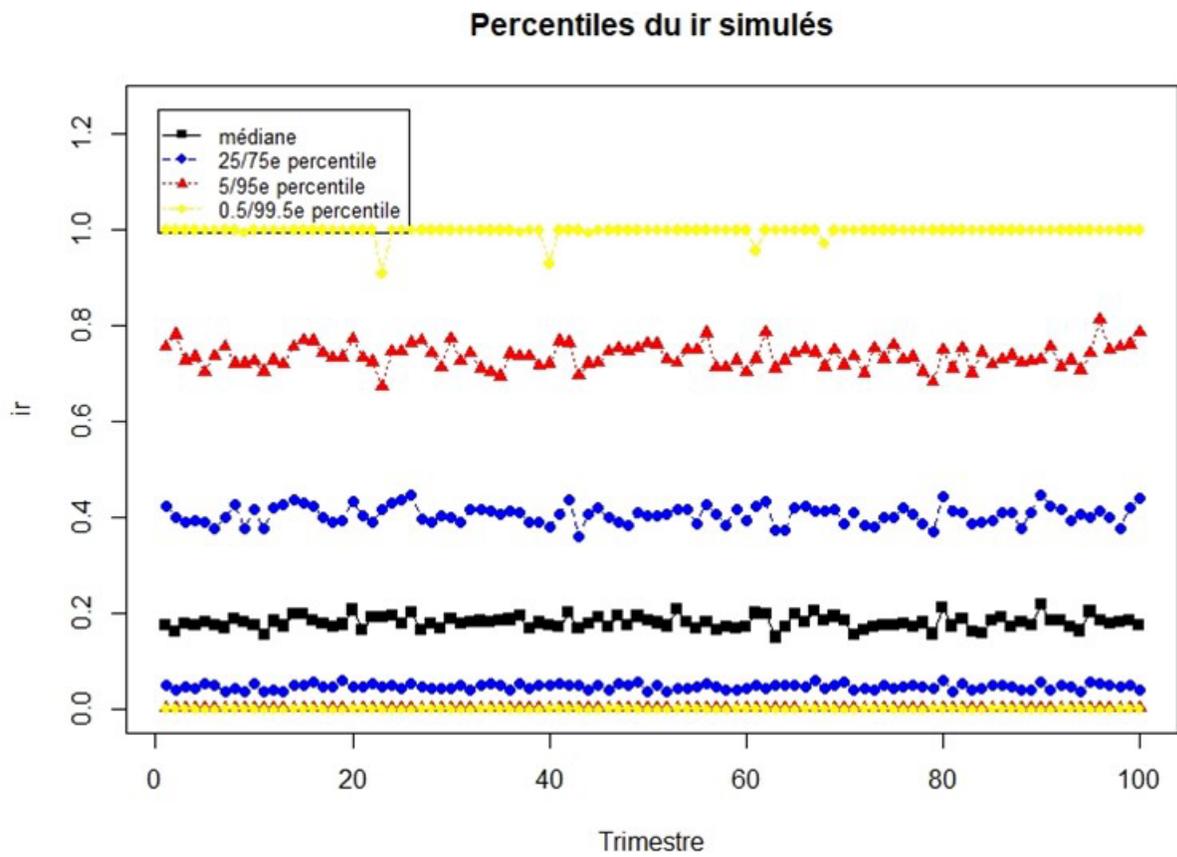


Figure B.4

Percentiles du taux d'infection simulés



Les figures B.5 à B.11 montrent les percentiles des facteurs économiques simulés par période, sans observer de tendances anormales.

Figure B.5

Percentiles du taux de croissance du PIB simulés

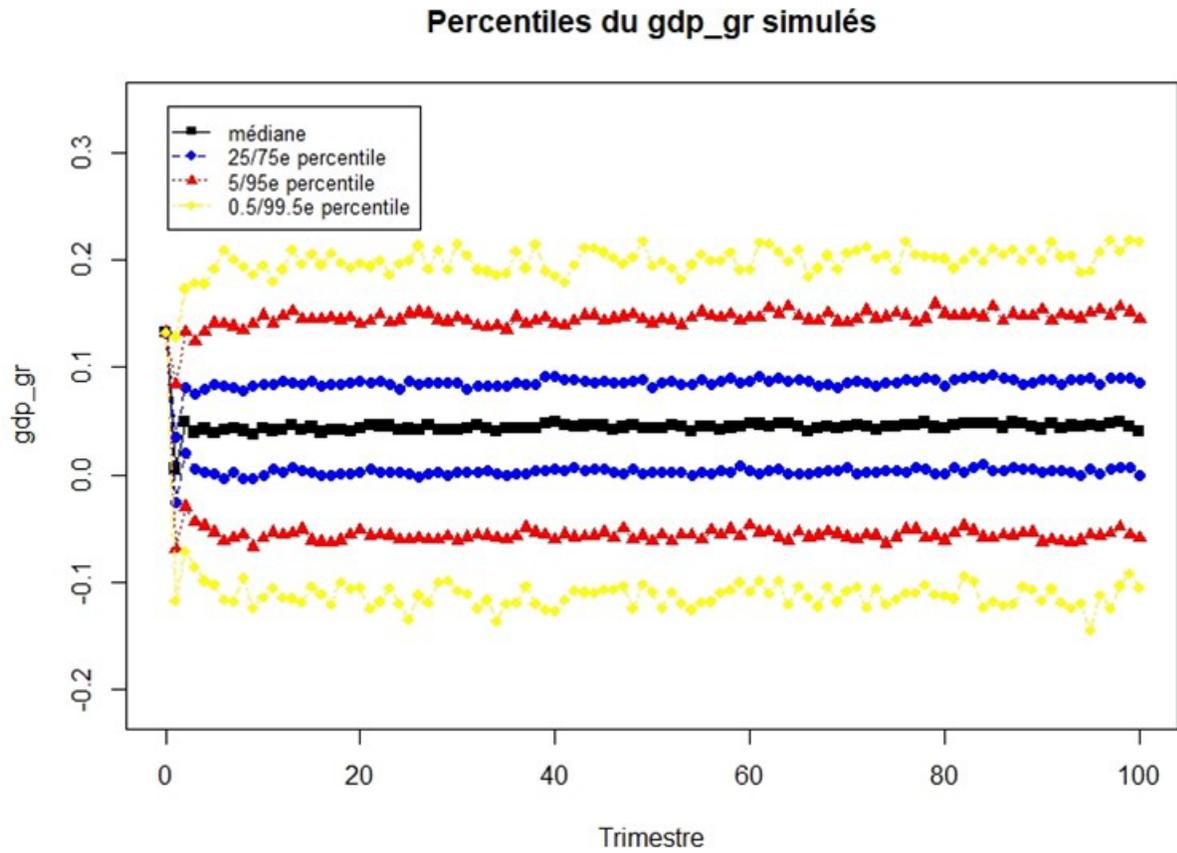


Figure B.6

Percentiles du taux d'inflation simulés

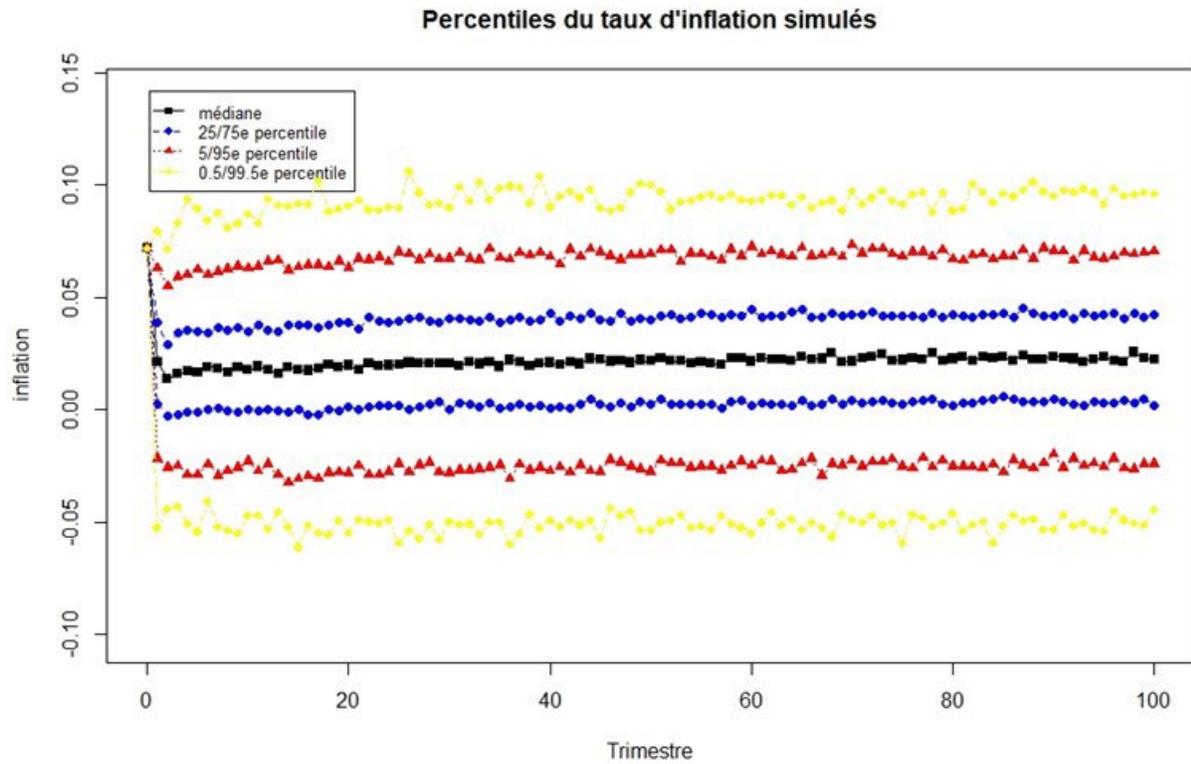


Figure B.7

Percentiles du taux de croissance de la consommation personnelle simulés

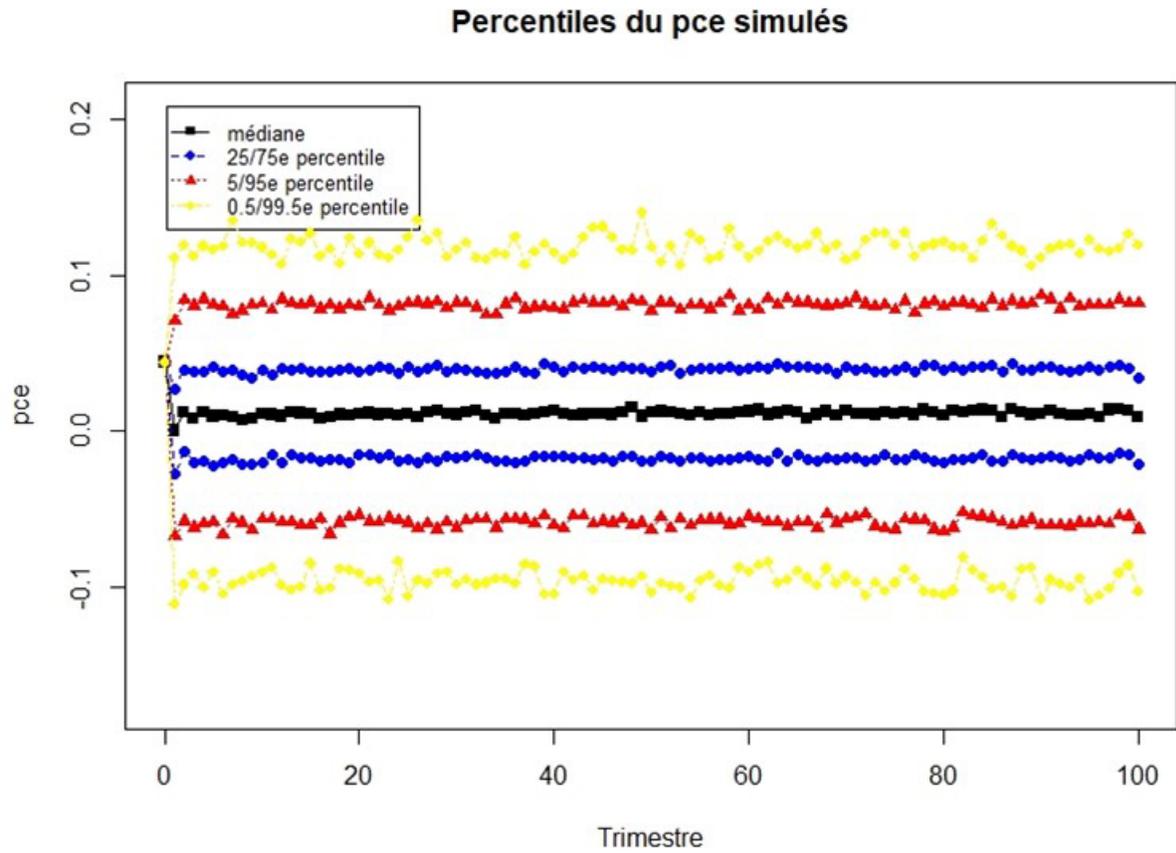


Figure B.8

Percentiles du taux de croissance des placements simulés

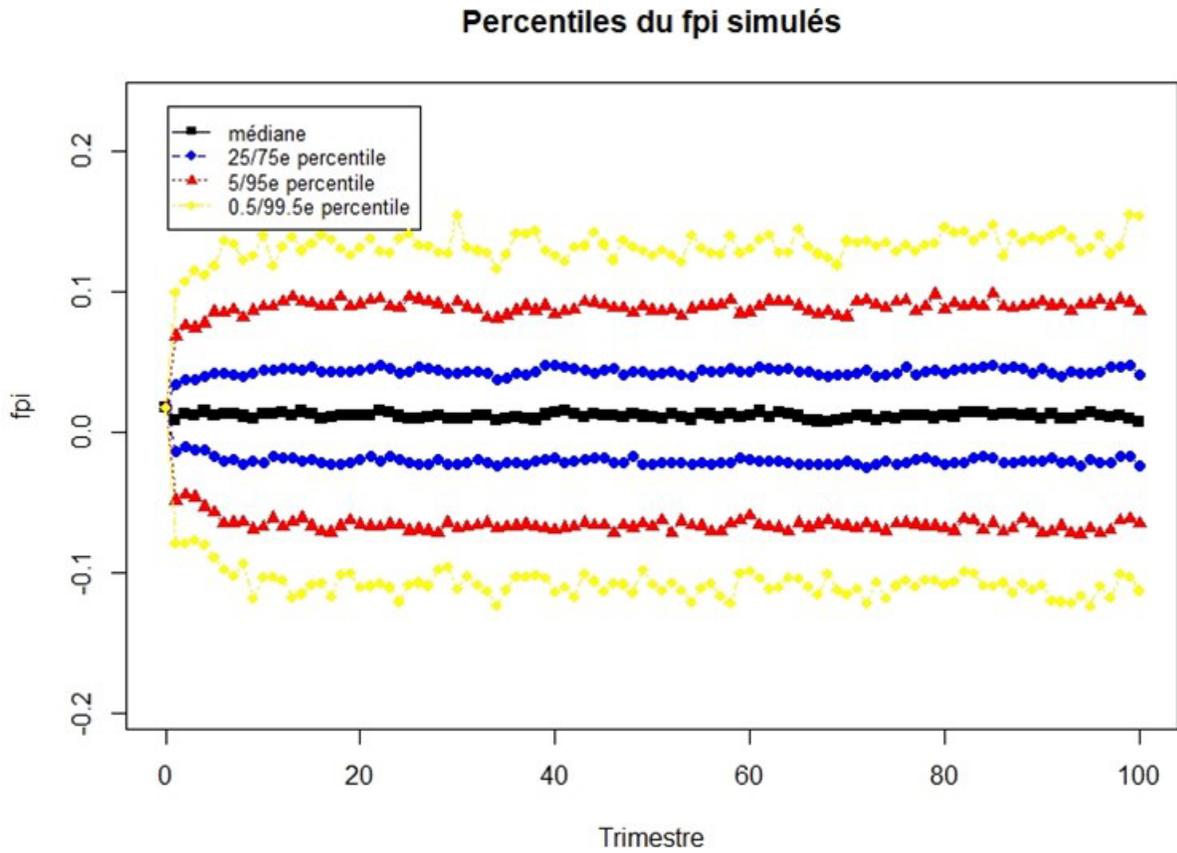


Figure B.9

Percentiles du taux de croissance des dépenses publiques simulés

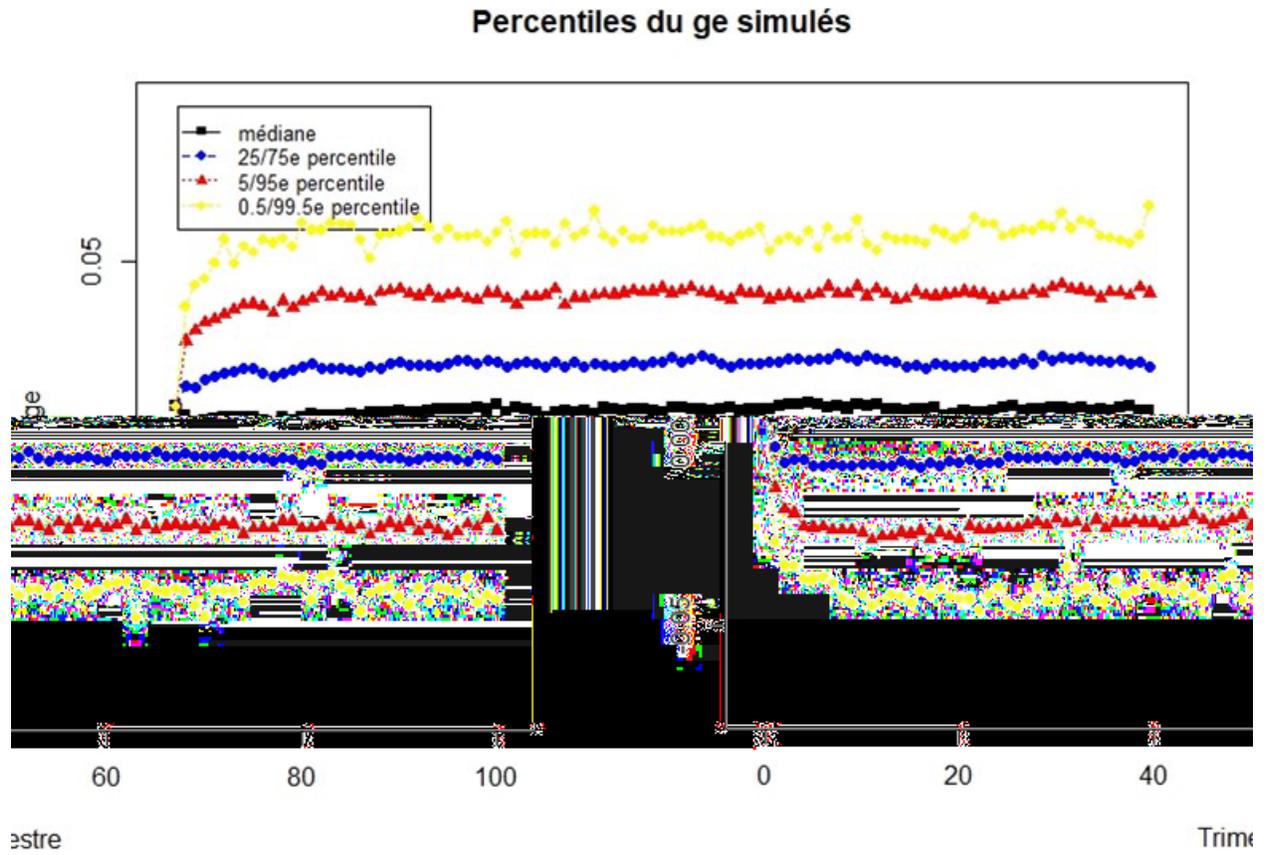


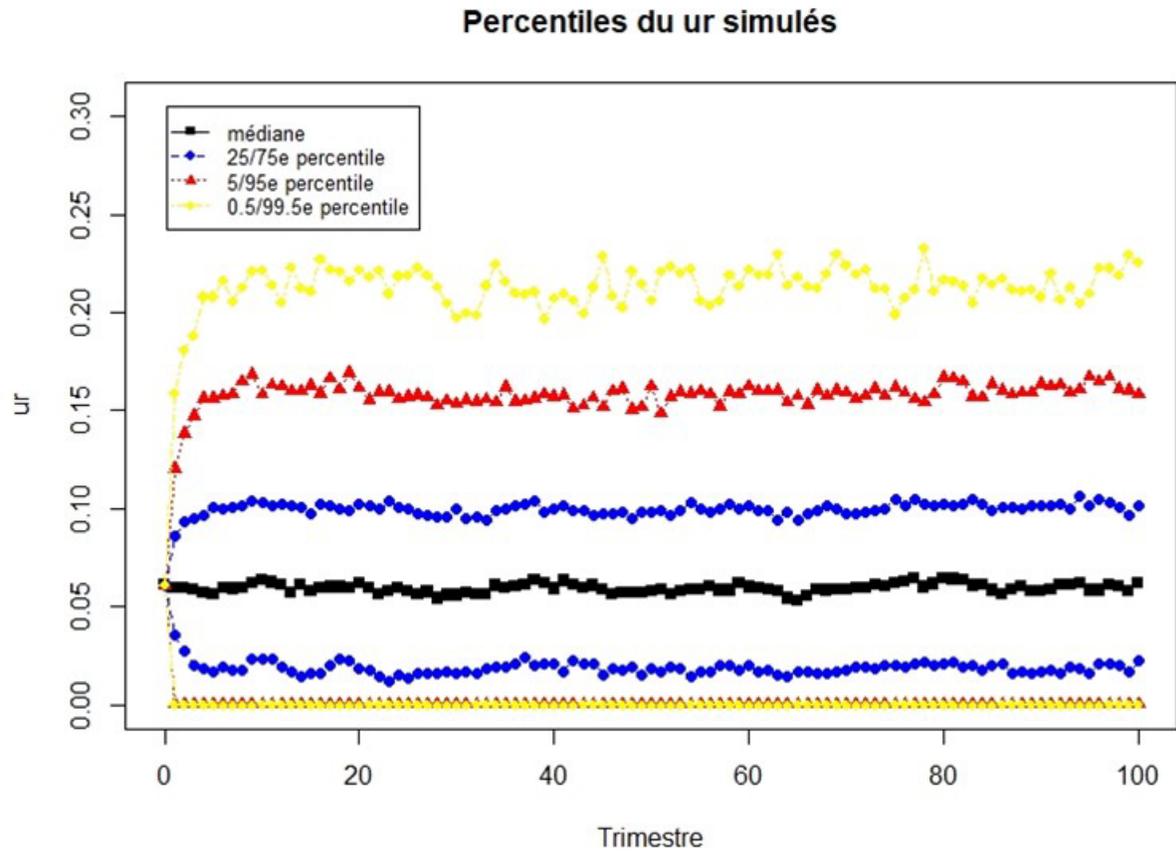
Figure B.10

Percentiles du taux des fonds fédéraux simulés



Figure B.11

Percentiles du taux de chômage simulés



Les figures B.12 à B.20 montrent les percentiles des variables simulées du marché des capitaux par période, sans observer de tendances anormales.

Figure B.12

Percentiles du rendement des obligations du Trésor à 1 an simulés

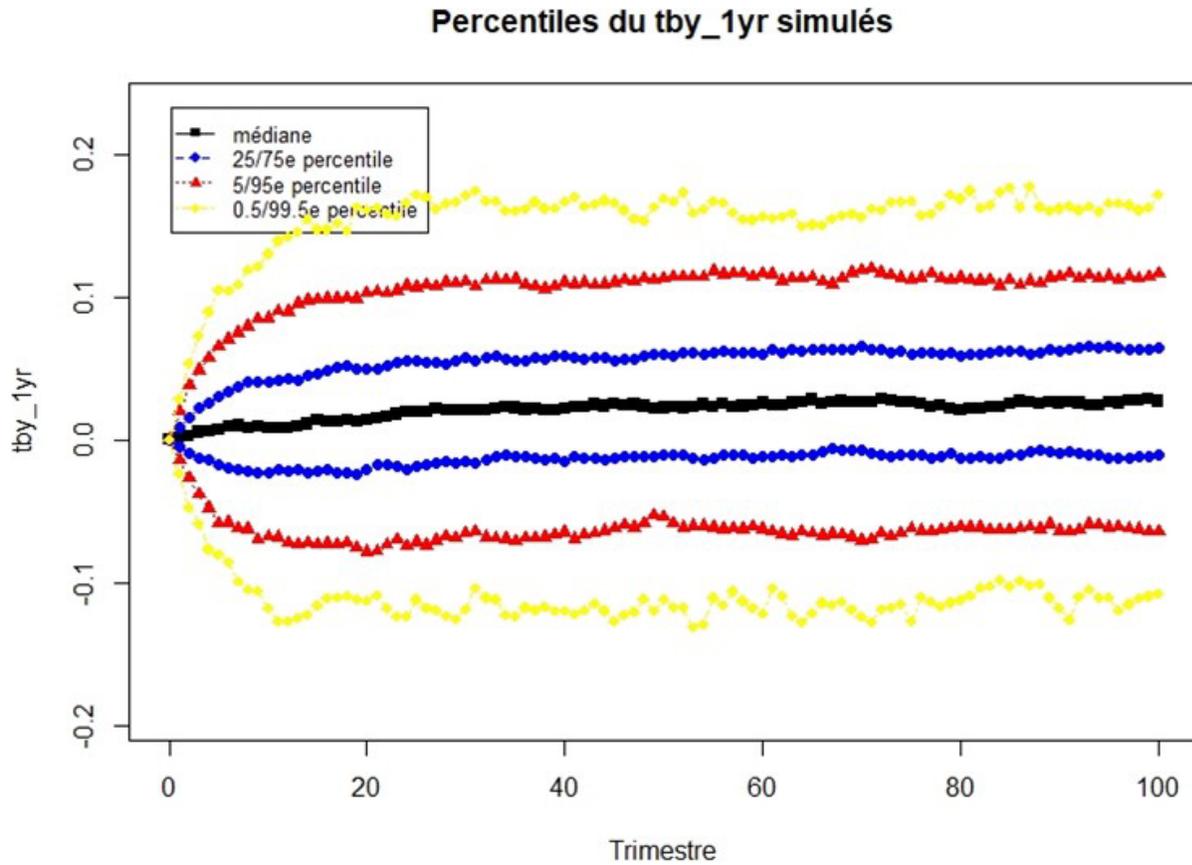


Figure B.13

Percentiles du rendement des obligations du Trésor à 10 ans simulés

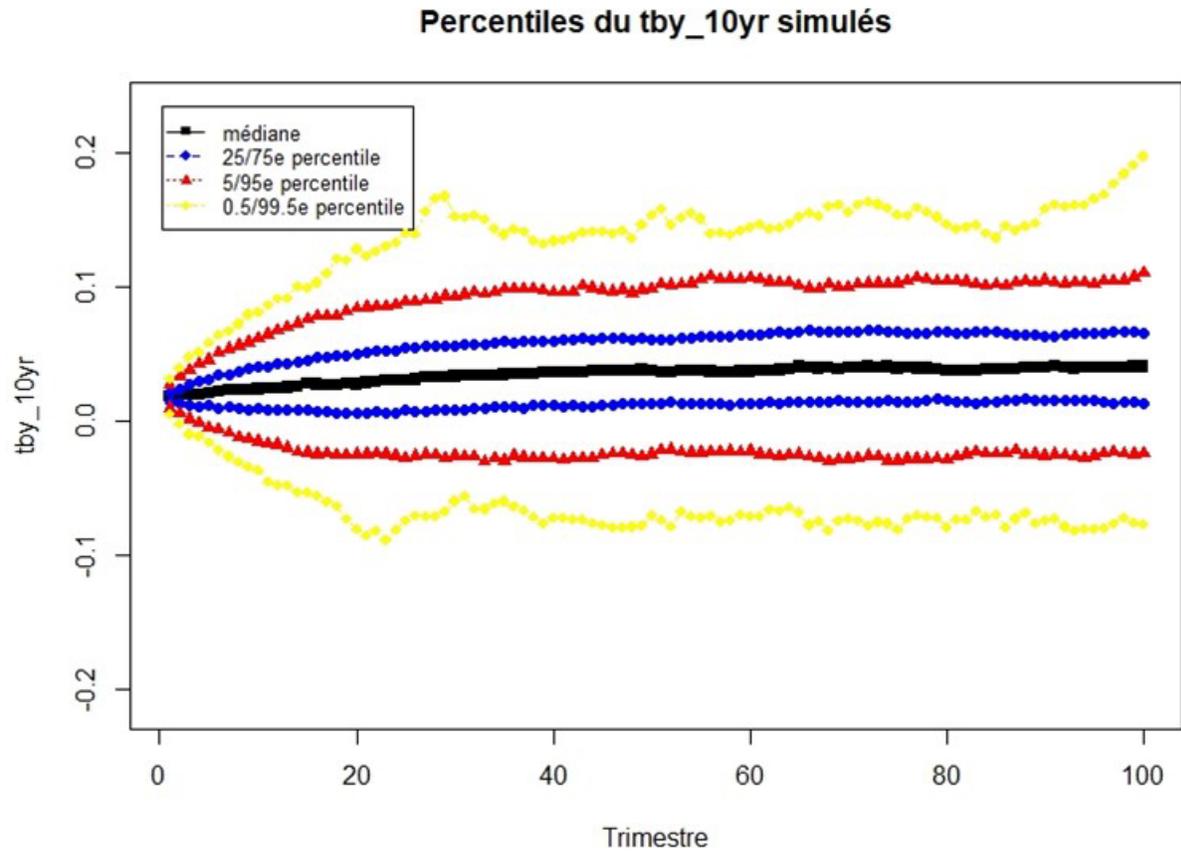


Figure B.14

Percentiles de l'écart de crédit des obligations notées Aaa simulés

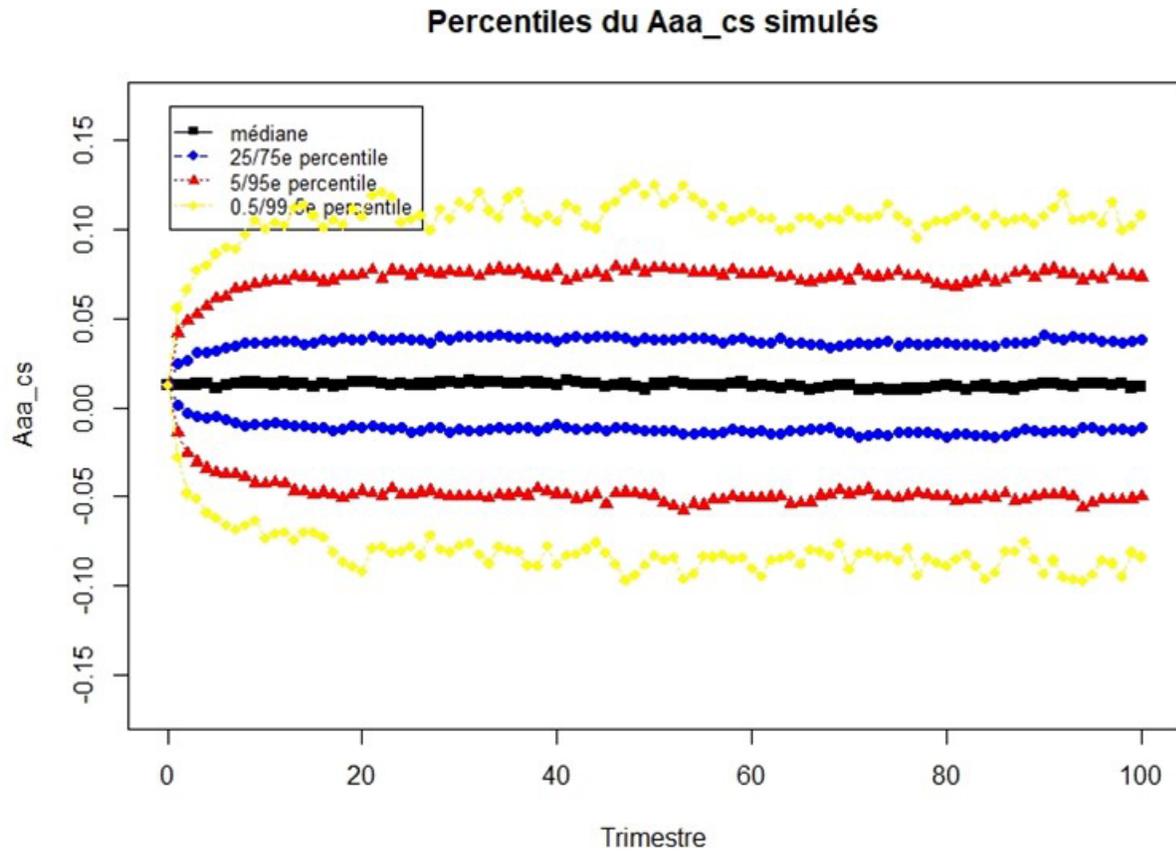


Figure B.15

Percentiles de l'écart de crédit des obligations cotées Baa simulés

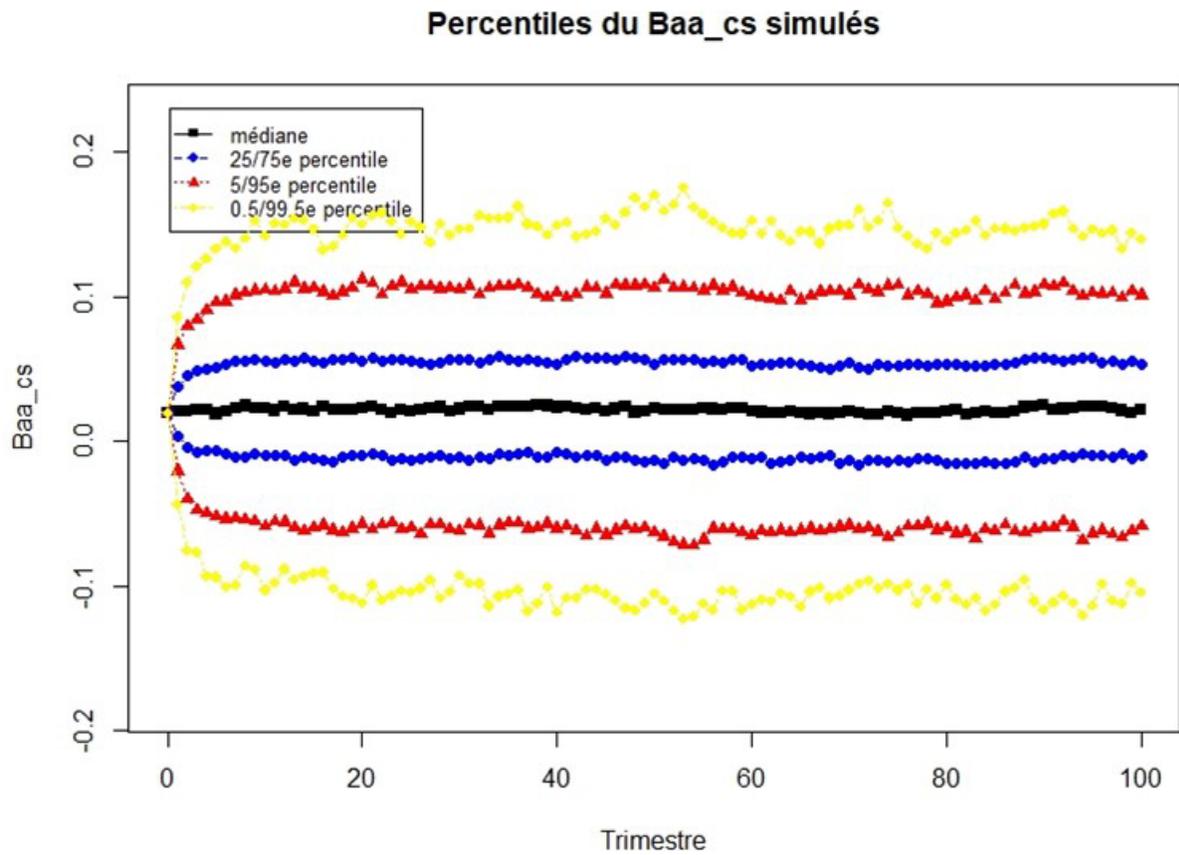


Figure B.16

Percentiles du taux de défaut des obligations cotées BBB simulés

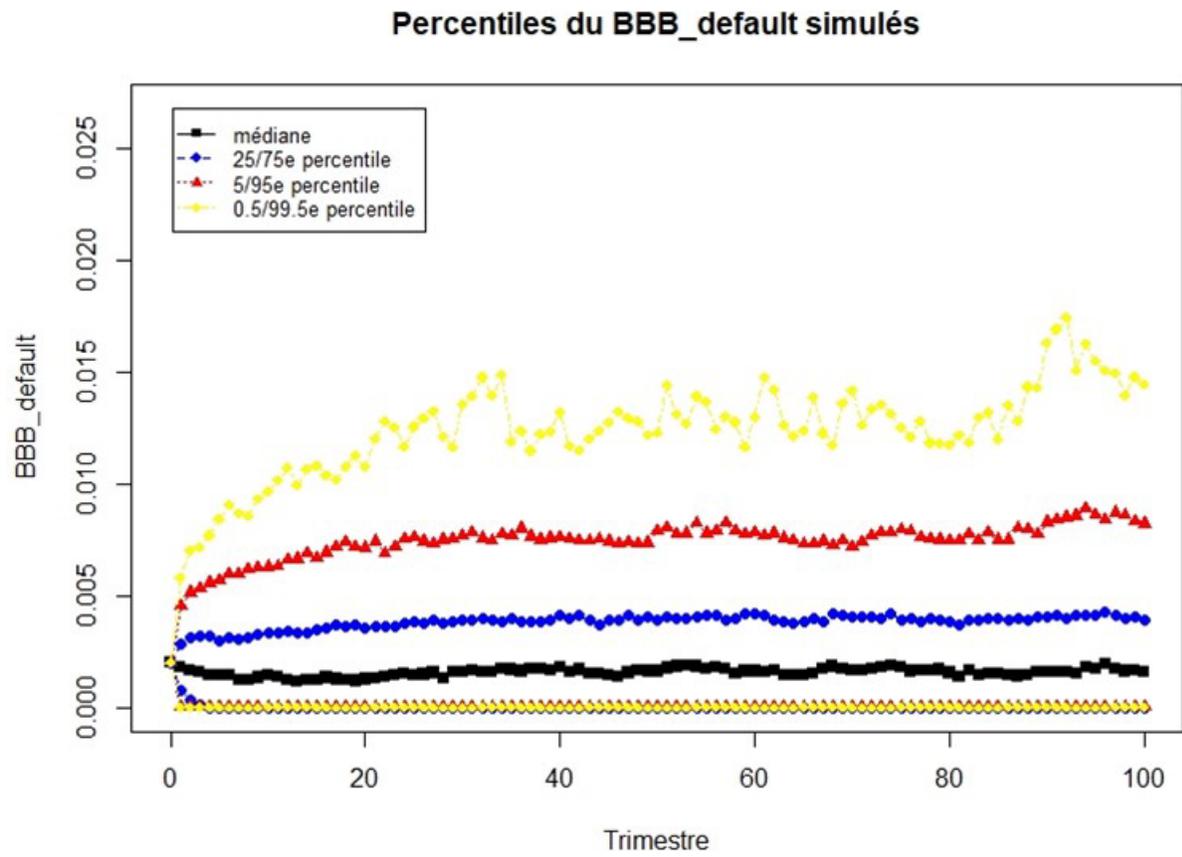


Figure B.17

Percentiles du rendement de l'indice S&P 500 simulés

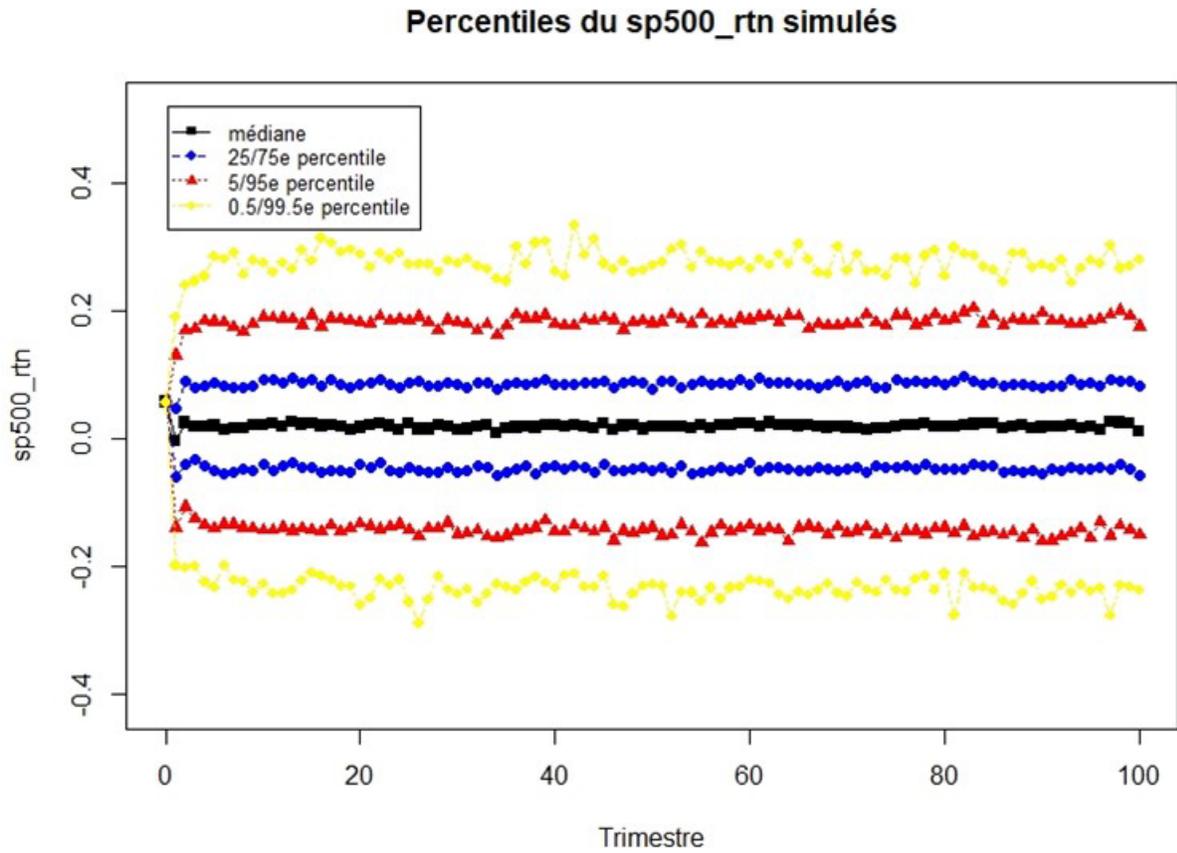


Figure B.18

Percentiles du rendement en dividendes S&P 500 simulés

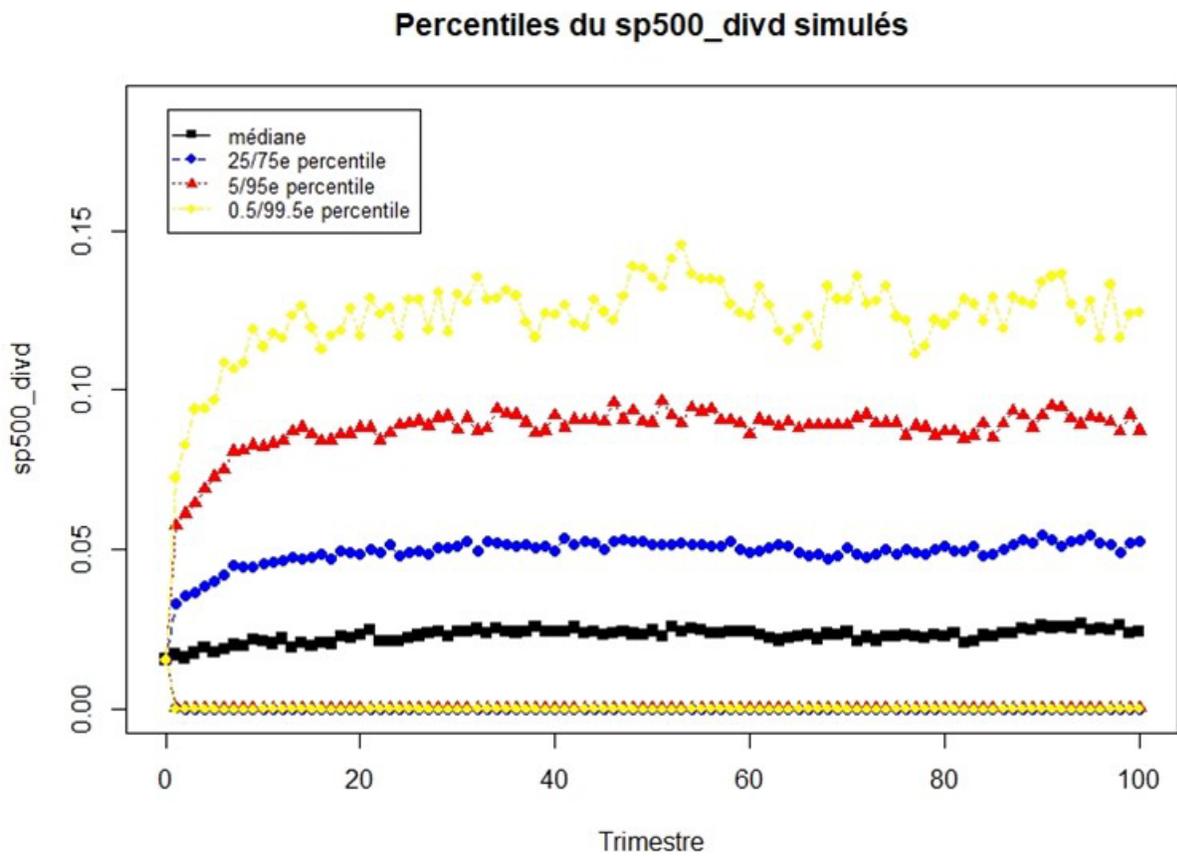


Figure B.19

Percentiles du taux de croissance médian du prix des maisons simulés

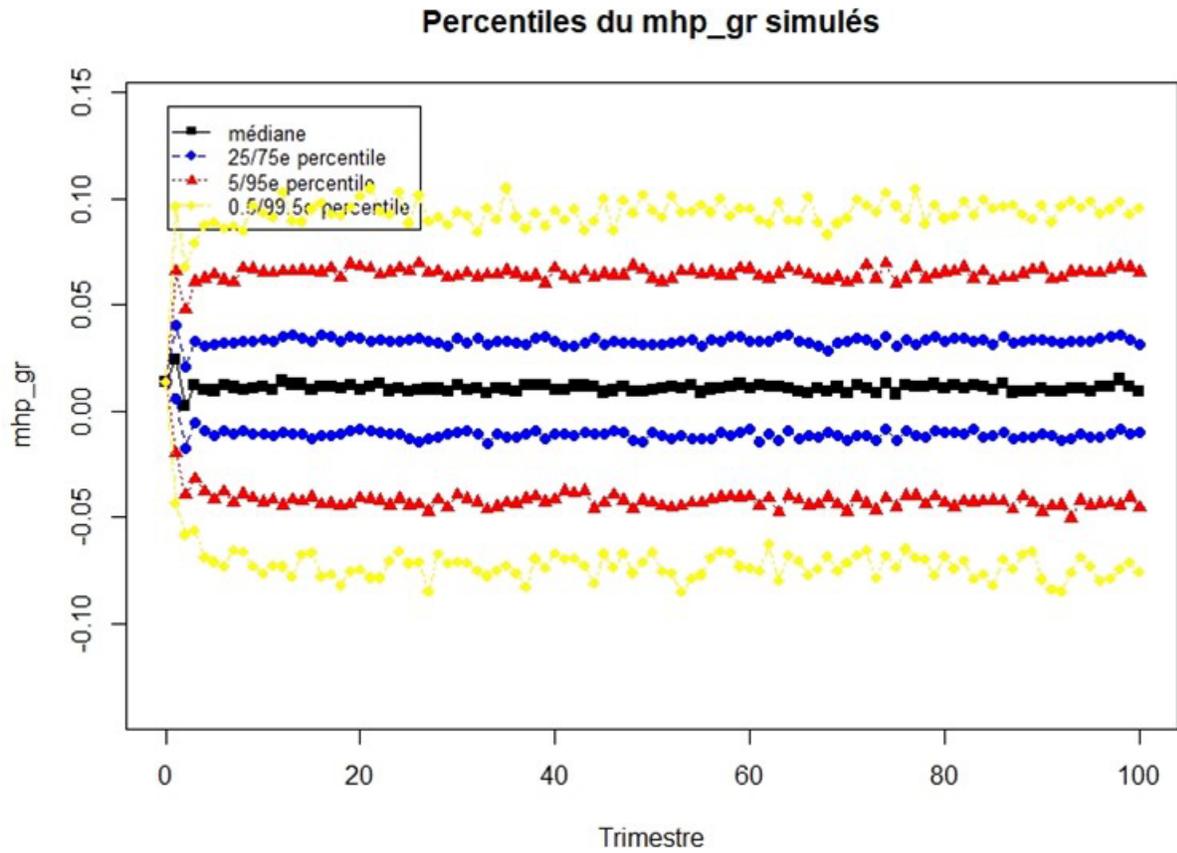
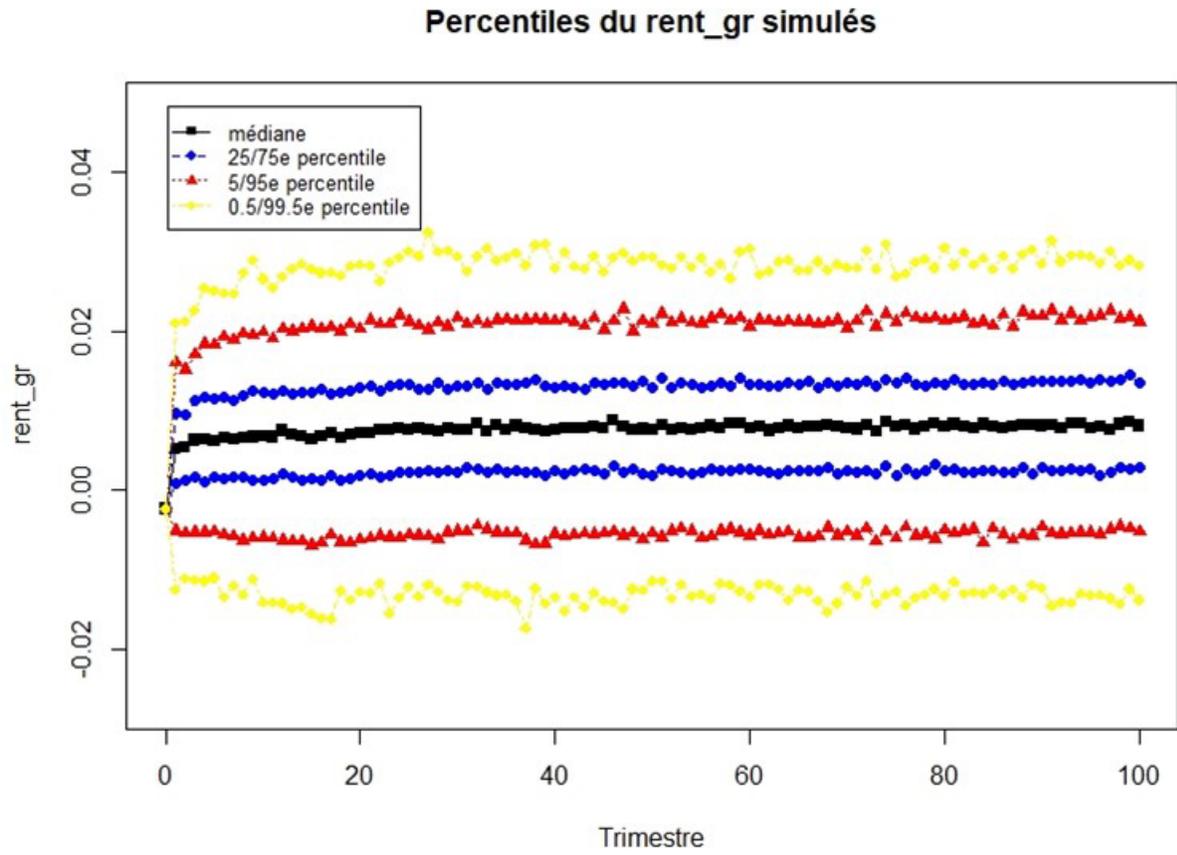


Figure B.20

Percentiles du taux de croissance des loyers simulés





© 2022 Institut canadien des actuaires

Institut canadien des actuaires
360, rue Albert, bureau 1740
Ottawa, ON K1R 7X7
613-236-8196
siege.social@cia-ica.ca
cia-ica.ca
voiraudeladurisque.ca



L'Institut canadien des actuaires (ICA) est l'organisme de qualification et de gouvernance de la profession actuarielle au Canada. Nous élaborons et maintenons des normes rigoureuses, partageons notre expertise en gestion du risque et faisons progresser la science actuarielle pour améliorer la vie des gens au Canada et à l'échelle du monde. Nos plus de 6 000 membres utilisent leurs connaissances en mathématiques, en statistiques, en analyse de données et en affaires dans le but de prodiguer des services et des conseils de la plus haute qualité afin d'aider les personnes et les organisations canadiennes à faire face à leur avenir en toute confiance.