



NOTE ÉDUCATIVE

*Les notes éducatives ne constituent pas des normes de pratique. Elles visent à aider les actuaires en ce qui concerne l'application des normes de pratique dans des cas spécifiques.
Le mode d'application de normes en pareilles circonstances demeure la responsabilité du spécialiste*

MORTALITÉ PRÉVUE : POLICES CANADIENNES D'ASSURANCE-VIE INDIVIDUELLE AVEC TARIFICATION COMPLÈTE

**COMMISSION DES RAPPORTS FINANCIERS
DES COMPAGNIES D'ASSURANCE-VIE**

JUILLET 2002

© 2002 Institut Canadien des Actuaires

Document 202037

This document is available in English



NOTE DE SERVICE

- À :** Tous les Fellows, associés et correspondants de l'ICA
- DATE :** Le 8 juillet 2002
- DE :** Jacques Tremblay, président
Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie (CRFCAV)
- OBJET :** **Note éducative sur l'établissement d'hypothèses de mortalité prévue aux fins des évaluations de polices d'assurance-vie effectuées en vertu des PCGR canadiens**

La Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie (CRFCAV) a élaboré la note éducative ci-jointe concernant l'établissement d'hypothèses sur la mortalité prévue à l'égard de polices d'assurance-vie individuelle. Cette note donne également des directives sur l'établissement de telles hypothèses aux fins des évaluations effectuées en vertu des PCGR canadiens et traite de certains points couverts aux sections 7.1.2, 7.2.1 et 7.2.5 des Normes de pratique pour l'évaluation du passif des polices des assureurs-vie, ainsi qu'aux articles 2350.05 et 2350.06 de la version provisoire des normes de pratique applicables aux assureurs (Normes de pratique consolidées). Cette note s'applique aux polices canadiennes d'assurance-vie individuelle avec tarification complète. Toutefois, les actuaires trouveront que plusieurs des concepts expliqués dans la présente note éducative peuvent aussi servir à l'établissement d'hypothèses de mortalité applicables à d'autres types de produits. On prévoit que d'autres notes (ou amendements à la présente note) seront élaborées à l'égard d'autres produits d'assurance-vie et de rentes.

La présente note énonce les principes généraux et les procédures applicables à l'établissement d'une hypothèse de mortalité prévue. Elle donne également une indication du mode d'application des critères de crédibilité et de pondération des données d'expérience propres à un bloc d'affaires de la société ou de l'industrie aux fins de l'établissement d'une hypothèse de mortalité prévue.

Conformément aux Normes de pratique consolidées et au processus officiel d'adoption des normes de pratique, la présente note éducative a été approuvée par la Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie et a été approuvée en dernière instance par la Direction des normes de pratique (DNP) à des fins de diffusion.

Cette note éducative est couverte en vertu de la section 1220 des NPC. Bien que les Normes de pratique consolidées (NPC) n'entreront en vigueur qu'à compter de décembre 2002 et que conséquemment elles ne s'appliqueront qu'à partir de ce moment-là, la CRFCAV et la DNP sont d'avis que sur le fonds et en date de sa publication, la Section 1220 traite de façon appropriée la matière couverte dans la note éducative.

La Section 1220 stipule que « L'actuaire devrait connaître les notes éducatives pertinentes et autres documents de perfectionnement désignés ».

Elle stipule aussi que « Une pratique que les notes décrivent dans un cas particulier n'est pas nécessairement la seule pratique reconnue dans ce cas ni nécessairement la pratique actuarielle reconnue dans une autre situation » et que « Les notes éducatives ont pour but d'illustrer l'application des normes (qui n'est toutefois pas exclusive), de sorte qu'il ne devrait y avoir aucun conflit entre elles ».

Nous tenons à remercier les membres du groupe d'étude chargé d'élaborer cette présente note : Barry Senensky, Wendy Harrison, Chris Denys, Scott McGaire, Jason Wiebe et Micheline Dionne.

Les questions peuvent être transmises à mon attention, à l'adresse indiquée dans l'*Annuaire*.

JT

TABLE DES MATIÈRES

100	Introduction	5
110	<i>Portée.....</i>	5
120	<i>Définitions</i>	6
130	<i>Méthodologie générale</i>	6
200	Assemblage des données	7
210	<i>Résultats portant sur une société.....</i>	7
220	<i>Résultats intersociétés</i>	7
230	<i>Autres sources de données.....</i>	8
300	Préparation des données.....	9
310	<i>Résultats de la société.....</i>	9
320	<i>Résultats intersociétés</i>	10
330	<i>Rajustement des résultats à la date d'évaluation.....</i>	10
340	<i>Autres rajustements</i>	11
400	Détermination des facteurs de différenciation.....	12
410	<i>Facteurs généraux</i>	12
420	<i>Facteurs éventuels</i>	13
500	Utilisation des données selon leur crédibilité.....	14
510	<i>Aperçu.....</i>	14
520	<i>Critères associés à une bonne méthode de crédibilité.....</i>	14
530	<i>Types de théorie de crédibilité.....</i>	15
540	<i>Théorie de la crédibilité à variation limitée</i>	15
550	<i>Méthode normalisée – TCVL.....</i>	18
560	<i>Théorie de Buhlmann ou théorie de la crédibilité fondée sur la plus grande exactitude.....</i>	21
570	<i>Résumé.....</i>	21
580	<i>Sources d'information</i>	22
600	Autres rajustements	23
610	<i>Nouvelles techniques de tarification.....</i>	23
620	<i>Déchéance sélective.....</i>	28
630	<i>Polices d'assurance-vie multiples.....</i>	29
640	<i>SIDA</i>	32
Annexe 1 – Probabilité et notions statistiques	34	
<i>Probabilités</i>	34	
<i>Notions statistiques.....</i>	36	
Annexe 2 – Théorie de la crédibilité à variation limitée	37	
Annexe 3 – Théorie de la crédibilité fondée sur la plus grande exactitude (TCGE)/		
 méthode de Buhlmann	48	
Annexe 4 – Déchéance sélective	52	

100 INTRODUCTION

110 PORTÉE

1. Conformément aux Normes de pratique consolidées et au processus officiel d'adoption des normes de pratique, la présente note éducative sur l'établissement d'hypothèses de mortalité prévue pour les évaluations des polices d'assurance-vie effectuées en vertu des PCGR canadiens a été approuvée par la Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie puis approuvée à des fins de distribution par la Direction des normes de pratique.
2. Les notes éducatives seront la section 1220 des NPC lorsque celle-ci prendra effet. Bien que les NPC n'entreront en vigueur et ne s'appliqueront qu'à compter du 1^{er} décembre 2002 ou à compter de d'une date ultérieure à laquelle on prévoit que les normes applicables à un domaine de pratique donné seront adoptées, la CRFCV et la DNP sont d'avis que sur le fond, la section 1220 décrit de façon appropriée la situation qui prévaut au sujet de la présente note éducative en date de sa publication.
3. La section 1220 stipule que « L'actuaire devrait connaître les notes éducatives pertinentes et autres documents de perfectionnement désignés ».
4. Cette section stipule également que « Une pratique que les notes décrivent dans un cas particulier n'est pas nécessairement la seule pratique reconnue dans ce cas ni nécessairement la pratique actuarielle reconnue dans une autre situation » et que « Les notes éducatives ont pour but l'application des normes (qui n'est toutefois pas exclusive), de sorte qu'il ne devrait y avoir aucun conflit entre elles. »
5. La présente note porte sur la mortalité prévue rattachée aux polices d'assurance-vie individuelle. Elle renferme des directives sur l'établissement d'hypothèses de mortalité prévue pour les évaluations effectuées en vertu des PCGR canadiens et elle complète les sections 7.1.2, 7.2.1 et 7.2.5 des *Normes de pratique pour l'évaluation du passif des polices d'assurance-vie* et les sections 2350.05 et 2350.06 des *Normes de pratique consolidées – Normes de pratique applicables aux assureurs*.
6. Les directives énoncées dans la présente note se limitent aux polices canadiennes d'assurance-vie individuelle avec tarification complète. Cependant, parmi les notions expliquées dans la présente note, plusieurs pourront s'avérer utiles lorsque l'actuaire devra établir les hypothèses de mortalité applicables à d'autres types de polices.

120 DÉFINITIONS

1. Outre son sens courant, lorsqu'elle est utilisée dans la présente note, l'expression « table de mortalité » désigne une table (ou un ensemble de tables) qui tient compte de l'ensemble des résultats de mortalité d'une cohorte de risques définie.¹
2. « Décès simultanés » s'entend de deux décès survenant dans les six mois l'un de l'autre à la suite du même sinistre.
3. « Crédible » s'entend de données fiables au plan statistique.
4. « Homogène » s'entend d'une structure ou d'une composition uniforme pour l'ensemble des polices.

130 MÉTHODOLOGIE GÉNÉRALE

1. Les méthodes utilisées pour établir l'hypothèse d'évaluation de la mortalité prévue comporteraient les caractéristiques suivantes :
 - a) l'hypothèse établie est pertinente dans l'ensemble pour toute la société ou pour le bloc de polices particulier;
 - b) toutes les données pertinentes et importantes sont utilisées et comprennent les variables pertinentes des taux de mortalité (p. ex. le sexe, l'âge, les habitudes de tabagisme, le montant, les analyses sanguines, la durée);
 - c) la méthode permet d'établir une hypothèse non biaisée;
 - d) l'hypothèse obtenue repose sur des données homogènes dans chaque branche pertinente.
2. Lorsqu'il existe peu de résultats crédibles (p. ex. tarification préférentielle), veuillez consulter la section 610.
3. Si les résultats sont crédibles à 100 %, les sociétés peuvent construire des tables de mortalité en se fondant sur leurs propres données.² Le reste de la présente note demeurerait vraisemblablement pertinent dans ce cas.

LE RESTE DE LA PRÉSENTE NOTE ÉDUCATIVE VISE PLUS PARTICULIÈREMENT À AIDER L'ACTUAIRE À ÉTABLIR L'HYPOTHÈSE D'ÉVALUATION DE LA MORTALITÉ PRÉVUE LORSQUE LES RÉSULTATS SONT CRÉDIBLES, MAIS QU'IL N'EST PAS POSSIBLE DE CRÉER UNE TABLE POUR LA SOCIÉTÉ.

¹ Une table de mortalité peut être construite pour tenir compte d'autant de variables qu'il en faut. Par exemple, la table de l'ICA 1986-1992 est constituée de six tables portant sur les habitudes de tabagisme et réparties selon le sexe dans le cadre des polices de tarification standard émises par l'industrie canadienne.

² Les rouages de la construction d'une table de mortalité fondée uniquement sur les résultats de la société dépassent la portée de la présente note.

200 ASSEMBLAGE DES DONNÉES

Les données de mortalité pertinentes se composent des résultats des études techniques portant sur une société et de ceux d'études intersociétés. D'autres sources de données peuvent être groupées avec ces deux types d'études pour établir des hypothèses de mortalité prévue.

210 RÉSULTATS PORTANT SUR UNE SOCIÉTÉ

1. Les résultats de mortalité d'une société à l'égard d'un bloc particulier de polices représentent habituellement la source de données la plus pertinente. Souvent, les études techniques d'une société présentent les ratios de mortalité à diverses périodes, selon différents blocs de polices, par rapport à une table d'industrie reconnue ou une table interne.
2. Lorsqu'un bloc de polices est réassuré, le profil du plein de conservation peut être différent de celui d'un bloc de polices brutes ou directes. Par conséquent, il peut davantage convenir de ne tenir compte que des montants d'assurance conservés lors de l'établissement de l'hypothèse d'évaluation.

220 RÉSULTATS INTERSOCIÉTÉS

1. Les études techniques intersociétés portent sur de grandes quantités de polices d'assurance prélevées dans l'ensemble de l'industrie. Une étude d'industrie fournit des données crédibles sur la mortalité des assurés. Cette démarche comporte un inconvénient : la distribution des polices peut ne pas correspondre à celle du bloc de polices qu'évalue une société. Dans la mesure du possible, l'actuaire choisirait des études qui portent sur un ensemble de polices sensiblement semblables à celui de la société. S'il n'en existe pas, d'autres données peuvent aider l'actuaire.
2. L'ICA et la SOA publient des études techniques portant sur l'industrie. De telles études sont diffusées sur les sites Web de l'industrie, ou dans des publications. (Par exemple, les sites Web présentent les études de la SOA au sujet de la mortalité pour des montants importants et des âges avancés, tandis que des organismes actuariels du Royaume-Uni, de l'Australie et de l'Afrique du Sud publient des études sur la mortalité locale. Parmi les publications, mentionnons le *North American Actuarial Journal* et *Product Development News*. D'autres travaux de recherche sur la mortalité sont vendus par des entreprises du secteur privé.)
3. Il conviendrait rarement d'utiliser des données de mortalité non rajustées provenant d'autres pays pour établir les hypothèses canadiennes de mortalité prévue aux fins de l'évaluation. Il existe des différences entre les différents pays au chapitre de la mortalité au sein de la population, des normes de tarification, du contexte socioéconomique et de la composition des produits. L'actuaire se méfierait des données étrangères, plus particulièrement lorsque la méthodologie de calcul d'une table ou les données sous-jacentes sont incertaines.

230 AUTRES SOURCES DE DONNÉES

1. D'autres sources de données (en plus des résultats de la société ou de l'industrie) devraient être prises en compte si elles existent, plus particulièrement si les produits sont nouveaux ou différents ou si les données ne sont pas crédibles.
2. Parmi les sources de données, mentionnons les études démographiques des administrations publiques ou du secteur privé, qui portent sur une grande quantité de données démographiques. Les résultats d'assurance peuvent être sensiblement différents selon que l'on envisage les effets de la tarification, la région ou le marché cible. On ferait donc preuve de prudence lorsque l'on utilise les études démographiques. Cependant, ces dernières peuvent permettre de dégager des tendances au sujet de la mortalité, de la consommation de cigares, etc. Les études démographiques peuvent servir à combler les manques en l'absence d'études de mortalité des assurés.
3. Une deuxième source de données réside dans les études médicales, qui ont déjà permis d'élaborer des catégories de mortalité plus précises (p. ex. les groupes fumeurs et non-fumeurs ont été instaurés il y a 20 ans). Ces études peuvent permettre de comprendre l'effet du niveau de tarification sur les résultats de mortalité.
4. D'autres études peuvent également être effectuées par des organismes privés, des réassureurs ou des organismes actuariels.

300 PRÉPARATION DES DONNÉES

310 RÉSULTATS DE LA SOCIÉTÉ

Définition des données

1. L'actuaire examinerait les données disponibles et préciserait leur applicabilité aux polices faisant l'objet d'une évaluation. Les études seraient analysées en tenant compte des sources de données et du traitement de ces dernières, des hypothèses et de la méthodologie de traitement des données. La dernière étape de l'examen englobe l'évaluation du rajustement des données pour tenir davantage compte des polices ainsi évaluées. Ces rajustements peuvent être sous forme de facteurs de pondération différents ou prévoir l'application de certaines tendances de la mortalité (amélioration ou détérioration) afin de mettre à jour les résultats à la date d'évaluation. (Pour plus de précisions, voir la section 330.)
2. Au titre des autres facteurs à prendre en compte, mentionnons la nécessité :
 - a) de préciser les renseignements dans le but de définir des blocs de résultats homogènes. Si les données sont incomplètes, il peut devenir extrêmement difficile de mettre le doigt sur les causes de l'évolution des résultats. Par exemple, si des polices sujettes à une tarification plus libérale ne sont pas dissociées des polices soumises à une tarification plus rigoureuse, cela occasionnera des problèmes au chapitre de la détermination des causes de la détérioration ultérieure de la mortalité.
 - b) de veiller à ce que l'information pertinente soit saisie par le système d'administration. Au moment d'envisager de nouvelles conceptions de système, il convient de veiller à saisir l'information essentielle. Les systèmes plus anciens ne renferment peut-être pas toute l'information requise. Puisque les pratiques administratives aient pu avoir invalidé certains renseignements, l'actuaire vérifierait la possibilité de procédures de rechange auprès du service d'administration. L'actuaire se renseignerait sur les champs qui renferment les renseignements requis aux fins de l'étude. Idéalement, les données entrées seraient échantillonnées à des fins de confirmation. En outre, il conviendrait de faire preuve de prudence lorsque l'on procède à une conversion de système, car une telle démarche entraîne des coupures au chapitre de la continuité des données et de leur interprétation.
 - c) de veiller à ce que les procédures administratives utilisent le système de façon cohérente. Si le service de l'administration ne saisit pas correctement l'opération pertinente dans les circonstances, il se peut que l'information soit corrompue. Il est vrai que ces problèmes ne sont pas toujours détectés. Les données sur la tarification et la cause de décès sont tout particulièrement susceptibles d'être mal codées vu qu'elles ont tendance à relever davantage de l'information que des opérations.
 - d) de documenter les changements apportés à la méthodologie de tarification ou à la définition des catégories de risques, au fur et à mesure que ces changements sont apportés. Les études tiennent compte des années d'expérience. Si les changements sont saisis par le système, mais qu'ils ne sont pas bien compris au moment de l'étude, on pourrait perdre une certaine perspective.

Validation des données

1. Examiner les paramètres de requêtes de données auprès de spécialistes en matière de systèmes.
2. Résumer les données et les valider en se fondant sur d'autres sources (p. ex. les prestations de décès versées sont-elles conformes aux états financiers?. Est-ce que la répartition des polices selon la taille, la catégorie de tarification, etc., est conforme aux statistiques de vente?)
3. Examiner le caractère raisonnable des résultats des études par rapport à celui d'études antérieures, et établir des liens entre les différents résultats obtenus (p. ex. un actuariaire s'attendrait à ce que les résultats relatifs aux non-fumeurs soient meilleurs que ceux des fumeurs).
4. Si les solutions à un problème peuvent être facilement déterminées, les données seraient rajustées. Lorsque les solutions ne sont pas évidentes et que les résultats pourraient sensiblement en souffrir, le bloc de résultats en cause serait exclu de l'étude pour ne pas fausser l'étude.

320 RÉSULTATS INTERSOCIÉTÉS

1. Habituellement, les utilisateurs des résultats intersociétés ne valident pas directement les données. Au moment de la validation, l'utilisateur se concentre sur la possibilité d'appliquer les résultats des études intersociétés à la société (p. ex. si votre société tarifie toutes ses polices en exigeant un examen médical, vous utiliseriez les résultats intersociétés pour les polices d'assurance avec examen médical).
2. Pour déterminer la pertinence des données, l'actuariaire examinerait la méthodologie utilisée dans l'étude et tenir compte du rajustement des facteurs de pondération des résultats intersociétés pour faire correspondre plus étroitement la répartition des polices de la société.³ La pondération selon le nombre de sinistres ou selon leur montant représente la méthode privilégiée.

330 RAJUSTEMENT DES RÉSULTATS À LA DATE D'ÉVALUATION

1. Les données issues des études techniques au niveau de l'industrie et de la société ont souvent plusieurs années à la date d'évaluation. Les résultats des études devraient être rajustés pour tenir compte des tendances de la mortalité (c'est-à-dire l'amélioration ou la détérioration de la mortalité), ainsi qu'il est expliqué plus loin.
2. Les normes actuelles en matière d'assurance-vie interdisent l'application des améliorations de la mortalité après la date d'évaluation. Cependant, l'actuariaire peut appliquer une amélioration ou une détérioration des résultats de mortalité observés entre le moment de l'observation et la date d'évaluation. Dans ce type de mises à jour, l'actuariaire formulerait une hypothèse au sujet de l'amélioration (ou de la détérioration) entre la date des résultats observés (habituellement au milieu de l'étude technique) et la date d'évaluation. Il se peut que les données actuelles sur l'amélioration ne soient pas disponibles.

³ L'actuariaire doit faire preuve de prudence lorsqu'il effectue de tels rajustements. Par exemple, il y a une école de pensée qui veut que l'abaissement des taux de prime appliqués aux meilleurs risques (sans modifier les autres) se traduira par une mortalité globale moins élevée, au niveau du montant, car la plupart des gens achètent un montant d'assurance abordable plutôt qu'un montant d'assurance fixe.

3. Si la situation de la société le permet, l'actuaire peut utiliser les tendances historiques pour extrapoler par anticipation à partir des périodes où l'effet de toute amélioration de la mortalité se manifeste jusqu'à la date d'évaluation. Cependant, il ferait preuve de prudence s'il utilisait cette méthode et s'assurerait de l'homogénéité des données qu'il a utilisées aux fins de l'analyse. L'évolution des produits offerts ou des pratiques de tarification, notamment l'évolution des montants d'assurance nécessitant des analyses de sang, pourrait donner une fausse impression d'amélioration de la mortalité alors que cette dernière ne s'améliore pas du tout. Pour cette raison, l'actuaire ferait preuve de prudence au moment d'établir la tendance des ratios de mortalité globaux des résultats récents de l'industrie canadienne à la table de l'ICA 1986-1992.
4. L'actuaire veillerait à ce que les données utilisées pour établir les tendances de la mortalité soient crédibles. De faibles améliorations de la mortalité au cours d'une année donnée exigent un niveau de crédibilité plus élevé que les écarts de mortalité entre les catégories, comme les fumeurs et les non-fumeurs. Il pourrait convenir de se référer aux tendances de la mortalité au sein de l'industrie ou de la population, même pour les grandes sociétés.
5. S'il est impossible d'avoir accès à des données homogènes sur l'industrie ou sur une société donnée, l'actuaire pourrait être en mesure d'obtenir des estimations raisonnables des tendances moyennes de la mortalité en examinant la mortalité démographique, qui a tendance à se fonder sur une tranche de la population dont la structure évolue lentement avec le temps et qui est conséquemment raisonnablement homogène.
6. L'actuaire déterminerait si l'amélioration apparente de la mortalité peut découler d'anomalies ou d'incohérences par rapport à la table de mortalité repère. (Par exemple, à mesure que les assurés vieillissent, et en l'absence d'amélioration de la mortalité, une table de mortalité repère affichant une courbe excessivement prononcée produit automatiquement des ratios de mortalité qui diminuent progressivement.)
7. L'actuaire tiendrait compte des rajustements à l'égard des situations récentes connues qui sont susceptibles d'influer sur les tendances de la mortalité, mais qui n'ont pas encore été intégrées aux données. À ce titre, donnons l'exemple du SIDA.

340 AUTRES RAJUSTEMENTS

L'actuaire peut envisager d'autres rajustements à ses données, notamment l'élimination de la mortalité antisélective présente dans les résultats courants (voir la section 620) et un rajustement pour tenir compte du traitement potentiellement imparfait des polices conjointes dans l'étude de mortalité initiale (voir la section 630).

400 DÉTERMINATION DES FACTEURS DE DIFFÉRENCIATION**410 FACTEURS GÉNÉRAUX**

1. L'actuaire choisirait des facteurs qui lui permettraient de différencier l'hypothèse de mortalité. Ce processus de sélection peut être itératif, car il se peut que la différenciation ne soit pas étayée de données disponibles (p. ex. les données ne sont pas réparties selon le(s) facteur(s) souhaité(s), ou les données après répartition ne sont pas suffisamment crédibles). La section 420 énonce d'éventuelles sources de différenciation.
2. Le défi de l'actuaire consiste à déterminer les facteurs prédictifs qui lui permettraient de différencier la mortalité et choisir un sous-ensemble qui assurera l'équilibre entre la crédibilité et l'exactitude. Il devra prendre une décision importante quant au nombre et à la nature des facteurs à utiliser pour différencier l'hypothèse d'évaluation de mortalité.
3. Dans la mesure où le passif des polices s'en trouve sensiblement différencié, l'actuaire ne formulerait la même hypothèse pour deux polices que s'il prévoyait que l'expérience de ces deux polices serait semblable.
4. Les choix relatifs à la différenciation peuvent sensiblement modifier les niveaux actuels et projetés du passif des polices. Aux fins de la détermination de la différenciation, l'actuaire tiendrait compte des facteurs suivants :
 - a) la crédibilité de l'information (faire preuve de prudence en matière de différenciation si le passif des polices est de nature sensible, mais que la crédibilité des données à l'appui de cette différenciation est faible);
 - b) la différenciation serait intuitivement sensée (l'actuaire serait en mesure d'expliquer les liens entre les facteurs et les résultats de la mortalité);
 - c) l'évolution de la différenciation dans le temps (déterminer si les effets s'estompent, demeurent au même niveau ou s'intensifient); et
 - d) la corrélation entre les facteurs (si l'on jumelle au moins deux facteurs, la possibilité de double comptage peut engendrer de fausses conclusions, par exemple, lorsque le nombre d'éléments utilisés pour déterminer les facteurs dépasse celui pour lequel le taux brut de mortalité est disponible, il est possible que l'on ne puisse établir de corrélations entre certains facteurs).

420 FACTEURS ÉVENTUELS

1. Les tables de mortalité actuellement en usage au sein de l'industrie différencient la mortalité selon quatre facteurs de base : l'âge, le sexe, les habitudes de tabagisme et la durée. Les grandes sociétés qui comptent suffisamment d'expérience pour élaborer leurs propres tables internes ont également tendance à départager leurs hypothèses de mortalité au moins selon ces quatre facteurs de base.
2. L'étude annuelle de l'ICA au sujet des résultats de l'industrie peut servir à évaluer la façon dont la mortalité réelle a évolué au sein de l'industrie par rapport à la table prévue. Même si les résultats de la mortalité en général peuvent s'être améliorés depuis la construction de la table, l'actuaire tiendrait compte du fait que le niveau d'amélioration peut différer selon les quatre facteurs de base.
3. L'actuaire tiendrait compte également de facteurs supplémentaires, entre autres le montant nominal, le type de tarification, la classification préférentielle des risques et le type de produit.
4. L'étude annuelle de l'ICA sur la mortalité renferme une analyse de la mortalité observée selon la fourchette de montants nominaux et constitue une bonne source d'information. L'actuaire interpréterait avec soin les résultats de l'étude afin d'apporter des ajustements pour tenir compte de l'incidence de l'inflation et de l'évolution de la tarification dans le temps.⁴ L'étude d'expérience annuelle de l'ICA renferme également des résultats de mortalité répartis selon le type de tarification – avec examen médical, avec examen paramédical et sans examen médical. Cependant, puisque les critères de tarification dépendent en grande partie de l'âge et du montant nominal, la corrélation entre ces facteurs ne peut être négligée (pour éviter tout double comptage).
5. La section 610 renferme des renseignements de base sur les questions relatives à la classification préférentielle des risques. À l'heure actuelle, il n'existe aucune étude publique exhaustive de l'industrie. Les études analysant l'impact de l'utilisation de tests plus poussés en tarification peuvent être utilisées pour déterminer les effets d'une tarification préférentielle plus rigoureuse.
6. L'étude d'expérience annuelle de l'ICA fournit également des ratios de mortalité sélects, répartis selon le type de produit. Il peut exister une certaine forme de différenciation si les montants nominaux moyens des types de produit sont différents. D'autres facteurs propres à un produit peuvent affecter le niveau de mortalité, notamment les taux d'antisélection des titulaires de polices, les taux de déchéance globaux et les objectifs des titulaires de polices lorsqu'ils achètent de l'assurance.
7. Selon les circonstances, l'actuaire peut envisager la possibilité d'effectuer une différenciation selon d'autres facteurs, notamment le mode de distribution lors de la vente et la région. Les réassureurs peuvent envisager la possibilité d'établir une différenciation selon la société cédante.

⁴ D'autres études ont été menées pour évaluer la mortalité selon le montant nominal – par exemple, l'étude de la SOA sur les montants importants (à l'égard des polices de montants nominaux d'au moins 1 million de dollars), et l'étude technique 90-95 de la SOA (laquelle suggère des facteurs de rajustement du montant nominal).

500 UTILISATION DES DONNÉES SELON LEUR CRÉDIBILITÉ

510 APERÇU

1. Les données disponibles de la société et de l'industrie, qui sont produites et segmentées convenablement, peuvent désormais être pondérées, selon les principes de crédibilité. Dans la présente section, nous abordons les critères associés à une bonne méthode de crédibilité et nous résumons plusieurs de ces méthodes. Les annexes 2 et 3 renferment des directives supplémentaires et des exemples qui facilitent la sélection d'une méthode, de même qu'une discussion des avantages et inconvénients de chaque méthode.
2. La théorie de la crédibilité a pour but d'encadrer l'amalgamation de données de différents ensembles d'observations. Il peut s'agir d'observations antérieures et actuelles, de taux de mortalité de l'industrie et de la société, ou autres. Aux fins de la présente section, nous examinerons les éléments suivants :
 - a) des données de la société, qui ne sont peut-être pas totalement crédibles;
 - b) des tables ou données de mortalité de l'industrie, qui sont réputées entièrement crédibles.⁵
3. L'actuaire choisirait une hypothèse valable pour la mortalité prévue, en tenant compte d'un échantillon de renseignements et de la distribution statistique sous-jacente.
4. La méthode normalisée constitue la méthode de crédibilité privilégiée et le nombre suggéré de décès requis pour garantir une crédibilité de 100 % s'élève à 3 007.

520 CRITÈRES ASSOCIÉS À UNE BONNE MÉTHODE DE CRÉDIBILITÉ

Voici les caractéristiques souhaitables d'une « bonne » méthode de crédibilité :

- la méthode est d'application facile;
- la somme des sinistres prévus pour les sous-catégories à l'intérieur de la société équivaut aux sinistres prévus de l'ensemble de la société⁶;

⁵ L'hypothèse de base qui sous-tend le recours traditionnel à la théorie de la crédibilité aux fins de l'établissement de l'hypothèse d'évaluation de la mortalité prévue veut que les tables de mortalité de l'industrie soient crédibles à 100 %. Cette hypothèse pourrait toutefois ne pas être valable si l'actuaire utilise des données de l'industrie plus détaillées (p. ex. selon le sexe, les habitudes de tabagisme et l'année ou la durée. L'actuaire devrait examiner l'expérience de l'industrie qui sous-tend les données publiées avant d'attribuer un facteur de crédibilité de 100 % aux données.

⁶ Veuillez vous reporter à la section intitulée *Application de la TCVL à des sous-catégories de polices* (Section 540).

- tous les renseignements pertinents sont utilisés;
- les résultats sont raisonnables dans des situations extrêmes ou limitatives; et
- les ratios de mortalité réelle à prévue (R/P), pour les différentes sous-catégories, sont raisonnables par rapport aux données de la société et de l'industrie (p. ex. ils s'inscrivent dans la gamme des ratios R/P de résultats correspondants de l'industrie et de la société).

530 TYPES DE THÉORIE DE CRÉDIBILITÉ

1. Il existe deux types principaux de théorie de crédibilité : la théorie de la crédibilité à variation limitée (« TCVL ») et la théorie de la crédibilité fondée sur la plus grande exactitude (« TCGE »).
2. Bien que plusieurs méthodes soient abordées ci-dessous et aux annexes 2 et 3, la méthode normalisée, qui représente un type de théorie de la crédibilité à variation limitée est celle qui répond actuellement le mieux aux critères d'une bonne méthode de crédibilité.

540 THÉORIE DE LA CRÉDIBILITÉ À VARIATION LIMITÉE⁷

1. La théorie de la crédibilité à variation limitée (« TCVL ») propose un critère de pleine crédibilité fondé sur la taille du portefeuille. Par « pleine crédibilité », on entend qu'il convient de n'utiliser que les résultats du portefeuille et ne pas tenir compte des données de l'ensemble de l'industrie.
2. En outre, la TCVL prévoit une méthodologie spéciale pour établir la crédibilité partielle, à savoir que les résultats du portefeuille et ceux de l'industrie sont pondérés.
3. L'hypothèse prévue pour le montant global des sinistres d'une société à l'égard d'une année peut être exprimée de la manière suivante :

$$X_E = Z\bar{X} + (1 - Z)\mu$$

où

- X_E désigne le montant global prévu des sinistres;
- Z désigne le facteur de crédibilité, ou le facteur de pondération attribué à un échantillon de données;
- \bar{X} représente la moyenne et est calculé à partir des résultats de la société $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$;
- μ représente la moyenne de la distribution sous-jacente et équivaut au nombre ou montant prévu de sinistres-décès (ou le ratio des sinistres-décès réels aux sinistres prévus), d'après les données de l'industrie pour le même portefeuille.
- n est le nombre d'années d'expérience.

⁷ La théorie de la crédibilité à variation limitée est également désignée « crédibilité américaine ».

En pratique, le facteur de crédibilité est habituellement appliqué au ratio pertinent de la mortalité réelle à prévue (R/P), plutôt qu'aux sinistres prévus.

Bien que cette formule de crédibilité moyenne pondérée comporte un attrait intuitif, la TCVL ne prévoit pas un modèle théorique sous-jacent de distribution des valeurs X_i qui soit conforme à la formule.

En vertu de la TCVL, on obtient X_E en sélectionnant un paramètre d'écart r ($r > 0$) et un niveau de probabilité p ($0 < p < 1$), de sorte que l'écart entre X_E et sa moyenne μ est faible.

4. Le critère peut être exprimé de la manière suivante :

$$\Pr\{|X - \mu| \leq r\lambda\} \geq p$$

où r représente la marge d'erreur et p l'intervalle de confiance. Les valeurs paramétriques $p = 90\%$ et $r = 3\%$ sont interprétées comme une probabilité de 90 % des chances d'être correct et une marge d'erreur de 3 %.

5. En d'autres termes, X_E représente une bonne estimation de la mortalité future prévue s'il y a une probabilité élevée que l'écart entre X_E et sa moyenne μ soit faible relativement à μ .

Modèle de Poisson

1. Bien que la distribution théorique de la mortalité soit binomiale, lorsque les probabilités de survenance d'un événement (décès, représenté par la variable aléatoire X dans les formules ci-dessus) sont faibles, la distribution de Poisson offre une approximation raisonnable d'une distribution binomiale.
2. Dans le modèle de Poisson, la seule variable aléatoire est le nombre de sinistres, qui est réputée correspondre au modèle de Poisson.⁸ Les variations quant à la taille des sinistres ne sont pas prises en compte. S'il y a dispersion importante du montant net à risque pour chaque police du bloc à l'étude, le recours au modèle de Poisson simple pourrait ne pas convenir. Le modèle de Poisson composé intègre l'effet de la variante de taille des sinistres, et il se traduirait normalement par un relèvement du seuil des sinistres requis pour atteindre le même niveau de crédibilité. Le modèle de Poisson composé est abordé aux annexes 1 et 2.
3. Les valeurs paramétriques $p = 90\%$ et $r = 5\%$ sont fréquemment citées comme seuil requis pour établir la pleine crédibilité; cependant, il n'existe aucun fondement théorique pour calculer ces valeurs paramétriques. Au moment d'établir l'hypothèse d'évaluation de la mortalité prévue, on pourrait vouloir utiliser un seuil plus élevé pour établir la pleine crédibilité, comme $p = 90\%$ et $r = 3\%$. Ces paramètres ont fait l'objet de nombreuses discussions au sein du groupe de travail et de la CRFCV. On s'est entendu pour recommander le seuil de 3 007 décès pour un niveau de crédibilité de 100 %. On prévoit que cette question sera réexaminée périodiquement à mesure

⁸ Voir *Loss Models: From Data to Decisions*, exemple 5.20, ou *Introductory Credibility Theory*, exemple 3.2.2.

que d'autres articles et études seront publiés à ce sujet. L'actuaire justifierait l'utilisation de paramètres p et r différents de $p = 90\%$ et $r = 3\%$ à des fins de l'évaluation.

4. Pour $p = 90\%$ et $r = 3\%$, le facteur de crédibilité partielle est défini par $Z = \min\left\{\sqrt{\frac{n}{3,007}}, 1\right\}$

où n = nombre de sinistres observés et 3 007 provient de la table normale standard.⁹

Nombre de sinistres	30	120	271	481	752	1083	1473	1924	2436	3007
Z	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00

5. Les paramètres définis à l'étape 4 ci-dessus conviennent dans la plupart des cas. Une dispersion importante du montant net à risque dans le bloc de polices en vigueur accroîtra la volatilité et pourrait se traduire par l'obligation d'utiliser un nombre de décès plus élevé.
6. Le recours à la méthode de pondération énoncée à la présente section suppose qu'il existe des données pertinentes au sein de l'industrie. Si aucune table ni étude de l'industrie n'est comparable avec la composition de produits de la société, il conviendrait peut-être d'attribuer aux données de la société un facteur de crédibilité plus élevé que le facteur habituel.
7. Le nombre de sinistres requis pour supposer une crédibilité de 100 % en vertu d'autres valeurs p et r est indiqué à la *Table normale standard* de l'annexe 2.
8. L'application du modèle de Poisson peut être élargie pour prendre en compte les données provenant de plus d'une période ou année. Cependant, le nombre d'années serait limité de façon à ce que la composition et les caractéristiques des risques importants associés au portefeuille demeurent homogènes au fil du temps.

Application de la TCVL à des sous-catégories de polices

- Si l'actuaire désire tenir compte des résultats des sous-catégories (possiblement en fonction du sexe, du produit ou de la durée), mais que les résultats à l'intérieur de ces sous-catégories ne sont pas crédibles à 100 %, l'actuaire déciderait d'utiliser soit le facteur de crédibilité globale, soit le facteur de crédibilité moins élevé qui correspond le mieux aux résultats de cette sous-catégorie.
- Dans certaines situations, on peut intégrer des distributions disparates aux données agrégées. Plusieurs méthodes sont abordées à l'annexe 2. La méthode normalisée est résumée ci-après.

⁹ Les facteurs de crédibilité énoncés dans la norme antérieure de l'ICA, DTÉ n° 6 intitulée *Expérience prévue de la mortalité dans l'assurance grande branche*, se fondaient sur la TCVL à l'aide d'une distribution de Poisson simple. Les facteurs englobent un biais conservateur qui dépend en partie de la question de savoir lesquelles entre les données de l'industrie et celles de la société sont les meilleures. Par conséquent, les facteurs de crédibilité utilisés dans le Document n° 6 sur les techniques d'évaluation diffèrent de ceux obtenus à l'aide de la formule susmentionnée. Puisque l'objectif consiste à sélectionner une hypothèse d'évaluation prévue, un biais conservateur n'est pas indiqué.

550 MÉTHODE NORMALISÉE – TCVL

1. La « méthode normalisée » utilise la crédibilité et les ratios de mortalité R/P des sous-catégories. Cependant, les ratios de mortalité R/P sont rajustés pour reproduire le niveau de sinistres prévus dérivé du ratio total de mortalité R/P de la société. Le total des sinistres prévus de la société est identique à celui obtenu à l'aide de la crédibilité de la société dans son ensemble, mais les ratios de mortalité R/P des sous-catégories sont utilisés pour répartir ces décès entre les diverses sous-catégories.
2. La méthode normalisée comporte les avantages suivants :
 - La somme des sinistres prévus pour les sous-catégories correspond au nombre total de sinistres prévus, d'après un ratio de mortalité R/P combiné, établi à l'échelle de la société (c'est-à-dire que le nombre de sous-catégories sélectionnées n'influe pas sur le résultat global.)
 - Tous les renseignements sont utilisés : les ratios de mortalité R/P de l'ensemble de la société et de chacune des sous-catégories, et les facteurs de crédibilité.
 - Les résultats sont raisonnables dans des cas extrêmes ou limitatifs.
 - Les ratios de mortalité R/P des sous-catégories s'inscrivent dans la fourchette initiale (ou très près de cette fourchette).
 - Les effets interactifs entre les sous-catégories peuvent être saisis.
 - Cette méthode est facile à appliquer dans la pratique.

Méthode normalisée

Étape 1 : Calculer les ratios de mortalité R/P et les facteurs de crédibilité pour l'ensemble de la société (ou pour un bloc de polices) et pour chacune des sous-catégories.

Étape 2 : Calculer le ratio de mortalité prévue pour l'ensemble de la société et les sinistres prévus correspondants à l'aide du facteur de crédibilité et du ratio de mortalité de l'ensemble de la société à partir de l'étape 1.

Étape 3 : Calculer le ratio de mortalité prévue de l'ensemble de la société et les sinistres prévus correspondants à l'aide des facteurs de crédibilité et des ratios de mortalité R/P de chacune des sous-catégories.

Étape 4 : Rajuster ou « normaliser » les ratios de mortalité R/P des sous-catégories en appliquant le ratio du total des sinistres prévus obtenu à l'étape 2 au total des sinistres prévus calculé à l'étape 3.

Bien que cette méthode ne soit pas très bien fondée au plan théorique, elle est pragmatique et satisfait aux critères associés à une bonne méthode de crédibilité.

L'exemple qui suit illustre la méthode normalisée à l'aide d'un modèle de Poisson simple pour les sinistres. Le modèle de Poisson composé pourrait également être utilisé. Une description supplémentaire des modèles de Poisson et Poisson composé est présentée aux annexes 1 et 2.

L'étape 1 est exécutée au tableau suivant :

RÉSULTATS DE LA MORTALITÉ						
Données de l'industrie	RATIOS DE MORTALITÉ					
	Hommes	Femmes	Total			
Avec examen médical	71,0 %	75,0 %	71,9 %			
Sans examen médical	84,0 %	83,0 %	83,8 %			
Avec examen paramédical	73,0 %	85,0 %	74,3 %			
Total	74,5 %	78,7 %	75,32 %			
Données de la société	RATIOS DE MORTALITÉ			NOMBRE DE SINISTRES		
	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	59,0 %	47,0 %	56,2 %	63,8	15,4	79,2
Sans examen médical	85,9 %	90,1 %	86,9 %	43,7	14,5	58,2
Avec examen paramédical	75,0 %	101,2 %	77,8 %	54,0	8,6	62,6
Total	69,9 %	67,1 %	69,3 %	161,5	38,5	200,0
Données de la société	SINISTRES PRÉVUS DE LA SOCIÉTÉ EN SUPPOSANT UN RATIO DE MORTALITÉ DE 100 % DANS L'INDUSTRIE			FACTEURS DE CRÉDIBILITÉ p = 90 % et r = 3 %		
	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	108,1	32,8	140,9	0,15	0,07	0,16
Sans examen médical	50,9	16,1	67,0	0,12	0,07	0,14
Avec examen paramédical	72,0	8,5	80,5	0,13	0,05	0,14
Total	231,0	57,4	288,4	0,23	0,11	0,26

Le facteur de crédibilité pour l'ensemble de la société est 0,26 (il représente $\min\left\{\sqrt{\frac{200}{3,007}}, 1\right\}$),

où 200 correspond au nombre total de sinistres pour la société et 3 007 est le facteur obtenu à partir de la table normale, où p = 0,9 et r = 0,03.

Étape 2 : Calculer le ratio de mortalité prévue de l'ensemble de la société et les sinistres prévus correspondants à l'aide du facteur de crédibilité et du ratio de mortalité de l'ensemble de la société à partir de la table ci-dessus. Le ratio de mortalité prévue s'élève à 73,8 % (c'est-à-dire $0,26 \times 69,3 + 0,74 \times 75,3$ %). Les sinistres prévus correspondants s'élèvent à 212,8 (c'est-à-dire un ratio de mortalité de 73,8 % \times 288,4 sinistres prévus pour l'ensemble de la société lorsque la mortalité est ramenée au niveau de l'expérience globale de l'industrie (facteur de 100%).

Étape 3 : Calculer le nombre prévu de sinistres pour l'ensemble de la société, à l'aide des sinistres et du facteur de crédibilité de chacune des sous-catégories.

	RATIOS DE MORTALITÉ PRÉVUE – Crédibilité par sous-catégorie			NOMBRE PRÉVU DE SINISTRES		
	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	69,3 %	73,0 %	70,1 %	74,9	23,9	98,8
Sans examen médical	84,2 %	83,5 %	84,0 %	42,8	13,5	56,2
Avec examen paramédical	73,3 %	85,9 %	74,6 %	52,8	7,3	60,1
Total	73,8 %	77,8 %	74,6 %	170,4	44,7	215,1

Dans ce cas, le ratio pour chaque sous-catégorie correspond à la moyenne pondérée des ratios de la société et de l'industrie; par exemple, le ratio prévu pour les hommes ayant subi un examen médical = $0,15 \times 59,0 \% + (1 - 0,15) \times 71,0 \% = 69,3 \%$. De plus, le ratio global pour les assurés ayant subi un examen médical s'élève à 70,1 % et est calculé de la façon suivante. D'abord, le nombre de sinistres prévus est calculé pour chaque catégorie; par exemple, pour les hommes ayant subi un examen médical = $69,3 \% \times 108,1 = 74,9$. Ensuite, le nombre total de sinistres applicable aux assurés ayant subi un examen médical est la somme des sinistres prévus pour chaque sous-catégorie = $74,9 + 23,9 = 98,8$. Enfin, le ratio total pour les assurés ayant subi un examen médical = $98,8 \div 140,9 = 70,1 \%$, où 140,9 correspond au nombre prévu de sinistres des assurés ayant subi un examen médical applicable à l'ensemble de l'industrie.

Étape 4 : Rajuster ou « normaliser » les ratios de mortalité R/P au moyen du ratio du nombre total de sinistres prévus obtenu à l'étape 2 au nombre total de sinistres prévus calculé à l'étape 3.

Les ratios de mortalité R/P et le nombre prévu correspondant de sinistres selon la sous-catégorie en vertu de la méthode normalisée sont énoncés au tableau suivant :

	RATIOS DE MORTALITÉ PRÉVUE – Méthode normalisée			NOMBRE PRÉVU DE SINISTRES		
	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	68,5 %	72,2 %	69,4 %	74,0	23,7	97,7
Sans examen médical	83,3 %	82,6 %	83,0 %	42,4	13,3	55,7
Avec examen paramédical	72,5 %	84,9 %	73,8 %	52,2	7,2	59,4
Total	73,0 %	77,0 %	73,8 %	168,6	44,2	212,8

Dans ce cas, le ratio de mortalité prévue pour les polices d'assurance tarifées à l'aide d'un examen médical s'élève 68,5 % pour les hommes, ce qui correspond au ratio de mortalité obtenu à l'étape 3, multiplié par le ratio des sinistres prévus à l'étape 2 à celui calculé à l'étape 3 (c'est-à-dire $69,3 \% \times 212,8 \div 215,1 = 68,5 \%$).

La méthode normalisée permet le calcul de facteurs de crédibilité selon la sous-catégorie, mais produit par la suite le même nombre de sinistres prévus pour l'ensemble de la société que s'il n'existait qu'une seule catégorie.

L'utilisation de la méthode énoncée dans la présente section suppose qu'il existe une base de données pertinente au sein de l'industrie. S'il n'existe pas, au niveau de l'industrie, de table ou d'étude qui correspond à la composition des produits offerts par la société, il pourrait convenir d'attribuer un facteur de crédibilité plus élevé que prévu aux données de la société.

560 THÉORIE DE BUHLMANN OU THÉORIE DE LA CRÉDIBILITÉ FONDÉE SUR LA PLUS GRANDE EXACTITUDE

1. La théorie de la crédibilité fondée sur la plus grande exactitude (TCGE) ou « crédibilité européenne » repose sur les travaux de Buhlmann. La TCGE est mieux fondée au plan théorique que la TCVL et elle fait en sorte que les résultats sont « équilibrés », ce qui permet d'éviter de les normaliser. La théorie de la crédibilité fondée sur la plus grande exactitude permet d'établir une estimation des sources de variation à l'intérieur et entre les sous-catégories.
2. Au plan théorique, la TCGE est complète et satisfait aux critères d'une bonne méthode de crédibilité mais elle comporte une lacune en ce qu'elle exige des renseignements supplémentaires au sujet des résultats de l'industrie (au-delà des données habituellement recueillies et diffusées). Abstraction faite de ces difficultés d'ordre pratique, la TCGE serait probablement la méthode de crédibilité privilégiée à utiliser pour établir l'hypothèse d'évaluation de la mortalité prévue.
3. Il existe plusieurs versions de la TCGE. Le modèle plus simple de Buhlmann et le modèle quelque peu plus complexe de Buhlmann-Straub sont énoncés à l'annexe 3.

570 RÉSUMÉ

1. Du point de vue théorique, la TCGE est préférable, car elle est complète. Cependant, les données actuelles de l'industrie ne sont pas suffisamment détaillées pour permettre l'utilisation de cette théorie.
2. La méthode normalisée, une variante de la TCVL, devient donc la méthode privilégiée. Abstraction faite des lacunes théoriques, la méthode normalisée satisfait à tous les critères associés à une bonne méthode de crédibilité.
3. Il est recommandé d'appliquer 3 007 décès pour assurer une pleine crédibilité. La dispersion du montant net à risque et l'absence de données crédibles de l'industrie représentent deux facteurs importants qui seraient pris en compte au moment de calculer le nombre de décès requis pour obtenir une pleine crédibilité.

580 SOURCES D'INFORMATION

Pour une explication plus détaillée de la théorie de la crédibilité, veuillez vous reporter aux annexes 1, 2 et 3, de même qu'aux sources énoncées ci-après :

- *Loss Models : From Data to Decisions*, article de Klugman, Willmot et Panjer, publié par John Wiley and Sons
- *Introductory Credibility Theory*, par Gordon E. Willmot, publié par l'IIPR.
- *A Credibility Approach to Mortality Risk*, par Mary R. Hardy et Harry H. Panjer, publié par l'IIPR
- *Introduction to Credibility Theory*, par Thomas N. Herzog

600 AUTRES RAJUSTEMENTS

L'application des étapes énoncées aux sections 200 à 500 permet de construire une table de mortalité de base. D'autres rajustements peuvent être effectués pour tenir compte des facteurs susceptibles d'influer sur la mortalité. Certains rajustements énoncés ci-après ne s'appliquent qu'à un segment de polices particulier.

610 NOUVELLES TECHNIQUES DE TARIFICATION

Aperçu

1. Les techniques et les niveaux d'exigences de tarification ne cessent d'évoluer (par exemple, les analyses de sang et d'urine sont récemment devenues plus fréquentes à des montants d'assurance inférieurs). Jusqu'à ce que s'accumulent des données suffisantes et crédibles, l'actuaire devra établir une estimation de l'incidence de cette évolution sur les résultats de la mortalité.
2. L'actuaire utilise ses connaissances au sujet des niveaux de mortalité générés par l'ancienne approche de tarification et y ajoute les répercussions anticipées des changements apportés au nouveau groupe d'assurés, pour obtenir la nouvelle table de mortalité. L'une des méthodes utilisées pour tenir compte des améliorations au chapitre de la tarification comprend la formule suivante :

$$Q(\text{NOUVEAU}) = Q(\text{ANCIEN}) \times (1 - A - B - C \times (A + B)) \div (1 - A - B)$$

où $Q(\text{NOUVEAU})$, $Q(\text{ANCIEN})$, A , B et C sont définis comme suit :

Q(NOUEAU) : Le nouveau taux de mortalité anticipé en raison de l'évolution de la tarification.

Q(ANCIEN) : L'ancien taux de mortalité (taux actuel) d'après l'ancienne méthode de tarification. Si la mortalité de l'industrie a été utilisée pour calculer ces taux, l'actuaire effectuerait un rajustement pour tenir compte des écarts existants entre la tarification de la société et celle de l'industrie pour éviter tout double comptage.

A : La fréquence des troubles médicaux, c'est-à-dire la fréquence à laquelle la technique de tarification permettra de déceler des troubles médicaux par ailleurs indétectables. Les laboratoires médicaux peuvent souvent fournir une estimation de la fréquence à laquelle leurs analyses peuvent dépister les troubles. Dans la mesure du possible, l'actuaire devrait examiner les données des blocs de polices de la société déjà sujets à ces normes de tarification.

B : La fréquence dite sentinelle, c'est-à-dire la fréquence à laquelle les personnes atteintes de ces troubles éviteront la société en raison de la nouvelle méthode de tarification. Il est difficile d'établir une estimation de cette fréquence, car par définition, elle représente un groupe d'assurés pour lesquels la société n'effectue pas de suivi. Le risque est susceptible de se matérialiser lorsque l'assuré en question est au courant d'un trouble important, notamment le VIH ou la consommation de cocaïne, et peut compter sur la disponibilité d'autres sources d'assurance sans devoir se soumettre à un examen d'admissibilité. La nature et la complexité du système de distribution influent aussi sensiblement sur ce facteur.

C : La mortalité additionnelle, c'est-à-dire l'accroissement moyen de la mortalité, à laquelle on peut s'attendre au sein du groupe à problème défini par les facteurs A et B . On peut souvent dégager des estimations en discutant avec les responsables de la tarification et(ou) le directeur des services médicaux. L'actuaire examinerait avec soin les éléments de preuve qui sous-tendent cette hypothèse.

3. Avant d'appliquer cette formule, on tiendrait compte des éléments suivants :
- **Variation selon l'âge :** On peut s'attendre que la mortalité Q , la fréquence du trouble médical et la mortalité excédentaire moyenne représentées par le trouble médical varient selon l'âge à l'émission. Le calcul serait divisé en plusieurs groupes d'âge, puis interpolé.
 - **Variation selon la période écoulée depuis l'émission :** À défaut de résultats fiables, l'actuaire pourrait raisonnablement supposer que les écarts de mortalité disparaîtront au fil du temps, mais qu'un certain écart pourrait subsister.
 - **Changements multiples apportés aux techniques de tarification :** Si l'actuaire analyse plus d'un changement de technique de tarification à la fois, il ferait preuve de prudence si les troubles décelés à l'aide des techniques ne sont pas indépendants. Les corrélations seraient prises en compte dans l'établissement des facteurs.
 - **Utilisation d'hypothèses :** Il est difficile d'établir avec confiance une estimation pour un certain nombre d'hypothèses clés. L'actuaire tiendrait compte du caractère raisonnable de ces hypothèses, plus particulièrement si elles ont un effet important sur le passif des polices.
4. Les changements apportés à la tarification n'améliorent pas toujours la mortalité. Dans certains cas, les sociétés peuvent supprimer certaines exigences pour simplifier le processus de tarification, ou réduire les coûts. Cette formule peut être utilisée à l'inverse pour tenir compte de ces situations.

Tarification préférentielle/modification des catégories de tarification

1. Le principal défi lors de l'établissement d'hypothèses de mortalité pour les nouvelles catégories de tarification, notamment la tarification préférentielle, se situe au niveau de la période requise pour obtenir des résultats crédibles. Il se peut qu'il n'existe pas d'études techniques à l'échelle de l'industrie, et même si elles existent, les écarts au chapitre des critères d'établissement des classes de risques des différentes sociétés peuvent compromettre l'applicabilité des résultats à quelque société que ce soit.
2. Le manque de données homogènes crédibles ne réduit pas l'importance d'étudier les résultats de l'industrie avant d'évaluer les résultats de mortalité préférentielle de la société.
3. Même s'il existe des résultats crédibles par catégorie au cours des premières durées, l'actuaire pourrait tout de même devoir établir une estimation de l'incidence des nouvelles catégories de tarification sur la mortalité au fil du temps. Il est raisonnable de supposer que les taux de mortalité pour les risques préférentiels et non-préférentiels rejoindraient, avec le temps, les taux de mortalité globaux standard.
4. À défaut de résultats fiables et pertinents, l'actuaire tiendrait compte de la longueur de la période au cours de laquelle les effets de la tarification préférentielle se feront sentir. En pareils cas, il serait raisonnable de supposer que ces effets s'atténueront au cours de la période sélecte, qu'ils s'élimineront de façon linéaire entre la dernière période pour laquelle l'assureur possède des résultats fiables et la durée au cours de laquelle les effets devraient disparaître complètement.

5. Au moment de la préparation de la présente note, les États-Unis représentaient la seule source éventuelle de données d'expérience préférentielles suffisamment crédibles et de durée assez longue pour évaluer l'incidence à plus long terme¹⁰. Si l'actuaire a accès à ces données, l'examen des résultats aux fins de l'évaluation des polices canadiennes tiendrait compte des différences au chapitre des produits, des critères de tarification, des exigences de sélection selon l'âge et le montant, de la mortalité de la population ou de la fréquence des troubles de santé. Les résultats de mortalité provenant de ces sources sont rarement applicables sans rajustement. Plus particulièrement, les résultats obtenus aux États-Unis tiennent compte de l'évolution des pratiques de tarification, de même que du lancement de produits préférentiels; ils ne seraient donc pas appliqués au Canada sans être modifiés.
6. A défaut de données crédibles et pertinentes sur la mortalité pour la catégorie préférentielle, l'actuaire peut utiliser des méthodes semblables à celles énoncées pour les nouvelles techniques de tarification. Il peut calculer le taux de mortalité de la catégorie préférentielle comme s'il établissait des exigences de tarification plus rigoureuses ou de nouvelles techniques de tarification. Ces deux calculs requièrent une estimation de l'incidence du retrait d'un groupe d'assurés sur la mortalité du reste du groupe. Dans la formule ci-dessous, le facteur « B » peut être exprimé selon la formule suivante $[Q(\text{ANCIEN}) - Q(\text{NOUVEAU})] \div Q(\text{ANCIEN})$.
7. Une formule de partage d'une catégorie (disons NS standard) en deux catégories (NS préférentiel, NS résiduel) en appliquant des normes de tarification plus rigoureuses (p. ex. l'hypertension) s'exprime de la manière suivante :

$$Q(\text{NS préférentiel}) = Q(\text{NS standard}) \times (1 - B)$$

$$Q(\text{NS résiduel}) = Q(\text{NS standard}) \times (1 - A + B \times A) \div (1 - A)$$

où $Q(\text{NS préférentiel})$, $Q(\text{NS standard})$, A et B sont définis comme suit :

Q(NS préférentiel) : taux de mortalité préférentiel, ou taux de mortalité anticipé pour les proposants admissibles en vertu de la norme de tarification plus rigoureuse.

Q(NS standard) : taux de mortalité standard, ou taux de mortalité actuel pour la catégorie standard globale, sans égard aux nouveaux critères de tarification.

A : fréquence à laquelle un client ordinaire sera accepté aux fins de classification préférentielle en vertu des exigences plus rigoureuses. Il peut s'agir d'une tâche difficile, car la plupart des sociétés ne conservent habituellement pas les résultats de test de laboratoire aux fins d'analyses futures. Les directeurs médicaux, les sociétés d'analyse en laboratoire et les réassureurs peuvent constituer de précieuses ressources pour établir ces estimations. S'il peut y avoir accès, l'actuaire examinerait les données de la société.

B : l'écart de mortalité pour la catégorie préférentielle par rapport à l'ancienne catégorie standard. Les estimations relatives à ce chiffre peuvent souvent être obtenues dans le cadre de discussions avec le directeur chargé de la tarification et(ou) le directeur des services

¹⁰ Même dans ce cas, les données sont propres à une société et aucune étude publique propre à l'industrie n'est disponible. En outre, les résultats selon la durée tiennent également compte des tendances du taux de mortalité qui peuvent relever davantage des différences au chapitre des générations de produit, du marché et des critères de tarification que de l'évolution de l'effet de la tarification préférentielle.

médicaux. L'actuaire examinerait avec soin les éléments de preuve à l'appui de cette hypothèse. La catégorie de tarification préférentielle est habituellement définie au moyen de plusieurs critères de tarification. Les estimations se rapportant aux valeurs A et B peuvent être obtenues en tenant compte des répercussions globales des divers critères. L'actuaire tiendrait compte de toute corrélation entre les critères de sélection lorsqu'il établit de telles hypothèses. Si les critères de tarification sont indépendants, les pourcentages d'admissibilité et les ratios de mortalité peuvent être obtenus de façon indépendante pour chaque critère, puis être multipliés pour obtenir le résultat final. Un examen approfondi des dossiers de tarification peut faciliter la mise au point de telles hypothèses.

8. Lorsqu'il existe plusieurs catégories de tarification, il convient de reprendre cette procédure pour chacune des catégories, en commençant par la catégorie dont les critères de tarification sont les plus rigoureux, puis en raffinant successivement chacune des catégories à chaque étape suivante.
9. Si une nouvelle technique de tarification est ajoutée au moment où de nouvelles catégories sont créées, l'évolution de la mortalité globale attribuable à la nouvelle technique de tarification serait d'abord quantifiée, avant que l'on procède à l'examen du rapport entre la mortalité préférentielle et la mortalité standard.
10. Il convient de tenir compte de divers facteurs aux fins de l'application pratique de cette formule :
 - **Variations selon l'âge :** On peut s'attendre à ce que la mortalité additionnelle et les pourcentages d'admissibilité varient selon l'âge à l'émission. Le calcul serait alors effectué pour plusieurs groupes d'âges, puis interpolé.
 - **Variations selon la durée :** Il est raisonnable de supposer que les effets de la tarification préférentielle s'atténuent pendant la période sélecte.
 - **« Effet de sentinelle inversé » :** Les critères appliqués par les concurrents aux catégories préférentielles peuvent différer, de sorte qu'une société peut perdre les meilleurs risques de chacune de ses catégories au profit de ses concurrents, et une autre peut y gagner. Il peut en découler une concentration des moins bons risques dans chacune de ces catégories, mais il est difficile d'en établir une estimation. L'examen de l'expérience de mortalité réelle par rapport à la mortalité prévue à mesure qu'évoluent les résultats crédibles devient encore plus important si des catégories de tarification d'une société diffèrent sensiblement de celles de l'industrie.
 - **Utilisation des hypothèses :** Il est difficile d'établir avec confiance une estimation des principales hypothèses. L'actuaire déterminerait son niveau de confiance à l'égard des hypothèses, plus particulièrement si elles ont un effet important sur le passif des polices. S'il n'a pas confiance aux hypothèses, l'actuaire pourrait regrouper toutes les nouvelles catégories de risques associées à la catégorie standard initiale et utiliser une hypothèse de mortalité globale, ou augmenter le niveau des MED.
 - **Réassurance :** On utiliserait avec soin les taux préférentiels du réassureur à titre de valeur approximative pour l'hypothèse d'évaluation de la mortalité prévue. Malgré le fait que l'assureur remplace un taux fixe de base par son coût de mortalité, il doit quand même procéder à une évaluation indépendante de la mortalité sous-jacente. Les taux du réassureur représentent habituellement des multiples simples d'une table standard de l'industrie utilisée pour faciliter la vente et la comparaison. Les résultats réels à l'égard des nouvelles catégories de risque varieront vraisemblablement selon l'âge et la durée.

Exemple : Supposons qu'une société applique simultanément des exigences de tarification plus rigoureuses et divise en deux les catégories standard non-fumeurs, d'après un ensemble de critères de tarification. Supposons par ailleurs ce qui suit :

- le problème de santé identifié au moyen des nouveaux tests de tarification touche en moyenne 2 % des proposants;
- la société accuse du retard sur l'industrie pour ce qui est d'ajouter ce test à ses exigences;
- selon les estimations, 1 % de proposants additionnels ayant cette maladie obtiennent de l'assurance en profitant de la faiblesse de la tarification de la société;
- les résultats de mortalité utilisés comme base tiennent compte des coûts de mortalité supplémentaires associés à cette discontinuité;
- la mortalité de ces proposants représente 500 % de la mortalité standard (la mortalité *supplémentaire* est donc de 400 %);
- le taux de mortalité de durée 1 présumé pour une non-fumeuse de 60 ans s'élève actuellement à 1 \$/1 000.

Pour déterminer le nouveau taux de mortalité global une fois le test appliqué :

$$Q_{\text{nouveau}} = 1 \text{ \$/1 000} \times (1 - 0,02 - 0,01 - (0,02+0,01) \times 400 \%) \div (1-0,02-0,01)$$

$$= 1 \text{ \$/1 000} \times 0,85 \div 0,97 = 0,88 \text{ \$/1 000}$$

Maintenant, supposons que la société divise la nouvelle catégorie de non-fumeurs en deux, d'après un ensemble de critères d'admissibilité qui, à son avis, partagera les risques en deux : les meilleurs risques, 40 % et les risques résiduels, 60 %. Les risques préférentiels sont présumés présenter une mortalité de 15 % moins élevée que celle prévue dans la catégorie globale. Dans ce cas, la mortalité préférentielle et résiduelle peut être calculée de la manière suivante :

$$Q_{\text{nouveau}} (\text{préférentielle}) = 0,88 \text{ \$/1 000} \times (1 - 0,15) = 0,748 \text{ \$/1 000}$$

$$Q_{\text{nouveau}} (\text{résiduel}) = 0,88 \text{ \$/1 000} \times (1 - 0,4 + 0,15 \times 0,4) \div (1 - 0,4) = 0,968 \text{ \$/1 000}$$

Pour vérifier les résultats, l'actuaire peut procéder à un essai qui révélera si les nouvelles hypothèses produisent le même taux de mortalité global que les anciennes hypothèses.

$$[Q_{\text{nouveau}} (\text{préférentielle})] \times 0,4 + [Q_{\text{nouveau}} (\text{résiduelle})] \times (1 - 0,4) = 0,748/1 000 \times 0,4 + 0,968/1 000 \times 0,6 = 0,88/1 000$$

620 DÉCHÉANCE SÉLECTIVE

1. Par définition, les déchéances sélectives sont des déchéances dont la mortalité serait identique à celle des assurés nouvellement sélectionnés.
2. L'actuaire tiendrait compte des effets de la déchéance sélective lorsqu'il établit l'hypothèse de mortalité prévue même s'il est difficile d'observer la déchéance sélective (car la santé des titulaires de polices frappés de déchéance est inconnue). L'effet de la déchéance sélective est habituellement modélisé à l'aide d'un rajustement explicite à la mortalité de base prévue.
3. Les taux de déchéance applicables aux produits d'assurance temporaire renouvelable peuvent être présumés afficher une augmentation temporaire lorsque les taux de prime augmentent à une date de renouvellement. En général, les assurés en santé sont plus susceptibles de mettre un terme à leurs polices à la date de renouvellement que les assurés éprouvant des problèmes de santé; il en découle donc une détérioration de la mortalité pour les assurés restants.
4. Les polices présentant de faibles taux de déchéance ultime, comme l'assurance temporaire à 100 ans et l'assurance-vie universelle à coûts nivelés, peuvent afficher une « déchéance sélective inversée », car il subsiste un nombre plus élevé d'assurés en santé qu'en moyenne.
5. Les facteurs suivants seraient pris en compte pour établir l'hypothèse (ou les hypothèses) de taux de déchéance sélective :
 - **Taille de l'augmentation du taux de prime :** Les fortes hausses sont davantage susceptibles d'entraîner une augmentation des déchéances sélectives.
 - **Période entre les augmentations de primes :** Les taux de déchéance sélective sont susceptibles d'augmenter si la période entre les augmentations est plus longue.
 - **Durée :** Pour un même âge atteint, les taux de déchéance sélective sont susceptibles de diminuer lorsque la police a été émise depuis plus longtemps. Par exemple, le taux de déchéance sélective à 45 ans à l'égard d'une police émise à 25 ans sera probablement inférieur à celui d'un assuré de 45 ans dont la police a été émise à 35 ans.
 - **Taille de la police :** Les polices de montant plus élevé sont susceptibles de produire des taux de déchéance sélective plus élevés.
 - **Système de distribution retenu :** Une activité intense de remplacement et(ou) la présence d'un marché plus sophistiqué peut entraîner une augmentation des taux de déchéance sélective.
 - **Commissions de renouvellement plus élevées :** La hausse des commissions aux dates de renouvellement de la prime est susceptible d'entraîner un abaissement des taux de déchéance sélective.
 - **Facteurs externes du marché :** À la date de renouvellement, si des solutions de rechange moins coûteuses sont accessibles, les clients plus en santé envisageront la possibilité de quitter le régime.
 - **Proportion d'assurés en santé qui ne quittent pas :** Dans une situation extrême, s'il ne subsiste aucun assuré en santé, le taux de déchéance sélective équivaudra à zéro. De même, ce taux ne serait pas supérieur au pourcentage d'assurés qui sont encore en santé juste avant la date de renouvellement.
 - **Activité de conversion :** Des taux de conversion élevés à des périodes ultérieures peuvent améliorer le taux de mortalité des assurés qui demeurent.

6. La déchéance sélective peut survenir à des dates différentes de celle du renouvellement. Par exemple, une activité intense de remplacement peut être une indication à l'effet que des assurés en santé quittent pour adopter des solutions moins coûteuses, même pour des polices autres que des polices d'assurance temporaire renouvelable. Si les taux de déchéance sont élevés à l'égard d'un produit, certaines de ces déchéances seraient réputées déchéances sélectives.
7. L'actuaire examinerait le niveau auquel les effets de la déchéance sélective (ou la « déchéance sélective inversée » dans le cas de produits comme l'assurance temporaire à 100 ans et l'assurance-vie universelle à coûts nivelés) sont déjà pris en compte dans les données sur la mortalité. Parmi les facteurs particuliers, mentionnons le type de polices couvertes par l'étude de mortalité, le niveau des taux de déchéance et l'évolution des ratios de mortalité selon la durée. L'actuaire peut envisager la possibilité de rajuster les taux de déchéance sélective et l'hypothèse de mortalité prévue pour reconnaître qu'il peut exister pour certains titulaires de polices, un certain décalage entre la date d'augmentation de la prime et la date de déchéance visant certains assurés en santé.
8. L'annexe 4 renferme des formules précises pour calculer les taux de mortalité des autres assurés, en supposant que l'hypothèse de mortalité de base n'inclut aucune déchéance sélective. Pour utiliser ces formules, l'actuaire rajusterait les résultats de la mortalité afin d'en retirer les effets de la déchéance sélective. Par ailleurs, s'il est convaincu que les résultats de la mortalité tiennent entièrement compte des effets de la déchéance sélective, l'actuaire peut utiliser ces données comme fondement de l'hypothèse de mortalité prévue sans effectuer de rajustement pour la déchéance sélective.

630 POLICES D'ASSURANCE-VIE MULTIPLES

Méthodes d'approximation

1. L'établissement de l'hypothèse de mortalité pour les polices couvrant plusieurs assurés peut constituer une tâche complexe qui exige de nombreux calculs, plus particulièrement si les prestations de décès sont versées au dernier décès. L'âge équivalent unique (AEU) et l'âge conjoint équivalent (ACE) sont deux méthodes courantes d'approximation qui sont utilisées afin de simplifier le calcul. Malheureusement, ces deux méthodes produisent une courbe de mortalité sensiblement différente de celle de la mortalité conjointe réelle calculée à partir des principes de base. Au mieux, ces approximations ne seraient valables que pour une courte période et divergent du résultat exact au fil du temps.
2. L'actuaire calculerait, dans la mesure du possible, la mortalité prévue en fonction des multiples éventualités de survie et de décès, en se fondant sur des renseignements exacts concernant l'âge et le sexe.

Âge équivalent unique (AEU)

3. En vertu de la méthode de l'AEU, la mortalité conjointe est obtenue par approximation au moyen de la mortalité d'un âge unique qui présenterait environ la même valeur actualisée pour les prestations de décès. Il existe un ensemble de règles pour passer des âges réels des assurés conjoints à l'AEU.

4. La mortalité pour une vie unique présente une courbe très différente de la mortalité conjointe. Pour les assurances-vie au dernier décès (« AVDD »), les taux de mortalité en vertu de la méthode d'AEU sont sensiblement plus élevés aux premières durées que la mortalité exacte mise au point à l'aide des principes de base. Aux durées ultérieures, la relation est inversée et la mortalité conjointe au dernier décès est plus élevée que celle établie à l'aide de l'AEU. Un AEU établi à la date d'émission sous-estime le passif des polices au-delà de la première durée.
5. L'actuaire pourrait améliorer l'approximation en recalculant l'AEU à chaque date d'évaluation, mais cela exigerait une connaissance complète du dossier de chaque assuré qui compose l'AEU, ce qui pourrait ne pas être pratique. En revanche, l'actuaire pourrait estimer un ensemble de facteurs pour chaque date d'évaluation future à appliquer au passif des polices en vertu de l'AEU pour produire un passif des polices conjointes plus exact en examinant d'abord le ratio du passif des polices conjointes au passif des polices à AEU pour divers âges, sexes et habitudes de tabagisme.

L'exemple qui suit aide à visualiser l'ampleur de cet écart :

Type de police :	Assurance-vie au dernier décès
Assuré 1 :	Homme non fumeur de 45 ans
Assuré 2 :	Femme non fumeuse de 40 ans
Mortalité :	86,5 %, table de l'ICA 1986-1992, âge à l'anniversaire le plus proche
Taux d'intérêt :	6 %
Âge équivalent unique :	Homme non fumeur de 30 ans

Durée	Valeur actualisée des prestations de décès futures		
	Conjoint	AEU	Écart
0	0,0671	0,0676	0,0005
20	0,2130	0,1881	-0,0249
40	0,5620	0,4573	-0,1047

6. La relation opposée se produit dans le cas de la mortalité applicable à l'assurance sur deux têtes payable au premier décès. Les taux de mortalité d'AEU aux premières durées sont inférieurs aux taux réels de mortalité établis à partir des principes de base, tandis que les taux de mortalité de durées ultérieures sont plus élevés.

Âge conjoint équivalent (ACE)

7. Selon la méthode de l'ACE, les taux de mortalité sont établis par approximation à l'aide des facteurs de mortalité conjointe pour un même nombre d'assurés ayant le même âge et faisant partie de la même catégorie de tarification. L'ACE est utilisé pour établir une approximation de la même valeur actualisée des prestations de décès. Des règles sont définies pour convertir les âges réels en un âge conjoint équivalent.
8. La méthode de l'ACE est supérieure à celle de l'AEU, car la courbe de mortalité correspond mieux à celle dérivée d'une méthode fondée sur l'âge exact. Cependant, l'actuaire veillerait à ce que la valeur actualisée de la mortalité future en vertu de l'approximation demeure appropriée.

Études de mortalité portant sur les couvertures conjointes

9. Les études de mortalité sur les couvertures conjointes sont rarement crédibles. L'actuaire veillerait à ce que ce type d'étude soit effectué et interprété correctement. On tiendrait compte des facteurs suivants :
- **Déclaration du premier décès :** La méthode la plus précise pour étudier la mortalité applicable aux polices sur plus d'une tête consiste à comparer les décès pour chacune d'elles. Il s'agit d'une tâche relativement facile pour les polices d'assurance sur deux têtes payables au premier décès, car la déclaration des décès est la même que pour les polices sur une seule tête. Cependant, il peut s'avérer impossible d'appliquer cette méthode aux polices d'assurance-vie au dernier décès si un nombre important de premiers décès n'est pas déclaré.
 - **Choix de la mortalité prévue :** Le choix de la mortalité prévue pour l'étude des polices sur plus d'une tête présente des défis uniques. L'absence d'étude traitant des polices sur plus d'une tête au sein de l'industrie exige le recours à des tables de mortalité d'assurance sur une seule tête. L'actuaire s'assurerait de choisir la table qui convient le mieux. Par exemple, l'actuaire pourrait choisir la mortalité prévue pour les polices d'assurance sur une seule tête qui correspond le mieux aux caractéristiques de tarification moyenne pour les polices sur plus d'une tête, car ces polices peuvent en moyenne être de plus grande taille.
 - **Incidence des polices d'assurance-vie à risques aggravés :** Puisqu'un nombre important de polices d'assurance-vie au dernier décès comportent un risque aggravé, ces polices ont une incidence plus élevée de risques aggravés qu'un portefeuille de polices d'assurance sur une seule tête. Certaines sociétés rajustent les AEU plutôt que d'appliquer une surprime, ce qui pourrait compliquer le suivi des résultats des polices à risques aggravés.
 - **Crédibilité :** Il est plus difficile de raffiner les données en sous-groupes crédibles pour les polices d'assurance-vie au dernier décès que pour les polices d'assurance sur une seule tête. La crédibilité aux premières durées pour les polices d'assurance-vie au dernier décès est sensiblement inférieure à des blocs de même taille de polices d'assurance sur une seule tête en raison de la faible probabilité de sinistres. Ainsi, des blocs plus imposants de polices en vigueur sont nécessaires par rapport aux polices d'assurance-vie sur une seule tête. En outre, le nombre de combinaisons de polices augmente de façon exponentielle.
 - **Utilisation d'approximations :** L'actuaire ferait preuve de prudence lorsqu'il utilise une expérience prévue construite à l'aide de la méthode de l'AEU ou de l'âge conjoint équivalent. Par exemple, la base prévue du bloc de polices d'assurance-vie au dernier décès calculée à l'aide de la méthode de l'AEU affichera des résultats de sinistres prévus très favorables aux premières durées. Cependant, ces résultats de sinistres prévus se détériorent aux durées suivantes.
 - **Application de l'amélioration de la mortalité :** L'actuaire ferait preuve de prudence au moment d'appliquer des facteurs d'amélioration de la mortalité pour les polices d'assurance sur une seule tête aux résultats de sinistres des polices d'assurance-vie au dernier décès.

Décès simultanés dans le cadre de polices d'assurance-vie au dernier décès

Pour deux assurés qui ne partagent aucun lien et qui n'ont aucun rapport dans la vie courante, la probabilité de décès simultané est faible. Par contre, les personnes qui achètent une police d'assurance-vie au dernier décès entretiennent souvent des liens réguliers, ce qui accroît le risque de décès simultanés. Si ce risque n'est pas pris en compte, l'hypothèse de mortalité est susceptible d'être sous-estimée.

Lectures suggérées

Voici une liste d'articles publiés par la SOA au sujet de la mortalité en assurance-vie sur plus d'une tête :

- Jack Bragg, Jack Luff et Bob Vose, *The Actuary*, janvier 1994;
- Reynolds, Craig W. *Last Survivor Insurance Antiselection*, dans SOA Product Development News, février 1994;
- Panjer, Harry H., *Second-to-Die with Possibility of Simultaneous Death*. dans SOA Product Development News, juin 1994.

640 SIDA

1. Lorsque l'épidémie du SIDA s'est déclarée, il n'existait aucune donnée sur l'effet de cette maladie sur la mortalité des détenteurs de polices d'assurance-vie. L'ICA a promulgué une méthode théorique générale pour tenir compte du niveau de mortalité attribuable au SIDA dans les provisions techniques pour l'assurance grande branche. Cette méthode générale reposait sur le modèle du SIDA fondé sur la mortalité de la population.
2. La mortalité de la population devait être rajustée pour représenter la mortalité des assurés à l'aide d'un certain nombre de facteurs. Ceux-ci sont énoncés dans les paragraphes qui suivent.
3. Bien que les facteurs demeurent pertinents, il importe de reconnaître la mesure dans laquelle la mortalité attribuable au SIDA est déjà prise en compte dans les données d'expérience. Une provision explicite pour le SIDA n'est plus requise si l'actuaire juge que les sinistres découlant du SIDA sont entièrement intégrés aux données d'expérience. Lorsqu'il détermine dans quelle mesure le SIDA est pris en compte dans les données d'expérience, l'actuaire tiendrait compte des éléments suivants :
 - les sinistres attribuables au SIDA en pourcentage du total des sinistres de la société par rapport aux résultats comparables pour l'industrie ou la population en général;
 - la mesure dans laquelle les décès attribuables au SIDA sont pris en compte dans les données d'expérience peut varier selon la date d'émission et l'âge à l'émission, car le SIDA est un phénomène relativement récent;
 - les marchés cibles; et
 - les normes historiques de tarification et les exigences de sélection selon l'âge et le montant.

4. En outre, l'actuaire tiendrait compte des changements médicaux dans le traitement du SIDA et des répercussions que ces changements exerceront vraisemblablement sur l'expérience future de mortalité.
5. Dans la mesure où l'actuaire estime que le SIDA n'est pas entièrement pris en compte dans l'expérience connue, l'actuaire rajusterait la mortalité prévue en tenant compte des facteurs suivants :
 - **Population assurée :** Une proportion plus faible du groupe à risque que l'ensemble de la population détient une police d'assurance-vie individuelle. Le pourcentage minimal présumé recommandé à l'égard de la mortalité hors SIDA avant 1984 s'élevait à 40 %. Ce pourcentage serait mis à jour à la date d'évaluation en supposant des déchéances sélectives.
 - **Paramètres de l'épidémie du SIDA :** Les modèles du SIDA décrits dans les directives de l'ICA tiennent compte d'un nombre de paramètres présumés, y compris l'évolution des infections futures, la période d'incubation, le développement du SIDA clinique jusqu'au décès, et la répartition des cas de SIDA au sein de la population, selon l'âge.
 - **Effet des tests de dépistage du VIH :** De nombreuses sociétés d'assurance-vie ont commencé à appliquer des tests précis pour dépister le VIH à la fin des années 80 ou au début des années 90. Pour certaines d'entre elles, le seuil des tests a été abaissé à une date ultérieure. Le niveau auquel ces tests sont effectués influencent les résultats de la société et devrait être pris en considération.
 - **Effet de la déchéance sélective :** Il est raisonnable de supposer que les personnes porteuses du SIDA seront peu susceptibles de racheter leurs polices. Cette hypothèse peut également s'appliquer aux séropositifs et, dans une moindre mesure, à ceux qui font partie d'un groupe à risque élevé. La méthodologie de la déchéance sélective énoncée dans la présente note pourrait être appliquée.
 - **Différences régionales :** L'incidence du SIDA peut varier d'un territoire à l'autre et, à l'intérieur des territoires, selon la région.
 - **Caractéristiques de la société :** Des sociétés différentes peuvent avoir une expérience différente en matière de SIDA, selon le marché cible (urbain ou rural), la répartition selon l'âge et le sexe, et les critères de tarification.

ANNEXE 1 – PROBABILITÉ ET NOTIONS STATISTIQUES

PROBABILITÉS

Distribution de Poisson

Le nombre de sinistres d'un portefeuille de polices peut être décrit en utilisant un modèle de Poisson.

Si X et Y sont des variables aléatoires indépendantes de Poisson jumelées respectivement aux paramètres a et b de Poisson, alors :

$$E[X] = \text{Var}[X] = a,$$

$$E[Y] = \text{Var}[Y] = b, \text{ et}$$

$W = X + Y$ est également une variable de Poisson à paramètre $c = a + b$ (et $E[W] = \text{Var}[W] = c = a + b$).

Nous désignerons cette distribution sous le vocable « distribution globale de Poisson ».

En outre, si nous savons que W est une variable aléatoire de Poisson à paramètre c , nous savons donc que W peut être décomposé en au moins deux variables aléatoires de Poisson avec les paramètres respectifs de Poisson dont le total équivaut à c .

Il s'agit là des propriétés d'addition et de décomposition du modèle de Poisson.

Même si la distribution théorique de la mortalité est binomiale, lorsque les probabilités de l'occurrence (décès) sont faibles, le modèle de Poisson constitue une approximation raisonnable de la binomiale.

Distribution composée de Poisson

Le montant total de sinistres à l'intérieur d'un portefeuille de polices peut être décrit en utilisant un modèle composé de Poisson, qui témoigne du nombre et du montant des sinistres.

Supposons que N est une variable aléatoire représentant le nombre de sinistres d'un assureur et que la moyenne et la variance de cette valeur en vertu de la distribution de Poisson sont λ . Le nombre observé de sinistres est n .

Pour $k = 1, 2, 3, \dots, n$, supposons que Y_k est la variable aléatoire qui représente le montant du k -ième sinistre.¹¹

Supposons que les valeurs Y_k sont indépendantes et ont une distribution à moyenne μ_y et à variance σ_y^2 .

¹¹ La taille « aléatoire » des sinistres est obtenue de la façon suivante : vu qu'un sinistre survient à l'intérieur d'un portefeuille, quelles sont les probabilités quant aux divers montants possibles de ce sinistre? Voici la réponse : pour tout montant, il s'agit de la somme des taux de mortalité applicables à toutes les polices rattachées à ce montant, tous divisés par la somme des taux de mortalité pour toutes les polices du portefeuille. La moyenne et la variance de cette distribution peuvent être facilement calculées pour un portefeuille à partir des montants et des taux de mortalité applicables aux polices du portefeuille.

Supposons que le nombre de sinistres N est indépendant du montant des sinistres Y_k .

Le montant total de sinistres $X = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_N$ suit une distribution composée de Poisson.

À l'aide de l'espérance conditionnelle de N , on peut démontrer que

$$E[X] = \mu = \lambda \mu_y, \text{ et}$$

$$Var[X_i] = \sigma^2 = \lambda(\mu_y^2 + \sigma_y^2)$$

En résumé, la valeur X_i suit une distribution composée de Poisson avec paramètre de Poisson λ et une distribution du montant des sinistres ayant une moyenne μ_y et une variance σ_y^2 .

Estimateurs

Supposons un portefeuille de n polices d'assurance-vie numérotées 1, 2, 3, ..., n comportant des taux de mortalité d'un an $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ et des montants nets à risque correspondants (nets de la réassurance et du passif des polices) de $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$.

Pour une période d'un an, la moyenne et l'écart-type du nombre de décès et de la somme des sinistres-décès est le suivant :

	Nombre de décès	Somme des sinistres-décès
Prévu :	$\lambda = \sum_{i=1}^n q_i$	$\mu = \sum_{i=1}^n q_i b_i$
Écart-type :	$\sqrt{\sum_{i=1}^n q_i(1 - q_i)}$	$\sqrt{\sum_{i=1}^n q_i(1 - q_i) b_i^2}$

Pour les valeurs élevées de n , le nombre de décès ainsi que la somme des sinistres-décès sont approximativement distribués de façon normale à l'aide des moyennes et des écarts-types susmentionnés.

La distribution de Poisson avec une moyenne λ peut également être utilisée à titre d'approximation du nombre de décès. L'écart-type de la distribution de Poisson est $\sqrt{\lambda}$, ce qui est légèrement plus élevé que l'écart-type véritable susmentionné.

La distribution composée de Poisson correspondante peut être utilisée pour établir une approximation de la distribution de la somme des sinistres-décès. Sa moyenne est μ et son

écart-type est $\sqrt{\sum q_i b_i^2}$, c'est-à-dire un peu plus élevé que l'écart-type véritable indiqué ci-dessus.

NOTIONS STATISTIQUES

Statistiques sommaires

Définissons le montant moyen des sinistres-décès annuels, c'est-à-dire

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m}$$

où m représente le nombre d'années d'expérience pour la société.

Alors ¹²

$$E[\bar{X}] = \mu = \lambda\mu_y \text{ et } Var[\bar{X}] = \sigma^2 = \lambda(\mu_y^2 + \sigma_y^2) / m$$

Théorème de la limite centrale

Selon le théorème de la limite centrale, si l'expérience est « vaste », la variable aléatoire

$$\frac{(\bar{X} - x)}{\sqrt{Var(\bar{X})}}$$

se conforme approximativement à une distribution normale avec une moyenne égale à zéro et un écart-type égal à un (x est la valeur véritable de X).

¹² Voir *Introductory Credibility Theory*, exemple 2.2.3.

ANNEXE 2 – THÉORIE DE LA CRÉDIBILITÉ À VARIATION LIMITÉE¹³

1. La théorie de la crédibilité à variation limitée (TCVL) propose un critère de pleine crédibilité fondé sur la taille du portefeuille. La pleine crédibilité signifie qu'il peut convenir de n'utiliser que les résultats du portefeuille et de ne pas tenir compte des données de l'industrie.
2. De plus, la TCVL suggère une méthodologie spéciale qui permet de calculer la crédibilité partielle, lorsqu'un facteur de pondération est appliqué aux résultats du portefeuille et à ceux de l'industrie.
3. L'hypothèse prévue de la somme des sinistres d'une société pour une année peut être exprimée de la façon suivante :

$$X_E = Z \bar{X} + (1 - Z)\mu$$

où

- X_E désigne le montant prévu de la somme des sinistres;
- Z désigne le facteur de crédibilité ou le facteur de pondération appliqué aux données d'expérience;
- \bar{X} est la moyenne observée et est obtenue à partir des données d'expérience $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$;
- μ est la moyenne de la distribution sous-jacente et équivaut au nombre prévu de sinistres ou à leur montant, d'après les données de l'industrie pour le même portefeuille; et
- n est le nombre d'années d'expérience.

Bien que cette formule de crédibilité moyenne pondérée soit attrayante au plan intuitif, la TCVL ne prévoit pas un modèle théorique sous-jacent pour la distribution de X_i qui soit conforme à la formule.

En vertu de la TCVL, on calcule X_E en choisissant un paramètre de d'écart r ($r > 0$) et un niveau de probabilité p ($0 < p < 1$), de sorte que l'écart entre X_E et sa moyenne μ est faible.

Le critère peut être exprimé sous la forme

$$\Pr\{|X - \mu| \leq -r\lambda\} \geq p$$

où r représente la marge d'erreur, un « petit » nombre, et p constitue l'intervalle de confiance, un « grand » nombre.

En d'autres termes, la valeur X_E est une bonne estimation de la mortalité prévue future si l'écart entre cette valeur et sa moyenne μ est faible par rapport à μ à probabilité élevée.

¹³ Crédibilité américaine

Les valeurs paramétriques $p = 90 \%$ et $r = 5 \%$ sont fréquemment citées comme les seuils requis pour la pleine crédibilité; cependant, la détermination de ces valeurs paramétriques n'est pas fondée au plan théorique. Lorsque l'on détermine l'hypothèse d'évaluation de la mortalité prévue, on pourrait vouloir utiliser un seuil plus élevé pour établir une pleine crédibilité, notamment $p = 90 \%$ et $r = 3 \%$.

Dans bien des cas, il est raisonnable d'établir la distribution de \bar{X} comme étant une distribution normale. Dans ces cas, le nombre de sinistres correspondant aux différentes valeurs des paramètres p et r peut être obtenu à partir de tables normales types. Pour $p = 90 \%$ et $r = 3 \%$, la valeur provenant de cette distribution est 3 007 sinistres.

Le tableau suivant énonce le nombre de sinistres requis pour obtenir une pleine crédibilité selon diverses valeurs de p et r .

Table normale standard – Paramètres d'écart et de probabilité					
Nombre de sinistres requis pour obtenir une pleine crédibilité					
Paramètre de probabilité p	Paramètre de fourchette r				
	5 %	4 %	3 %	2 %	1 %
90 %	1 082	1 691	3 007	6 765	27 060
95 %	1 537	2 401	4 268	9 604	38 416
99 %	2 654	4 147	7 373	16 589	66 538
99,9 %	4 331	6 767	12 030	27 068	108 274

Il existe divers modèles appliqués à la distribution sous-jacente des sinistres. Le modèle de Poisson et le modèle de Poisson composé sont abordés ci-dessous.

Modèle de Poisson

Bien que la distribution théorique de la mortalité soit binomiale, lorsque les probabilités de survie (décès) sont faibles, la distribution de Poisson fournit une approximation raisonnable d'une distribution binomiale.

Dans le modèle de Poisson, la seule variable aléatoire est le nombre de sinistres, qui est réputé suivre la distribution de Poisson.¹⁴ Les variations de taille des sinistres ne sont pas prises en compte.

Pour $p = 90 \%$ et $r = 3 \%$, le facteur de crédibilité partielle est défini par $Z = \min \left\{ \sqrt{\frac{n}{3,007}}, 1 \right\}$

où n = le nombre de sinistres dans les données d'expérience.¹⁵

¹⁴ Voir *Loss Models : From Data to Decisions*, exemple 5.20 ou *Introductory Credibility Theory*, exemple 3.2.2.

¹⁵ Les facteurs de crédibilité établis dans la norme antérieure DTÉ n° 6 – *Expérience prévue de la mortalité dans l'assurance grande branche* sont fondés sur la TCVL à l'aide d'une distribution de

Nombre de sinistres	30	120	271	481	752	1083	1473	1924	2436	3007
Z	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00

En d'autres termes, pour $p = 90 \%$ et $r = 3 \%$, on obtient une pleine crédibilité si le nombre de sinistres au cours de la période d'exposition n'est pas inférieur à 3 007. La formule de crédibilité peut être perçue comme la racine carrée du ratio du nombre de sinistres à l'intérieur des données au nombre de sinistres requis pour obtenir la pleine crédibilité.

Voici un exemple de l'application du modèle de Poisson.

	Source de données	Ratio de mortalité	Nombre observé de sinistres	Facteur de crédibilité	Ratio mixte de sinistres de R/P
Données de l'industrie	À partir de l'étude de mortalité de l'industrie	75,3 %	Non requis	1,00	
Données de la société	À partir de l'étude de la société pour la même période	69,4 %	200	$\{200 \div 3,007\}^2$ = .26	$0,26 \times 69,4 \%$ $+ 0,74 \times 75,3 \%$ = 73,8 %

Le modèle de Poisson peut être élargi pour tenir compte des données de plus d'une période ou année. Cependant, le nombre d'années serait limité de sorte que la composition et les caractéristiques de risque importantes du portefeuille soient homogènes au fil du temps.

Modèle de Poisson composé

L'ensemble des sinistres d'un portefeuille de polices peut être décrit comme un modèle de Poisson composé, qui reflète le nombre et le montant des sinistres. Lorsqu'on y ajoute la variabilité de la taille des sinistres, le seuil de pleine crédibilité est majoré par rapport au modèle de Poisson.

Supposons que N est une variable aléatoire représentant le nombre de sinistres d'une société d'assurance et qu'il a une distribution de Poisson dont la moyenne et la variance sont λ . Le nombre de sinistres observés est n .

Pour $k = 1, 2, 3, \dots, n$, supposons que Y_k est la variable aléatoire représentant le montant du k -ième sinistre.

Poisson. Ces facteurs comprennent des biais conservateurs qui dépendent du positionnement des résultats de la société par rapport à ceux de l'industrie. Par conséquent, les facteurs de crédibilité énoncés dans le DTÉ n° 6 sont différents de ceux obtenus à l'aide de la formule susmentionnée. Puisque l'objectif consiste à sélectionner l'hypothèse d'évaluation prévue, un biais conservateur ne convient pas.

Supposons que les variables Y_k sont indépendantes et ont une distribution dont la moyenne est μ_y et la variance est σ_y^2 .

Supposons également que le nombre de sinistres N est indépendant du montant des sinistres Y_k .

Le montant total de sinistres $X = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_N$ a une distribution de Poisson combinée.

À l'aide de l'espérance conditionnelle rattachée à N , on peut démontrer que

$$E[X] = \mu = \lambda \mu_y, \text{ et}$$

$$Var[X_i] = \sigma^2 = \lambda (\mu_y^2 + \sigma_y^2)$$

En résumé, la valeur X_i a une distribution de Poisson composée avec paramètre de Poisson λ et une distribution du montant des sinistres ayant une moyenne μ_y et une variance σ_y^2 .

À l'aide du modèle de Poisson composé assorti des valeurs paramétriques $r = 3 \%$ et $p = 90 \%$, on peut constater¹⁶ que le nombre de décès requis pour une pleine crédibilité est obtenu par la formule

$$C = \left\{ 3007 \times \frac{\left(\sum_{i=1}^n q_i b_i^2 \right) \left(\sum_{i=1}^n q_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n q_i b_i \right)^2} \right\}$$

où b_i = montant net à risque pour la police i

q_i = taux de mortalité d'un an pour la police i

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

Pour établir la valeur de Z à l'égard du modèle de Poisson composé, il convient de calculer la moyenne μ_y et l'écart-type σ_y de la distribution du montant des sinistres. Ces valeurs peuvent être calculées à partir du risque total ou faire l'objet d'une estimation à l'aide des sinistres réels.

Pour que la crédibilité soit totale, le nombre de décès figurant dans les résultats du portefeuille doit dépasser le nombre C .

Si le critère de pleine crédibilité n'est pas respecté, on peut appliquer une crédibilité partielle. Pour les valeurs $p = 90 \%$ et $r = 3 \%$, l'application de la règle de la « racine carrée » se traduit par un facteur de crédibilité Z calculé ainsi :

$$Z = \min \left\{ \sqrt{\frac{X}{C}}, 1 \right\}$$

où C représente le critère de pleine crédibilité et X le nombre de décès observés dans le portefeuille. Si l'on ne tient compte que du nombre de décès, $C = 3\,007$.

¹⁶ Annexe 1, Estimateurs

L'exemple de modèle de Poisson composé peut être élargi pour tenir compte des données portant sur plus d'une période ou année, où

N_j est une variable aléatoire représentant le nombre de sinistres au cours de la période j , $j = 1, 2, 3, \dots, m$.

$Y_{j,k}$ est la variable aléatoire représentant le montant du k -ième sinistre au cours de la période j .

X_j est la variable aléatoire qui représente le montant global des sinistres pour la société au cours de la période j et est définie par l'équation $X_j = Y_{j,1} + Y_{j,2} + \dots + Y_{j,n}$.

Cependant, le nombre d'années serait limité pour assurer l'homogénéité du portefeuille au fil des ans.

Les détails des calculs de toutes les formules figurent dans le document intitulé *Loss Models : from Data to Decisions*, de Klugman, Panjer et Willmot, publié par John Wiley and Sons en 1998.

Voici un exemple de l'application du modèle de Poisson composé.

	Source de données	Ratio de mortalité	Nombre de sinistres N	Taux de sinistres q_i	Taille des sinistres b_i	Facteur de crédibilité	Ratio de sinistres R/P
Données de l'industrie	À partir de l'étude de mortalité échelonnée sur un an et effectuée par l'industrie	75,3 %	Non requis			1,00	
Données de la société	À partir de l'étude de la société pour la même période	69,4 %	200	0,001	50 à 50 000 50 à 100 000 50 à 150 000 50 à 200 000	0,24	$0,24 \times 69,4 \% + 0,76 \times 75,3 \% = 73,9 \%$

Les principales hypothèses qui sous-tendent le modèle de Poisson composé aux fins de la crédibilité sont les suivantes :

- Les distributions des montants des sinistres Y_k sont indépendantes et chacune a une distribution avec une moyenne égale à μ_y et une variance égale à σ_y^2 .
- Le nombre de sinistres N est indépendant du montant des sinistres Y_k .

- Le théorème de la limite centrale est utilisé pour établir que $\left(\frac{(X_i - x)}{\sigma_x} \right)$ se conforme approximativement à une distribution normale avec une moyenne égale à zéro et un écart-type égal à un ¹⁷.

Application de la TCVL aux sous-catégories de polices

Si l'actuaire désire tenir compte des résultats des sous-catégories (possiblement selon le sexe, le produit ou la durée), mais que les résultats de ces sous-catégories ne sont pas crédibles à 100 %, l'actuaire déciderait d'utiliser un facteur de crédibilité global ou le facteur de crédibilité moins élevé qui convient aux résultats de la sous-catégorie.

On peut regrouper des distributions disparates à l'intérieur des données globales à certaines conditions. Plusieurs méthodes sont abordées ci-dessous.

Supposons que le portefeuille comporte six sous-catégories différentes : hommes et femmes ainsi répartis : avec examen médical, sans examen médical et avec examen paramédical. Pour chaque sous-catégorie, la distribution du nombre de sinistres se conforme à une distribution de Poisson assortie d'un paramètre différent (à cette fin, supposons que la variable aléatoire à l'étude est le ratio R/P calculé pour chaque catégorie).

Si les proportions relatives des sous-catégories sont stables au fil du temps, l'actuaire peut utiliser le facteur de crédibilité fondé sur la distribution globale de ces distributions hétérogènes de Poisson (c'est-à-dire le facteur de crédibilité global de la société) pour chacune des sous-catégories.

Voici quelques exemples de facteurs de pondération de la crédibilité, d'après le nombre total de sinistres.

¹⁷ Voir Hogg and Craig, 1978, p. 193

DONNÉES POUR LES EXEMPLES 3 À 5						
	RATIOS DE MORTALITÉ					
Données de l'industrie	Hommes	Femmes	Total			
Avec examen médical	71,0 %	75,0 %	71,9 %			
Sans examen médical	84,0 %	83,0 %	83,8 %			
Avec examen paramédical	73,0 %	85,0 %	74,3 %			
Total	74,5 %	78,7 %	75,32 %			
	RATIOS DE MORTALITÉ			NOMBRE DE SINISTRES		
Données de la société	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	59,0 %	47,0 %	56,2 %	63,8	15,4	79,2
Sans examen médical	85,9 %	90,1 %	86,9 %	43,7	14,5	58,2
Avec examen paramédical	75,0 %	101,0 %	77,8 %	54,0	8,6	62,6
Total	69,9 %	67,1 %	69,3 %	161,5	38,5	200,0
	SINISTRES PRÉVUS DE LA SOCIÉTÉ EN UTILISANT 100% DE LA TABLE DE L'INDUSTRIE			FACTEURS DE CRÉDIBILITÉ		
Données de la société	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	108,1	32,8	140,9	0,15	0,07	0,16
Sans examen médical	50,9	16,1	67,0	0,12	0,07	0,14
Avec examen paramédical	72,0	8,5	80,5	0,13	0,05	0,14
Total	231,0	57,4	288,4	0,23	0,11	0,26

L'exemple ci-dessous se fonde sur des facteurs de pondération de la crédibilité pour l'ensemble de la société. Les données de l'industrie et de la société proviennent du tableau « Données pour les exemples 3 à 5 ».

Exemple 3 – Crédibilité à partir de l'ensemble des sinistres de la société selon la TCVL

	RATIOS DE MORTALITÉ PRÉVUE			NOMBRE PRÉVU DE SINISTRES		
	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	67,9 %	67,8 %	67,9 %	73,4	22,2	95,6
Sans examen médical	84,5 %	84,8 %	84,6 %	43,0	13,7	56,7
Avec examen paramédical	73,5 %	89,2 %	75,2 %	52,9	7,6	60,5
Total	73,3 %	75,7 %	73,8 %	169,4	43,5	212,8

Dans cet exemple, le ratio de mortalité prévue pour les hommes assurés qui ont acheté une police avec examen médical s'élève à 67,9 % (c'est-à-dire $(1-0,26) \times 71,0 \% + 0,26 \times 59,0 \%$). Le calcul se fonde sur le facteur de crédibilité pour toute la société et les ratios de mortalité prévue proviennent des sous-catégories. (Il convient de noter que le nombre total de sinistres prévus s'élève à 212,8, ce qui est plus élevé que le nombre réel de sinistres de la société. Ce résultat est raisonnable, car il tient compte des résultats de l'industrie, qui ne sont pas aussi bons que ceux de la société dans cet exemple). Le nombre prévu de sinistres appliqués aux hommes ayant passé un examen médical est de 73,4 (c'est-à-dire un ratio de mortalité de 67,9 % \times 108,1 de sinistres prévus, si on utilise 100 % de la table de l'industrie à partir de la table des « Données pour les exemples 3 à 5 »).

L'exigence selon laquelle la composition du portefeuille doit être stable au fil des ans en ce qui touche les principales sous-catégories peut limiter l'applicabilité de ce résultat. La composition du portefeuille peut être considérée comme stable au fil du temps si les proportions des sous-catégories pertinentes sont constantes (tant pour la période à l'étude que pour la période de projection future). Si l'étude se fonde sur les polices distinctes selon les habitudes de tabagisme, mais que de nouvelles catégories de tarification préférentielle sont ajoutées au portefeuille, l'hypothèse de stabilité de la composition du portefeuille pourrait ne pas être valable.

Si les proportions relatives des sous-catégories ne sont pas stables au fil du temps, d'où l'invalidité des hypothèses, il pourrait convenir de tenir compte de la crédibilité des sous-catégories dans le cadre de l'établissement des hypothèses de mortalité prévue. Pour déterminer si les conditions sont valables, l'actuaire doit faire preuve de jugement.

L'exemple suivant utilise des facteurs de pondération fondés sur la crédibilité des sous-catégories. Les données de l'industrie et de la société sont les mêmes que celles utilisées à l'exemple précédent.

Exemple 4 – Crédibilité des sinistres à partir de la crédibilité de chaque sous-catégorie, selon la TCVL

	RATIOS DE MORTALITÉ PRÉVUE			NOMBRE PRÉVU DE SINISTRES		
	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	69,3 %	73,0 %	70,1 %	74,9	23,9	98,8
Sans examen médical	84,2 %	83,5 %	84,0 %	42,8	13,5	56,2
Avec examen paramédical	73,3 %	85,9 %	74,6 %	52,8	7,3	60,1
Total	73,8 %	77,8 %	74,6 %	170,4	44,7	215,1

Dans cet exemple, le ratio de mortalité prévue pour les hommes assurés qui ont acheté une police tarifée à l'aide d'un examen médical s'établit à 69,3 % (c'est-à-dire $(1-0,15) \times 71,0\% + 0,15 \times 59,0\%$, où 15 % constitue le taux de crédibilité de la société pour la catégorie de mortalité des hommes ayant subi un examen médical, et correspond à la racine carrée de $63,8 \div 3007$). Ce calcul se fonde sur le facteur de crédibilité de la sous-catégorie et les ratios de mortalité prévue proviennent de la sous-catégorie.

Pour poursuivre cet exemple, le ratio total pour les assurés ayant subi un examen médical s'élève à 70,1 % et se calcule de la façon suivante. D'abord, le nombre prévu de sinistres est calculé pour chaque sous-catégorie; par exemple, la catégorie des hommes ayant subi un examen médical = $69,3\% \times 108,1 = 74,9$. Ensuite, le nombre total prévu de sinistres applicable aux assurés ayant subi un examen médical est la somme des sinistres prévus pour chaque sous-catégorie = $74,9 + 23,9 = 98,8$. Enfin, le ratio total pour les assurés ayant subi un examen médical = $98,8 \div 140,9 = 70,1\%$, où 140,9 correspond au nombre prévu de sinistres applicable aux assurés ayant subi un examen médical dans l'ensemble de l'industrie.

Il convient de noter que le nombre total de sinistres prévus dans cet exemple est supérieur à celui de l'exemple précédent. Le niveau global de sinistres prévus en vertu de cette méthode dépend du choix des sous-catégories. Plus on crée de sous-catégories, plus on diminue la crédibilité de chaque cellule, rapprochant les résultats finaux à ceux de l'industrie.

Le choix des sous-catégories peut affecter considérablement l'hypothèse de mortalité finale. À l'extrême, même si les résultats globaux de la société diffèrent de façon appréciable de ceux de l'industrie, l'actuaire pourrait établir une hypothèse prévue qui équivaut à la table de l'industrie ou qui s'y rapproche, en sélectionnant un nombre suffisant de sous-catégories pour que la crédibilité de chacune se rapproche de zéro.

De plus, s'il y a interaction entre les sous-catégories de la société, la TCVL pourrait ne pas les saisir. (Par exemple, il se peut que les activités de tarification de la société à l'égard des fumeurs aient récemment été libéralisées. On prévoirait alors un effet interactif entre le tabagisme et la durée, mais cette interaction ne serait pas reflétée dans les résultats aux termes de la TCVL.)

« Méthode normalisée » – Variante de la TCVL

La méthode normalisée est présentement l'approche privilégiée.

Cette méthode utilise la crédibilité et les ratios R/P des sous-catégories. Cependant, les ratios R/P sont rajustés pour reproduire le niveau des sinistres prévus découlant du ratio total R/P de la société ajusté pour tenir compte de la crédibilité de l'ensemble de la société.

La méthode normalisée offre les avantages suivants :

- la somme des sinistres prévus pour les sous-catégories correspond au nombre total de sinistres prévus, d'après le ratio R/P, calculé à l'échelle de la société (c'est-à-dire que le nombre de sous-catégories sélectionnées n'a pas d'effet sur le résultat global);
- tous les renseignements sont utilisés : les ratios R/P de l'ensemble de la société et ceux des sous-catégories, de même que les facteurs de crédibilité;
- les résultats sont raisonnables dans des cas extrêmes ou limitatifs;
- les ratios R/P des sous-catégories demeurent à l'intérieur de la fourchette initiale (du moins dans les présents exemples);
- les effets interactifs entre les sous-catégories peuvent être saisis; et
- il s'agit d'une méthode facile à mettre en pratique.

Bien que cette méthode ne comporte pas un fondement solide au plan théorique, elle est pratique et satisfait aux critères associés à une bonne méthode de crédibilité. Voici un exemple de la méthode normalisée. Les données de l'industrie et de la société sont les mêmes que celles utilisées aux exemples précédents.

Exemple 5 – Méthode normalisée fondée sur la TCVL

À partir du premier exemple, le ratio R/P de l'ensemble de la société (fondé sur le total des résultats et la crédibilité de la société) s'élève à 73,8 %. À partir de la table « Données pour les exemples 3 à 5 », le nombre total prévu de sinistres, fondé sur un taux de mortalité de 100 % de la mortalité dans l'industrie, est de 288,4. Par conséquent, le nombre total prévu de sinistres pour la société s'élève à 212,8 (c'est-à-dire 73,8 % de 288,4).

Dans la méthode normalisée, les ratios R/P pour chacune des sous-catégories sont rajustés ou « normalisés » par multiplication du ratio du montant total de sinistres prévus à l'exemple 1 sur celui de l'exemple 4.

	RATIOS DE MORTALITÉ PRÉVUE			NOMBRE PRÉVU DE SINISTRES		
	Hommes	Femmes	Total	Hommes	Femmes	Total
Avec examen médical	68,5 %	72,2 %	69,4 %	74,0	23,7	97,7
Sans examen médical	83,3 %	82,6 %	83,0 %	42,4	13,3	55,7
Avec examen paramédical	72,5 %	84,9 %	73,8 %	52,2	7,2	59,4
Total	73,0 %	77,0 %	73,8 %	168,6	44,2	212,8

Dans l'exemple 5 ci-dessus, le taux de mortalité prévue pour les polices tarifées avec examen médical et émises à des hommes atteint 68,5 % (c'est-à-dire le ratio obtenu à l'exemple 4 multiplié par le ratio des sinistres prévus à l'exemple 1 sur celui de l'exemple 4 : $69,3 \% \times 212,8 \div 215,1 = 68,5 \%$).

Il convient de noter que la méthode normalisée permet de calculer les facteurs de crédibilité selon la sous-catégorie, mais produit ensuite le même nombre de sinistres prévus pour l'ensemble de la société, comme s'il n'existait qu'une seule catégorie. La sensibilité du résultat global au choix de la sous-catégorie est éliminée. Bien que le nombre total de sinistres soit le même qu'à l'exemple 3, la distribution entre les sous-catégories diffère, compte tenu des résultats connus de ces sous-catégories.

ANNEXE 3 – THÉORIE DE LA CRÉDIBILITÉ FONDÉE SUR LA PLUS GRANDE EXACTITUDE (TCGE)/MÉTHODE DE BUHLMANN¹⁸

Aperçu

La théorie de la crédibilité fondée sur la plus grande exactitude permet d'établir une estimation des sources de variation des sous-catégories, à l'intérieur de chacune d'elles ainsi qu'entre elles.

Au plan théorique, la TCGE est complète et satisfait aux critères d'une méthode de crédibilité. Cependant, elle comporte une lacune, c'est-à-dire le besoin pour des renseignements supplémentaires au sujet des résultats de l'industrie (au-delà des données habituellement recueillies et diffusées). Abstraction faite de ces difficultés d'ordre pratique, la TCGE serait probablement la méthode de crédibilité privilégiée pour établir l'hypothèse d'évaluation de la mortalité prévue.

Il existe plusieurs versions de la TCGE. L'une des plus simples, le modèle de Buhlmann, est abordée ici-bas. Un modèle plus complexe, le modèle Buhlmann-Straub, est énoncé aux sections suivantes de la présente annexe.

Modèle de Buhlmann¹⁹

1. Supposons que pour un titulaire de police particulier ou une catégorie de risque précise, nous connaissions les résultats en matière de sinistres $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ et que ces résultats soient distribués avec la même moyenne et variance, sous réserve d'un paramètre θ . À cette fin, supposons que X représente les résultats d'une société particulière. Les données de l'industrie se composent des résultats de bon nombre de sociétés.
2. Le titulaire a été classé selon les caractéristiques de la tarification et nous avons en main un taux « manuel » μ qui tient compte de ces caractéristiques. La catégorie de risque est réputée homogène en ce qui touche les caractéristiques de tarification, mais même à l'intérieur de cette catégorie, il existe une certaine hétérogénéité (bons et mauvais risques), car aucun système de classification ne peut être suffisamment détaillé pour saisir toute l'information.
3. Supposons que cette variation résiduelle au niveau du risque de chaque titulaire du portefeuille puisse être classée au moyen d'un paramètre θ (peut-être un vecteur), mais que θ pour un titulaire donné ne puisse être connu.
4. Supposons ensuite que la fonction de distribution cumulative $B(\theta) = \Pr\{\Theta \leq \theta\}$ est connue. $B(\theta)$ représente la probabilité qu'un titulaire choisi au hasard à partir d'une catégorie de risque soit assortie d'un paramètre de risque non supérieur à θ .
5. Supposons que les résultats de l'expérience de sinistre d'un titulaire puissent s'exprimer selon la distribution conditionnelle suivante.²⁰

¹⁸ Crédibilité européenne.

¹⁹ *Loss Models: From Data to Decisions*, section 5.4.3 ou *Introductory Credibility Theory*, section 4.3

6. $f_{X_j|\Theta}(x_j|\theta), j = 1, 2, \dots, n, n+1$ Supposons que les résultats à l'égard des sinistres antérieurs $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ sont distribués avec les mêmes moyenne et variance, sous réserve d'un paramètre de risque qui n'est pas connu pour un titulaire de police en particulier.

7. Définissons :

$$u(\theta) = E(X_j|\Theta=\theta) \quad (\text{moyenne hypothétique})$$

$$v(\theta) = Var(X_j|\Theta=\theta) \quad (\text{variance hypothétique})$$

$$u = E\{u(\theta)\} \quad (\text{prime pure})$$

$$v = E\{v(\theta)\} \quad (\text{valeur prévue de la variance du processus [ou variabilité au sein de la société]})$$

$$a = Var\{u(\theta)\} \quad (\text{variance de la moyenne hypothétique [ou variabilité entre les sociétés]})$$

8. On constate que le facteur de crédibilité prend la forme suivante :

$$Z = \frac{n}{n+k}$$

où

$$k = \frac{\text{valeur prévue de la variance des processus}}{\text{variance de la moyenne hypothétique}} = \frac{v}{a}$$

9. À mesure que a (la variance des moyennes de chacune des sociétés) diminue, k augmente, et le facteur de crédibilité Z diminue (s'il existe une faible différence entre les sociétés, on attribuerait un facteur de pondération plus élevé aux résultats de l'industrie, qui seront moins assujettis à une fluctuation aléatoire).

À mesure que v (la valeur prévue de la variabilité au sein de la société) diminue, k en fait autant et Z augmente (s'il y a peu de fluctuations au sein de la société, ses résultats sont davantage représentatifs des résultats futurs prévus).

10. Par exemple, si $\{X_j|\Theta; j = 1, 2, 3, \dots, n\}$ représente de façon indépendante et identique le modèle de Poisson avec une moyenne donnée Θ , et Θ est Gamma avec les paramètres a et b , alors

$$Z = \frac{n}{n + \frac{1}{b}} \quad ^{21}$$

²⁰ *Loss Models: From Data to Decisions*, section 5.4 et également le chapitre 4, *Introductory Credibility Theory*

²¹ *Loss Models: From Data to Decisions*, exemple 5.36 et *Introductory Credibility Theory*, exemple 4.3.2

Les montants v et a peuvent faire l'objet d'estimations à l'aide d'estimateurs non paramétriques prenant la forme suivante²² :

$$\hat{v}_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad \hat{v} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{r(n-1)} \quad \hat{a} = \frac{1}{(r-1)} \sum_{i=1}^r (\bar{X}_i - \bar{X})^2 - \frac{\hat{v}}{n}$$

11. L'exemple 6 se fonde sur les estimateurs paramétriques décrits de façon plus détaillée à l'annexe 2.

Exemple 6 – Buhlmann

Ratios de mortalité R/P selon l'année			
Année de l'étude	Société 1	Société 2	Total
1	70,0 %	70,0 %	
2	75,0 %	85,0 %	
3	80,0 %	100,0 %	
Moyenne \bar{X}_i et \bar{X}	75,0	85,0	80,0
Valeur prévue de la variance des processus v_i	0,0025	0,0225	
Variance de la moyenne hypothétique a			0,00417
$K_i = v_i/a$	$0,0025 \div 0,00417 = 0,60$	$0,0225 \div 0,00417 = 5,40$	
$Z_i = n \div (n+k)$	$3 \div (3+0,60) = 83,33 \%$	$3 \div (3+5,4) = 35,7 \%$	
$\bar{X}_{Ei} = Z_i \bar{X} + (1 - Z_i)\mu$	75,7 %	81,8 %	

1. Il convient de noter que la société 1, dont les ratios de mortalité R/P varient beaucoup moins au cours de la période à l'étude, présente une valeur prévue de variance des processus moins élevée, donc une plus grande crédibilité.
2. L'approche de la TCGE vise à dégager les éléments de variance fondés sur les facteurs liés au modèle (qui nécessitent des renseignements semblables à ceux de la TCVL) ou des données historiques (à partir desquelles des éléments de variance peuvent être établis sans hypothèse au sujet des modèles).
3. Cette démarche pose un problème : les données disponibles pour l'industrie. Bien que les sociétés puissent suivre l'évolution de leurs propres ratios R/P sur une certaine période pour chacune de leurs sous-catégories, le problème lié à l'estimation de la variation « intersociétés » subsiste (aucune société n'a accès aux données des autres sociétés)²³.

²² *Loss Models: From Data to Decisions*, section 5.1.1 ainsi que *Introductory Credibility Theory*, chapitre 5.

²³ Parmi les solutions, on pourrait demander à l'ICA de préciser les sous-catégories désirées et de publier périodiquement la variation entre les sociétés, selon chaque sous-catégorie (à l'aide d'études portant sur des sous-catégories précises).

4. Bon nombre de sociétés groupent les données sur la mortalité pour les utiliser dans des études d'expérience mais les données groupées ne sont pas suffisamment détaillées pour appuyer le calcul des estimations paramétriques. Si des données police par police pour chaque société ne sont pas disponibles pour effectuer l'étude de mortalité, il faudrait modifier les estimations paramétriques.

Buhlmann-Straub²⁴

1. Il convient de noter que le modèle de Buhlmann présente une formule simple et théoriquement cohérente, mais qu'elle ne permet pas de prendre en considération les variations quant aux expositions ou au montant des sinistres. Le modèle de Buhlmann-Straub est une généralisation du modèle de Buhlmann qui permet la variation des expositions ou du montant.
2. Introduisons le montant m_j , une constante connue qui mesure le risque, c'est-à-dire que m_j représente les sinistres prévus (en \$).
3. Supposons que X_1, X_2, \dots, X_n sont des valeurs conditionnelles indépendantes de Θ avec une moyenne commune (comme auparavant). Alors, la moyenne hypothétique est énoncée de la façon suivante :

$$u(\theta) = E(X_j|\Theta=\theta)$$

comme auparavant, mais les variances conditionnelles sont

$$v(\theta) = Var(X_j|\Theta=\theta) = v(\theta)/m_j$$

et

$$Z = m \div (m+k)$$

où k a la même valeur qu'en vertu du modèle de Buhlmann ci-dessus et m = la somme de tous les risques m_j .

4. Cette formule tient compte de la variation des risques et permet de mesurer l'effet intersociétés et l'effet au sein de la société.
5. La mise au point d'estimateurs non paramétriques pour le modèle de Buhlmann-Straub est énoncée à la section 5.5.1 du document intitulé *Loss Models : From Data to Decisions*.

$$\hat{v}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} m_{ij} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1}$$

$$\hat{v} = \frac{\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} m_{ij} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{\sum_{i=1}^r (n_i - 1)}$$

$$\hat{a} = \left(m - m^{-1} \sum_{i=1}^r m_i^2 \right)^{-1} \left[\sum_{i=1}^r m_i (\bar{X}_i - \bar{X})^2 - \hat{v}(r-1) \right]$$

²⁴ *Loss Models: From Data to Decisions*, section 5.4.4 ou *Introductory Credibility Theory*, section 4.4.

ANNEXE 4 – DÉCHÉANCE SÉLECTIVE

Il faut diviser les déchéances en trois composantes mutuellement exclusives.

Voici les trois composantes :

1. Les déchéances “sous-jacentes” sont celles qui sont comparables à l’expérience du groupe sur laquelle repose la table de mortalité sélecte.
2. Les déchéances “moyennes” sont la partie des nouvelles déchéances qui afficheront une expérience de mortalité identique à celle à laquelle on s’attend pour le groupe d’assurés qui ont maintenu leur police en vigueur au moins jusqu’au début de l’année d’assurance en cours.
3. Les déchéances “sélectives” sont la partie restante des nouvelles déchéances qui afficheront une mortalité identique à celle des assurés nouvellement sélects.

Puisqu’il est improbable que la mortalité de l’ensemble des déchéances soit plus faible que celle du troisième groupe ou plus forte que celle du deuxième groupe, les trois composantes afficheront un taux positif ou égal à zéro.

En utilisant la division en trois composantes décrite ci-devant, il est possible d’établir une formule récurrente qui définit la mortalité prévue du groupe d’assurés restants.

Afin d’établir une formule pratique, il faut faire une hypothèse d’idéalisation, à savoir que les déchéances moyennes et sélectives ne se produisent qu’à la date d’anniversaire des polices. Ainsi, les taux de déchéance moyenne et sélective sont appliqués à la population restante immédiatement avant l’anniversaire et on les utilise instantanément à l’anniversaire. Cela ne présente pas de grande difficulté pour l’actuaire puisqu’on supposera normalement que les déchéances moyennes et sélectives ne se produisent qu’aux dates de renouvellement.

On suppose que le taux de déchéance sous-jacente, comme le taux de mortalité, s’appliquent continuellement. Par conséquent, le taux de déchéance total pour une année d’assurance ne sera pas simplement la somme des trois composantes de taux de déchéance.

Toutefois, puisque le taux de déchéance sous-jacente sera presque toujours plutôt bas comparativement au taux de déchéance moyenne et sélective et puisqu’il est probablement impossible de prédire avec un degré élevé d’exactitude les taux de déchéance moyenne et sélective, il n’y a pas d’inconvénients à ce qu’on établisse le taux de déchéance total comme la somme des trois composantes des taux de déchéance.

Dans le développement qui suit, on suppose que le taux de déchéance sous-jacente continue de s’appliquer aux anciens assurés considérés comme déchéances moyennes et sélectives. Dans l’expérience ayant servi à établir la table de mortalité sélecte, il n’y aurait pas eu de déchéances moyennes et sélectives. Ainsi, on peut supposer que le taux de déchéance sous-jacente continue de s’appliquer à la population restante (maintenant hypothétique) dans un contexte où le taux de déchéance sous-jacente est le seul taux de déchéance.

Il est important de noter que la formule suivante s’appuie entièrement sur une trichotomie des taux de déchéance qui ne peut en fait se réaliser. Les études d’expérience de l’assurance temporaire renouvelable ne donneront jamais de taux de déchéance sous-jacente, moyenne et sélective. Heureusement, il n’est pas trop difficile d’élaborer des chiffres raisonnables. Lorsqu’ils ne sont pas connus, les taux de déchéance sous-jacente peuvent souvent être déterminés ou être estimés avec une assez grande précision. Les déchéances supplémentaires apparaîtront dans les études de déchéance; la plupart des compagnies auront des données statistiquement significatives.

La détérioration de la mortalité peut être rajustée dans les évaluations futures lorsqu'est connue l'expérience de déchéance. Le principal élément de jugement concerne la subdivision des déchéances supplémentaires en déchéances moyennes et sélectives.

Dans les formules suivantes :

s désigne le temps écoulé au moment où se produisent les déchéances moyennes et sélectives

$q_{[x]+t}$ représente les taux de mortalité tirés de la table type de mortalité sélecte

$q'_{[x]+t}$ représente les taux de mortalité tirés de la table appropriée pour le groupe d'assurés restants au temps écoulé s , mais immédiatement avant les déchéances moyennes et sélectives. Il se peut qu'il y ait déjà eu une certaine détérioration de la mortalité avant le temps écoulé s . Aux fins de l'établissement de cette table, on suppose qu'il n'y a pas de taux de déchéance moyenne ou sélective au temps écoulé s ou à tout autre temps écoulé ultérieur. Les taux de mortalité de cette table sont identiques à ceux de la table ci-dessus jusqu'à ce que se produisent les premières déchéances sélectives.

$q''_{[x]+t}$ représente les taux de mortalité tirés de la table appropriée pour les assurés restants après les déchéances moyennes et sélectives au temps écoulé s , en supposant qu'il n'y a pas d'autres déchéances moyennes ou sélectives. Les taux de mortalité avant le temps écoulé s sont tirés de la table ci-dessus.

$q^u_{[x]+t}$ représente le taux de déchéance sous-jacente s'appliquant à l'année d'assurance t

$q^a_{[x]+t}$ représente le taux de déchéance moyenne qui s'applique exactement au temps écoulé t

$q^s_{[x]+t}$ représente le taux de déchéance sélective qui s'applique exactement au temps écoulé t . (À remarquer que le taux de déchéance moyenne et le taux de déchéance sélective doivent correspondre à zéro pour le temps écoulé zéro.)

La probabilité qu'un assuré ayant une police en vigueur immédiatement avant les déchéances moyennes et sélectives au temps écoulé s meure entre les temps écoulés $s + t$ et $s + t + 1$ est la suivante :

$$\left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q'_{[x]+s+r}) (1 - q^u_{[x]+s+r}) \right] q'_{[x]+s+t} (1 - .5 q^u_{[x]+s+t})$$

La probabilité qu'un de ces assurés constituera une déchéance moyenne au temps écoulé s et meure ensuite pendant l'année ci-dessus est la suivante :

$$q^a_{[x]+s} \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q'_{[x]+s+r}) (1 - q^u_{[x]+s+r}) \right] q'_{[x]+s+t} (1 - .5 q^u_{[x]+s+t})$$

La probabilité qu'un de ces assurés constituera une déchéance sélective au temps écoulé s et meure ensuite pendant l'année ci-dessus est la suivante :

$$q^s_{[x]+s} \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q_{[x+s]+r}) (1 - q^u_{[x]+s+r}) \right] q_{[x+s]+t} (1 - .5 q^u_{[x]+s+t})$$

La probabilité qu'un de ces assurés maintiendra sa police en vigueur jusqu'à sa mort pendant l'année ci-dessus est la suivante :

$$(1 - q^a_{[x]+s} - q^s_{[x]+s}) \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q''_{[x]+s+r}) (1 - q^u_{[x]+s+r}) \right] q''_{[x]+s+t} (1 - .5 q^u_{[x]+s+t})$$

Cette dernière probabilité est, par définition, égale à la première probabilité moins la somme des deuxième et troisième probabilités. Ainsi, si l'on élimine les facteurs dans le taux de déchéance sous-jacente qui sont de toute évidence communs,

$$\begin{aligned} & (1 - q^a_{[x]+s} - q^s_{[x]+s}) \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q''_{[x]+s+r}) \right] q''_{[x]+s+t} \\ &= (1 - q^a_{[x]+s}) \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q'_{[x]+s+r}) \right] q'_{[x]+s+t} - q^s_{[x]+s} \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q_{[x+s]+r}) \right] q_{[x+s]+r} \\ \therefore {}_t q''_{[x]+s} &= \frac{(1 - q^a_{[x]+s}) \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q'_{[x]+s+r}) \right] q'_{[x]+s+t} - q^s_{[x]+s} \left[\prod_{r=0}^{t-1} (1 - q_{[x+s]+r}) \right] q_{[x+s]+r}}{1 - q^a_{[x]+s} - q^s_{[x]+s}} \end{aligned}$$

À supposer que la période sélecte soit de 15 ans, la table de mortalité ci-dessus va se comporter, 15 ans après les dernières déchéances sélectives, comme la table de mortalité sous-jacente. Un actuair d'évaluation qui pense que la détérioration de la mortalité s'efface trop rapidement peut construire une table sous-jacente avec une période sélecte plus longue. Il ne serait pas approprié d'utiliser une période sélecte de moins de 15 ans, surtout aux âges avancés.

Méthodes d'approximation

a) Produits à échelle simple

La méthode qui suit est plus simple et produit des taux de mortalité plus élevés que ceux établis à l'aide de la formule susmentionnée. Elle peut être utilisée à titre d'approximation.

x désigne l'âge à la souscription.

s désigne le nombre d'années écoulées depuis la souscription.

q_x désigne la table de mortalité appropriée pour le groupe initial d'assurés.

q'_{x+s} désigne le taux de mortalité de tous les assurés immédiatement avant la date de renouvellement. À la première date de renouvellement, $q'_{x+s} = q_{[x]+s}$

q''_{x+s} désigne le taux de mortalité des assurés restants après la date de renouvellement.

SL désigne le taux de déchéance sélective additionnelle des assurés en santé (sélects) à une date de renouvellement.

AL désigne le taux de déchéance additionnelle lors du renouvellement par des titulaires de police dont l'expérience de mortalité est la même que celle de tous les titulaires de police immédiatement avant le renouvellement .

Alors :

$$q'_{x+s} = SL q_{[x+s]} + AL q'_{x+s} + (1 - SL - AL) q''_{x+s}$$

$$q''_{x+s} = ((1 - AL) q'_{x+s} - SL q_{[x+s]}) / (1 - SL - AL) \quad \text{(formule A)}$$

Cette formule donne le taux de mortalité des assurés restants immédiatement après une date de renouvellement. Il faut maintenant considérer l'expérience future de la mortalité de ce groupe. Le taux de mortalité de l'ensemble du groupe d'assurés immédiatement avant le renouvellement deviendra (à la fin de la période sélecte) le taux de mortalité ultime. Le taux de mortalité des déchéances sélectives, bien que sélect au départ, deviendra aussi, en définitive, le taux de mortalité ultime. Par conséquent, le taux de mortalité des assurés restants doit devenir aussi le taux de mortalité ultime.

Définir K de façon que $(q''_{x+s}) / q''_{[x]+s} = (100 + K) / 100$

À supposer que la période sélecte soit de 15 ans.

Alors

$$q''_{x+s} = ((100+K) q_{[x]+s}) / 100$$

$$q''_{x+s+1} = ((100 + 14K / 15) q_{[x]+s+1}) / 100$$

$$q''_{x+s+2} = ((100 + 13K / 15) q_{[x]+s+2}) / 100$$

$$q''_{x+s+5} = ((100 + 10K / 15) q_{[x]+s+5}) / 100$$

À supposer qu'il y ait une période de cinq ans entre les renouvellements, q''_{x+s+5} serait égal au facteur q' dans la formule (A) ci-avant à la date de renouvellement suivante, et une nouvelle valeur de q''_{x+s+5} (mortalité des assurés restants après la date de renouvellement suivante) serait établie.

b) Produits à échelle multiple

Lorsqu'on évalue les produits à échelle multiple, il est nécessaire de formuler une hypothèse quant à la mortalité de ceux qui ne seront pas de nouveau admissibles aux taux sélects, ou quant au pourcentage de titulaires qui seront de nouveau admissibles aux taux sélects à chaque date de renouvellement, c.-à-d. la "proportion de réadmis".

Il est plus facile de choisir la proportion de réadmis que de formuler une hypothèse touchant le taux de mortalité des assurés qui n'établissent pas de nouveau leur admissibilité, car la proportion de réadmis est reliée aux pratiques actuelles et futures en matière de sélection des risques. Une foule de compagnies disposent de données statistiquement significatives qu'elles peuvent et qu'elles doivent suivre.

Il est aussi possible d'évaluer séparément les groupes sélects et ultimes. Cependant, on saurait mal recommander cette approche puisque c'est difficile même dans des conditions idéales, et presque impossible si les conditions ne sont pas idéales. Il est nécessaire de formuler des hypothèses de mortalité distincte pour les groupes sélects et ultimes. En outre, il est nécessaire d'étudier séparément l'expérience de mortalité de chaque groupe d'assurés qui ne sont pas réadmissibles pour au moins 15 ans. Si la sélection des risques au moment de la réadmissibilité est la même que lors de l'émission, l'hypothèse de mortalité pour le groupe de réadmis peut être la mortalité sélecte normale, et on peut établir l'hypothèse de mortalité pour le groupe ultime en traitant la réadmission comme une déchéance sélective. Si, comme cela pourrait bien être le cas, la sélection des risques est moins rigoureuse lors de la réadmission, alors la mortalité des groupes sélect et ultime sera supérieure dans les deux cas à ce qu'elle ne serait autrement, mais il n'y a pas de façon commode de déterminer une hypothèse de mortalité appropriée pour l'un ou l'autre groupe.

Il importe de noter que le choix de la proportion de réadmis entraîne une hypothèse implicite concernant la mortalité des assurés qui n'établissent pas de nouveau leur admissibilité, et vice-versa. Si effectivement on choisit le taux de mortalité des assurés n'établissant pas de nouveau leur admissibilité, on peut et on doit calculer et rationaliser la proportion correspondante de réadmis. Il faudrait également utiliser cette proportion de réadmis pour faire le mélange des taux de prime. Si l'on choisit la proportion de réadmis, il faudrait calculer les taux de mortalité correspondants pour ceux qui ne sont pas de nouveau admissibles afin de vérifier globalement qu'ils sont raisonnables.

Ces taux de mortalité peuvent être très élevés (p. ex., plus de 1 000 % des taux normaux).

Si l'on décide de choisir la proportion des réadmis, la méthode d'évaluation peut supposer que la mortalité pour le groupe de titulaires dans son ensemble ressemble à la mortalité sélecte/ultime normale que l'on pourrait prévoir pour un produit à échelle unique moyennant les mêmes déchéances sélectives.

Par exemple, le taux de mortalité dans la sixième année d'assurance pour le groupe total sera $q_{[x]+5}$. La prime brute, cependant, sera :

$$RP \times GPS + (1 - RP) \times GPU$$

où **RP** = proportion de réadmis

GPS = le taux de renouvellement sélect (préférentiel)

GPU = le taux de renouvellement ultime (garanti)

```

[0] RATMRT←RATLAP MORTALITY_DETERIORATION DTARSK;AGEISS;CLSRSK;DNR;DURADJ;DURLST;DURREQ;DURSEL;I;NMR;
PERSEL;RATMRTBAS;RATMRTSEL;RATSEL;WGTBAS;WGTSSEL;WGTTOT
[1] →START_
[2] δ OBJET : Déterminer les taux de mortalité en tenant compte de la détérioration de la mortalité
[3] δ      attribuable aux déchéances sélectives
[4] δ DONNÉES DE BASE:
[5] δ      RATLAP - Taux de déchéance
[6] δ      Matrice bidimensionnelle (2 x durées)
[7] δ      RATLAP[1;] - Taux de déchéance de base
[8] δ      RATLAP[2;] - Taux de déchéance sélective
[9] δ      À noter que le taux de déchéance global pour la durée T correspond à RATLAP[1;T] + RATLAP[2;T]
[10] δ
[11] δ      DTARSK - Données relatives au risque
[12] δ      Vecteur (à 2 éléments)
[13] δ      DTARSK [1] - catégorie de risques (p. ex., la valeur « 1 » correspond aux hommes non-fumeurs)
[14] δ      DTARSK [2] - âge à l'émission
[15] δ
[16] δ      rATMRTSEL - Taux de mortalité sélects
[17] δ      Matrice tridimensionnelle (nombre de catégories de risques x nombre d'âges à l'émission x nombre
[18] δ      de durées sélectes) (p. ex., rATMRTSEL [1;36;3] correspond à la catégorie hommes non-fumeurs, 35
[19] δ      ans à l'émission, durée 3)
[20] δ
[21] δ      rATMRTULT - Taux de mortalité ultimes
[22] δ      Matrice bidimensionnelle (nombre de catégories de risques x nombre d'âges)
[23] δ      (p. ex., rATMRTULT [1;36] correspond au taux de mortalité ultime chez les hommes non-fumeurs
[24] δ      âgés de 35 ans)
[25] δ
[26] δ DONNÉES DE SORTIE:
[27] δ      RATMRT - Taux de mortalité
[28] δ      Vecteur (avec autant d'éléments qu'il y a de durées)
[29] δ      Taux de mortalité par durée appliqués à des catégories données de risques et selon l'âge à
[30] δ      l'émission, puis rajustés en fonction de la détérioration de la mortalité
[31] δ      (p. ex., RATMRT[22] correspond au taux de mortalité applicable à la durée 22)
[32] δ
[33] START_:
[34] DURREQ ←  $\bar{1} \uparrow p \text{RATLAP}$  δ DURREQ = nombre de durées pour lesquelles un taux de déchéance est donné
[35] DURLST ←  $\mathbf{1} + \vee \backslash \phi \text{RATLAP}[2;] \neq 0$  δ DURLST = dernière durée où le taux de déchéance sélective n'est pas égal
[36] δ      à zéro
[37] CLSRSK ← DTARSK[1] δ CLSRSK = code applicable à une catégorie de risques donnée (p. ex., 1
[38] δ      pour hommes non-fumeurs)
[39] AGEISS ← DTARSK[2] δ AGEISS = âge à l'émission
[40] PERSEL ←  $\bar{1} \uparrow p \text{rATMRTSEL}$  δ PERSEL = Période sélecte visée par la table donnée
[41] DURSEL ← PERSEL  $\lfloor$  DURREQ δ DURSEL = le plus faible entre PERSEL et DURREQ

```

```

[42] RATSEL ← rATMRTSEL[CLSRSK;AGEISS+DURLST;↓DURSEL]
[43]
[44]
[45]
[46]
[47]
[48]
[49] RATMRT ← rATMRTSEL[CLSRSK;AGEISS+1;]
[50] RATMRT ← RATMRT, (AGEISS+pRATMRT)↓rATMRTULT[CLSRSK;]
[51] RATMRT ← DURREQ↑RATMRT
[52]
[53]

[54] I ← ↓DURREQ
[55] LOOP_DURATION_:
[56] →(0=pI←1↓I)/END_
[57] →(RATLAP[2;I[1]]=0)/LOOP_DURATION_
[58]
[59] DURADJ ← (DURSEL↓pI)↑I
[60]
[61]
[62] RATMRTBAS ← RATMRT[DURADJ]x1,x\1-RATMRT[ ↓1↓DURADJ]
[63]
[64]
[65]
[66]

[67] RATMRTSEL ← RATSEL[Z[1];↓pZ]x1,x\1-RATSEL[Z[1];↓1+pZ←DURADJ]
[68]
[69]
[70]
[71] WGTBAS ← 1-RATLAP[1;DURADJ[1]]
[72] WGTSEL ← RATLAP[2;DURADJ[1]]
[73] WGTTOT ← 1-+\RATLAP[;DURADJ[1]]
[74]

[75] NMR ← ((RATMRTBASxWGTBAS)-RATMRTSELxWGTSEL)÷WGTTOT
[76]
[77]
[78]
[79] DNR ← 1-+\ ↓1↓0,NMR
[80]
[81]
[82] RATMRT[DURADJ] ← NMR÷DNR

[83] →LOOP_DURATION_
[84] END_:

```

δ RATSEL = la (sous)table fondée sur les taux de mortalité sélects pertinents à l'égard d'un âge donné à l'émission (AGEISS) et de la catégorie de risques (CLSRSK) correspondante. RATSEL est bidimensionnel (DURLST x DURSEL)(p. ex., RATSEL[4;10] correspond au taux de mortalité sélect applicable à la durée 10 pour l'âge à l'émission AGEISS+3)

δ RATMRT = série de taux de mortalité sélects et ultimes avant qu'ils ne soient ajustés en fonction du taux de déchéance sélective. Il devrait y avoir autant de taux de mortalité que de taux de déchéance donnés

δ Pour chaque durée I

δ où

δ I est inférieur ou égal à DURREQ et où le taux de déchéance sélective n'est pas égal à zéro

δ Ajuster le RATMRT comme suit :

δ DURADJ = Période d'ajustement où la DURADJ est la durée la plus courte entre la période sélecte (DURSEL) et les durées résiduelles

δ RATMRTBAS = série de taux de mortalité pour chaque durée visée par la période d'ajustement. RATMRTBAS[T] correspond à la probabilité de décès (fondée sur le RATMRT) à la durée I+T-1, compte tenu de la survie jusqu'à la durée I

δ RATMRTSEL = série de taux de mortalité; même chose que pour RATMRTBAS, mais fondée sur le RATSEL, plutôt que sur le RATMRT (c.-à-d., en supposant que la période sélecte commence à la durée I)

δ WGTBAS = 1 moins le taux de déchéance de base pour la durée I

δ WGTSEL = taux de déchéance sélective pour la durée I

δ WGTTOT = 1 moins le taux de déchéance global pour la durée I

δ Pour chaque durée T visée par la période d'ajustement :

δ NMR[T] (numérateur)

δ = $\frac{(WGTBAS[T] \times RATMRTBAS[T]) + (WGTSEL[T] \times RATMRTSEL[T])}{WGTTOT[T]}$

δ DNR[T] (dénominateur)

δ = 1 pour T=1

δ = 1 moins la somme des lignes NMR[1] à NMR[T-1] pour T>1

δ RATMRT[T] = NMR[T] ÷ DNR[T]