



---

# **NOTE ÉDUCATIVE**

---

*Les notes éducatives ne constituent pas des normes de pratique. Elles visent à aider les actuaires en ce qui concerne l'application des normes de pratique dans des cas spécifiques.  
Le mode d'application de normes en pareilles circonstances demeure la responsabilité du spécialiste.*

## **SÉLECTION DE MODÈLES DE TAUX D'INTÉRÊT**

**COMMISSION DES RAPPORTS FINANCIERS  
DES COMPAGNIES D'ASSURANCE-VIE**

**DÉCEMBRE 2003**

© 2003 Institut Canadien des Actuaires

*Document 203106*

*This document is available in English*



## NOTE DE SERVICE

**À :** Tous les Fellows, associés et correspondants de l'Institut Canadien des Actuaires  
**DATE :** Décembre 2003  
**DE :** Jacques Tremblay, président  
Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie (CRFCAV)  
**OBJET :** **Note éducative sur la sélection de modèles de taux d'intérêt**

---

La note éducative ci-jointe, qui est l'œuvre de la Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie (CRFCAV), porte sur la sélection de modèles de taux d'intérêt. La CRFCAV tient à souligner que la présente note éducative est tirée de lettres annuelles antérieures et que le texte est demeuré essentiellement inchangé sur le fond.

L'établissement d'un modèle de taux d'intérêt exige une compréhension approfondie des méthodes stochastiques et des techniques statistiques, de même que l'utilisation de mathématiques avancées et d'algorithmes complexes. Certains attributs d'un modèle (ou de modèles) de taux d'intérêt sont souhaitables dans le cadre d'une évaluation réalisée conformément aux PCGR canadiens. La note éducative donne des conseils sur l'utilisation convenable d'un modèle de simulation de taux d'intérêt de Monte-Carlo.

Conformément au processus officiel d'adoption de l'Institut, la présente « Note éducative sur la sélection de modèles de taux d'intérêt » a été approuvée par la Commission des rapports financiers des compagnies d'assurance-vie puis approuvée par la Direction des normes de pratique à des fins de distribution.

La section 1220 des Normes de pratique consolidées stipule que « L'actuaire devrait connaître les notes éducatives pertinentes et autres documents de perfectionnement désignés ». Elle stipule aussi que « Une pratique que les notes décrivent dans un cas particulier n'est pas nécessairement la seule pratique reconnue dans ce cas ni nécessairement la pratique actuarielle reconnue dans une autre situation » et que « Les notes éducatives ont pour but d'illustrer l'application des normes (qui n'est toutefois pas exclusive), de sorte qu'il ne devrait y avoir aucun conflit entre elles ».

Nous tenons à remercier Geoffrey Hancock, Christian-Marc Panneton et Jacques Potvin, qui ont été initialement chargés d'élaborer la présente note éducative.

Les questions peuvent être transmises à mon attention, à l'adresse indiquée dans l'*Annuaire*.

JT

## Sélection de modèles de taux d'intérêt

Si le passif est calculé par simulation stochastique, l'actuaire adopterait un passif de polices se situant dans la fourchette définie par l'ECU (60 %) et l'ECU (80 %).

Les Normes de pratique applicables aux assureurs (NPC) décrivent les éléments d'un scénario de taux d'intérêt (taux d'intérêt sans risque, prime de risque, taux de défaut, inflation, stratégie de placement), et soutiennent que le nombre d'échéances présumées des taux d'intérêt est suffisamment élevé pour favoriser une hypothèse de changement de la forme et de la pente de la courbe de rendement. Cela suppose à tout le moins des taux à court, à moyen et à long termes.

Malgré la définition d'une gamme plausible de taux d'intérêt canadiens sans risque de crédit, la définition ci-dessus nous renseigne bien peu sur le choix, l'ajustement et l'utilisation d'un modèle de taux d'intérêt stochastique. L'ICA (la CRFCV) compte promouvoir l'adoption d'une gamme de pratiques plus restreinte et estime qu'une directive supplémentaire viendrait en aide à l'actuaire.

L'établissement d'un modèle de taux d'intérêt exige une compréhension approfondie des méthodes stochastiques et des techniques statistiques, de même que l'utilisation de mathématiques avancées et d'algorithmes complexes. Abstraction faite des caractéristiques techniques, certains attributs d'un modèle (ou de modèles) de taux d'intérêt sont souhaitables dans le cadre d'une évaluation réalisée conformément aux PCGR canadiens.

Dès le départ, l'actuaire doit reconnaître les différences entre des scénarios créés en vertu de mesures de la probabilité réelle et neutres au risque (mesure-P et mesure-Q respectivement). Des scénarios réels sont utilisés pour effectuer des projections et des scénarios neutres au risque sont utilisés en tarification (c'est-à-dire le calcul de la juste valeur). Les modèles réels (mesure-P) débouchent sur des échantillons de *distributions*, tandis que les modèles neutres au risque (mesure-Q) produisent des mesures uniques de la valeur (habituellement la moyenne). L'évaluation réalisée conformément aux PCGR canadiens exige une projection en vertu des taux d'intérêt réels. La nécessité d'un modèle de prix neutre au risque dans le présent cadre dépend des éléments suivants :

1. l'actif à l'étude;
2. la stratégie de traitement des flux monétaires négatifs; et
3. la stratégie de réinvestissement.

La simulation de Monte-Carlo constitue une technique courante pour l'établissement de projections, mais d'autres modèles (p. ex. les modèles en treillis ou « *lattice* ») peuvent être utilisés lorsqu'il faut établir les valeurs marchandes.

Les conditions générales qui suivent donnent une certaine idée de l'utilisation convenable d'un modèle de simulation de taux d'intérêt de Monte-Carlo.<sup>1</sup> Cependant, certains points pourraient ne pas être pertinents ni même souhaitables pour une application donnée. En effet, certains attributs peuvent ne pas s'appliquer à certains modèles; en principe, cette situation n'invaliderait pas l'utilisation du modèle à des fins d'évaluation. L'actuaire doit déterminer les caractéristiques qui conviennent le mieux aux risques évalués.

- Le générateur de nombres aléatoires est puissant. (Les séquences produites passent les tests de statistiques normalisés sur leur caractère aléatoire, ce qui signifie généralement que le générateur (1) afficherait une longue périodicité, et (2) ne serait pas affecté par une corrélation en série.)

---

<sup>1</sup> Nota : certaines des caractéristiques souhaitables sont décrites dans des documents universitaires et professionnels comme des « faits stylisés ».

- Les techniques de réduction de la variance (p. ex. les séquences à faibles écarts) peuvent être utilisées efficacement aux fins de tarification ou d'évaluation du marché.
- Le modèle tient compte de la corrélation entre les rendements à différentes échéances.
- Diverses formes de la courbe de rendement sont autorisées, conformément à l'observation historique. (Cette situation nécessite habituellement la modélisation directe ou indirecte, d'au moins trois points sur la courbe de rendement : court, moyen et long. La fréquence et l'inclinaison des inversions de la courbe doivent être raisonnables.)
- En règle générale, les rendements théoriques demeurent non négatifs. (S'ils sont autorisés par le modèle, les taux négatifs sont rares et ne durent pas. L'actuaire effectue des essais supplémentaires pour s'assurer que l'inclusion de rendements négatifs n'influe pas sensiblement sur les résultats de l'évaluation).
- Les taux d'intérêt n'augmentent pas indéfiniment. (Les taux maximaux produits par le modèle sont conformes aux données historiques.)
- Les projections commencent à partir de la situation en vigueur à la date d'évaluation (p. ex. la courbe de rendement initiale).
- Idéalement, le modèle saisit la tendance des taux d'intérêt à connaître des périodes raisonnablement longues de stabilité relative, entrecoupées de périodes d'instabilité, ce qui ne sous-entend pas nécessairement la nécessité d'adopter un autre régime ou d'établir un modèle stochastique de volatilité, mais peut sous-entendre l'insuffisance de modèles à un seul facteur pour certaines applications.
- Idéalement, les fluctuations de taux d'intérêt sont reliées à d'autres facteurs économiques, notamment le rendement des titres boursiers. (À tout le moins, les taux d'inflation et les taux d'intérêt seraient logiquement interreliés.)
- Idéalement, le modèle de taux d'intérêt ne permet pas la réalisation de bénéfices importants sans risque, ni de bénéfices positifs à un coût net nul – c'est-à-dire « sans arbitrage ». (L'actuaire confirme que l'acceptation des possibilités d'arbitrage n'engendre pas de distorsion importante au chapitre des résultats de l'évaluation.) Cependant, il importe de noter que la condition de « non-arbitrage » n'est peut-être pas pertinente pour bon nombre d'applications pour lesquelles la politique supposée de réinvestissement est statique ou ne prévoit pas de stratégie active de transaction de titres.
- L'estimation des paramètres se fonde sur des méthodes statistiques judicieuses. (Bien que le jugement puisse être appliqué à l'établissement de paramètres d'évaluation, l'actuaire est conscient des paramètres « les plus probables » que sous-entendent les données, p. ex. celles obtenues par l'estimation de probabilité maximale.)
- Un nombre suffisant de scénarios est dégagé de façon à ce que le résultat qui en découle ne présente pas un écart important par rapport au résultat obtenu si davantage (ou plus encore) de scénarios étaient générés. (Pour atteindre cet objectif, il faut savoir que le nombre requis de scénarios variera selon l'application, mais dépassera habituellement 100). En règle générale, il convient de recourir à un plus grand nombre de scénarios lorsque les flux monétaires nets de l'actif-passif sont sensibles aux variations de la conjoncture économique (p. ex. renferment des options intégrées).

Parfois, un taux simple (p. ex. le taux à court terme) est requis pour certaines applications. Dans ce cas, certaines des conditions susmentionnées peuvent ne pas s'appliquer, et l'actuaire peut décider d'adopter un modèle plus simple qui serait raisonnable et convenable dans les circonstances. Ces modèles sont relativement faciles à construire et l'estimation des paramètres va de soi.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> À titre d'exemple, mentionnons le modèle proposé par Cox-Ingersoll-Ross. Il en existe bien d'autres.